

Teleoperación bilateral de un robot móvil tipo unicycle

Carlos Palafox*, Ollin Peñaloza*, Jaime Alvarez**

* ITSON, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.
Antonio Caso s/n, Villa ITSON, 85030 Ciudad Obregón, Sonora.
carlos_palafox_10@hotmail.com; ollin.penaloz@itson.edu.mx

** CINVESTAV-IPN, Sección de Mecatrónica.
Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, 07630 Ciudad de México.
jalvarez@cinvestav.mx

Resumen. En este trabajo se considera la teleoperación de un robot móvil tipo unicycle mediante un mecanismo maestro de dos grados de libertad. Particularmente se presenta una estrategia de control que resuelve el problema de condiciones iniciales distintas de posición. Con el fin de lograr la sincronización, el diseño considera tanto el modelo cinemático de postura del móvil como los modelos dinámicos de los mecanismos. Simulaciones numéricas se proporcionan para ilustrar el desempeño del sistema.

Keywords: Teleoperación, robot móvil, pasividad.

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de teleoperación tradicionales, un mecanismo llamado *esclavo* sigue el movimiento de un mecanismo llamado *maestro* con el fin de realizar una tarea en un ambiente remoto. Generalmente el movimiento deseado se establece mediante la interacción de un operador humano con el dispositivo *maestro*. Los principales objetivos de control consisten en coordinar el movimiento de los mecanismos y reflejar la fuerza del medio ambiente hacia el operador humano. Sin embargo, el diseño del control se complica cuando la información transmitida entre los mecanismos presenta retardos, dado que su efecto en el sistema provoca severos deterioros de desempeño e incluso causar inestabilidad. Ante este escenario, diferentes estrategias de control se han diseñado para sistemas de teleoperación en donde la dinámica de los mecanismos se describe por modelos matemáticos tanto lineales como no lineales, idénticos, completamente actuados y, en algunas ocasiones, escalados. Las estrategias se han basado en enfoques como teoría de propagación, variables de onda, arquitectura de cuatro canales, control de impedancia, control proporcional con inyección de amortiguamiento, control proporcional con reflexión de fuerza, control adaptable, modos deslizantes y pasividad (vea e.g. Arcara and Melchiorri (2002); Hokayem and Spong (2006); Varkonyi et al. (2014)). Otros esquemas recientes emplean técnicas de administración de retardos (Zhang et al., 2014) o controladores del tipo PD que ofrecen buen desempeño del sistema ante la presencia de retardos tanto constantes como variables (vea e.g. Nuño et al. (2008); Hua and Liu (2010)). En estos trabajos, el espacio de trabajo de los

mecanismos maestro y esclavo se encuentra limitado (los mecanismos no son móviles).

En aplicaciones robóticas de vigilancia, rescate, exploración, manejo de materiales, entre otras, el espacio de trabajo del robot esclavo debe ser grande. En este caso, la teleoperación de robots móviles es deseable. Comparado con la teleoperación convencional en donde el esclavo es fijo, la teleoperación de un robot móvil presenta retos importantes debido a la discrepancia cinemática entre los mecanismos: el espacio de trabajo del maestro es (mucho) menor que el del robot móvil y éste último opera bajo una restricción no-holónoma que le impide realizar algunos movimientos en ciertas direcciones. Algunos trabajos interesantes que abordan la teleoperación de robots móviles son, por ejemplo, Lee et al. (2006); Ma and Schilling (2007); Slawiński et al. (2007); Xu et al. (2009); Lee and Xu (2011). Recientemente, en Slawiński et al. (2016a,b), se reportan esquemas de control del tipo PD, que pueden verse como una extensión del controlador propuesto en Hua and Liu (2010), y que son válidos para teleoperar bilateralmente un robot móvil tipo unicycle. El esquema de Slawiński et al. (2016b) permite coordinación del maestro y el esclavo ante la presencia de retardos variables y asimétricos, pero se encuentra limitado en el sentido en que las condiciones iniciales de los mecanismos deben ser idénticas. Además, debido a las discrepancias cinemáticas de los mecanismos, los movimientos entre ellos no se corresponden directamente, por lo que los autores aplican una transformación para llevar la posición del maestro a un comando de velocidad (con el que se hace la coordinación con el esclavo) y utilizan retroalimentación visual para asistir al operador humano en la teleoperación.

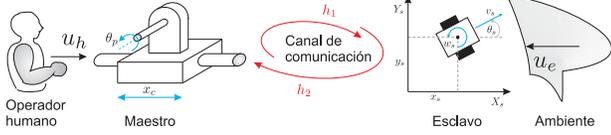


Figura 1. Sistema de teleoperación considerado.

En este trabajo, consideramos la teleoperación de un robot móvil tipo unicycle mediante un mecanismo maestro de dos grados de libertad (GDL). Bajo este enfoque, la teleoperación del móvil es intuitiva dado que un GDL del maestro se corresponde con el desplazamiento lineal del móvil (pedal) mientras que el otro GDL se corresponde con la dirección (volante)¹. Específicamente, se aborda el problema de sincronización de los mecanismos ante condiciones iniciales distintas de posición, en movimiento libre, y se diseñan controladores locales que consideran tanto el modelo cinemático de postura del móvil como los modelos dinámicos de los mecanismos. Con el fin de abordar la discrepancia entre los mecanismos y lograr su sincronización, el diseño considera sistemas virtuales basados en el modelo cinemático de postura en cuyas entradas se acoplan las velocidades de los mecanismos. Simulaciones numéricas realizadas en Matlab se proporcionan para ilustrar la efectividad de la propuesta.

El resto del documento está organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presentan los modelos maestro-esclavo, así como el planteamiento del problema; luego la sección 3 presenta la estrategia de control, que es ilustrada mediante simulaciones numéricas en la sección 4. Finalmente, las conclusiones se dan en la sección 5.

2. PRELIMINARES

2.1 Modelado del sistema

Consideramos que el robot móvil es teleoperado por el humano mediante un mecanismo de dos grados de libertad, vea la figura 1. La información transmitida desde el maestro al esclavo presenta retardo de tiempo h_1 mientras que en sentido contrario h_2 . La fuerza ejercida por el humano en el maestro es u_h y la del ambiente sobre el esclavo es u_e . El maestro tiene tres eslabones rígidos y dos articulaciones (una prismática y una de revoluta); el primer eslabón se encuentra fijo y es el eje de deslizamiento de una masa (segundo eslabón) que tiene acoplada a su vez una varilla (tercer eslabón) que gira; el desplazamiento lineal de la masa es x_c , que está actuado, mientras que el desplazamiento angular de la varilla es θ_p , que no está actuado. El esclavo es un robot móvil tipo unicycle que se desplaza con velocidad lineal v_s y velocidad angular w_s ; su postura se describe mediante las coordenadas (x_s, y_s, θ_s) . En el sistema considerado,

¹ La metáfora pedal-volante se ha utilizado en Lee et al. (2006), donde el maestro es un robot planar de 2DGL. En este caso, la magnitud y dirección del vector que va del origen al extremo final del maestro se asocian con la velocidad lineal y orientación del robot móvil.

asociamos las velocidades de la masa y la varilla con las velocidades del robot móvil.

Consideramos para el dispositivo maestro la dinámica lineal

$$\underbrace{\begin{bmatrix} J_{eq} & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix}}_{D_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix}}_{\ddot{q}_m} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{eq} & 0 \\ 0 & B_p \end{bmatrix}}_{Q_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix}}_{\dot{q}_m} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{m_x} \\ u_{m_\theta} \end{bmatrix}}_{u_m} \quad (1)$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} u_{mc_x} \\ 0 \end{bmatrix}}_{u_{m_c}} + \underbrace{\begin{bmatrix} u_{h_x} \\ u_{h_\theta} \end{bmatrix}}_{u_h},$$

donde \dot{x}_c y \ddot{x}_c denotan la velocidad y aceleración (lineal) de la masa J_{eq} , mientras que $\dot{\theta}_p$ y $\ddot{\theta}_p$ denotan la velocidad y aceleración (angular) de la varilla J_p ; B_{eq} y B_p son coeficientes de fricción viscosa. u_{m_x} denota la sumatoria de fuerzas actuando en la dirección de x_c : u_{mc_x} es el control y u_{h_x} es la fuerza del operador humano. u_{m_θ} denota la sumatoria de pares de torsión actuando en la dirección de θ_p ; u_{h_θ} es el par del operador humano. Los parámetros del robot maestro se toman de (Quanser User's Manual, 2012), donde $J_{eq} = 0.7031$ [kg], $B_{eq} = 12.04$ [N·s/m], $J_p = 0.7031$ [kg·m²] y $B_p = 12.04$ [N·m·s/rad].

Siguiendo Lee et al. (2006); Slawiński et al. (2016b), la dinámica de un robot móvil tipo unicycle es

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & mi_s \end{bmatrix}}_{D_s} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{v}_s \\ \dot{w}_s \end{bmatrix}}_{\dot{\eta}_s} + \underbrace{m_s a_s \begin{bmatrix} 0 & -w_s \\ w_s & 0 \end{bmatrix}}_{Q_s(\eta_s)} \underbrace{\begin{bmatrix} v_s \\ w_s \end{bmatrix}}_{\eta_s} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{s_v} \\ u_{s_w} \end{bmatrix}}_{u_s} \quad (2)$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} u_{sc_v} \\ u_{sc_w} \end{bmatrix}}_{u_{sc}} + \underbrace{\begin{bmatrix} u_{e_v} \\ 0 \end{bmatrix}}_{u_e},$$

donde m_s es la masa, mi_s es la inercia rotacional y a_s es la distancia entre el centro de masa y el centro geométrico; $u_{sc} \in \mathbb{R}^2$ es la entrada de control², donde u_{sc_v} y u_{sc_w} son los controles fuerza/par asociados a la velocidad lineal y angular del esclavo, respectivamente. $u_e \in \mathbb{R}^2$ es la fuerza causada por el medio ambiente sobre el robot móvil, donde se considera solamente la componente u_{e_v} en dirección del desplazamiento lineal (e.g. la fuerza de reacción al empujar/arrastrar un objeto en línea recta). Para el robot esclavo, los parámetros considerados son $m_s = 16$ [kg], $mi_s = 0.13$ [kg·m²] y $a_s = 0.1$ [m]; éstos fueron tomados de (Slawiński et al., 2016b).

Como (1) y (2) son sistemas Euler-Lagrange, se satisfacen algunas propiedades de interés, entre otras, que las matrices de inercia D_m y D_s son simétricas y definidas positivas, que las dinámicas se puedan parametrizar en

² La entrada de control u_{sc} involucra una fuerza de control u_1 y un par de torsión u_2 , con $u_1 = (u_l + u_r)/r_\omega$ y $u_2 = c(u_r - u_l)/r_\omega$, donde $r_\omega > 0$ es el radio de las ruedas, $c > 0$ es la distancia media del móvil y los pares de las ruedas izquierda y derecha son u_l y u_r , respectivamente.

términos de una nueva referencia (al nivel de velocidad y aceleración) y una nueva entrada, y que la propiedad de pasividad se cumple en cada sistema al tomar como salida el vector velocidad (\dot{q}_m y η_s , respectivamente). Para más detalles de los sistemas Euler-Lagrange y sus propiedades, vea por ejemplo Kelly et al. (2005); Spong et al. (2006).

Con el fin de abordar la discrepancia entre el maestro y el esclavo, se consideran sistemas virtuales para ambos mecanismos basados en el modelo cinemático de postura del robot móvil (vea e.g. Caudas de Wit et al. (1996)). Estos los denotamos como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix}}_{z_i} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & 0 \\ \sin(\theta_i) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{g_i(z_i)} \underbrace{\begin{bmatrix} v_{d_i} \\ w_{d_i} \end{bmatrix}}_{\eta_{d_i}}, \quad (3)$$

donde el subíndice $i = m, s$ se usa para distinguir las variables del maestro y el esclavo, respectivamente. La postura se denota mediante el vector $z_i = [x_i \ y_i \ \theta_i]^T$, donde x_i , y_i y θ_i denotan las componentes del desplazamiento lineal y angular (medido con respecto al eje horizontal en el espacio de la tarea y positivo en sentido anti-horario). El vector de velocidad $\eta_{d_i} = [v_{d_i} \ w_{d_i}]^T$ contiene las componentes de velocidad lineal y angular, respectivamente.

2.2 Planteamiento del problema

Considere los mecanismos maestro y esclavo, cuyas dinámicas se describen mediante (1) y (2), así como los modelos cinemáticos de postura (3). Se desea diseñar, de ser posible, controladores u_{sc} y u_{mc} tal que se logre, en movimiento libre, coordinación de movimiento de los mecanismos ante condiciones iniciales distintas de posición.

3. ESTRATEGIA DE CONTROL

En esta sección se presenta la estrategia de control que considera tanto los modelos cinemáticos (3) como dinámicos (1) y (2). Consiste de dos etapas: una que calcula velocidades de referencia para sincronizar los mecanismos y otra que calcula los pares necesarios para lograrlo.

3.1 Cinemática

Defina el error de posición tanto para el maestro como para el esclavo como

$$e_i = R_{\theta_i} (z_j^{h_k} - z_i), \quad (4)$$

donde el uso de los subíndices i, j, k es como sigue: si $i = m$, entonces $j = s$ y $k = 1$; si $i = s$, entonces $j = m$ y $k = 2$. z_i es el vector de postura y $z_j^{h_k} := z_j(t - h_k)$ denota el vector de postura retrasado en tiempo h_k . Además,

$$R_{\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & \sin(\theta_i) & 0 \\ -\sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

es una matriz ortogonal ($\det R_{\theta_i} = 1 \ \forall \ \theta_i$ y $R_{\theta_i}^{-1} = R_{\theta_i}^T$).

Utilizando (3), (4) y (5), la dinámica de error queda descrita por

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{i_1} \\ \dot{e}_{i_2} \\ \dot{e}_{i_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & e_{i_2} \\ 0 & -e_{i_1} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d_i} \\ w_{d_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(e_{i_3}) & 0 \\ \sin(e_{i_3}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j^{h_k} \\ w_j^{h_k} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde $v_j^{h_k}$ y $w_j^{h_k}$ son velocidades de referencia, que se suponen suaves y acotadas.

Seguindo a Fierro and Lewis (1997), se pueden sintetizar controles de velocidad para (6). En nuestro caso, estos son

$$\begin{bmatrix} v_{d_i} \\ w_{d_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{i_1} e_{i_1} + v_j^{h_k} \cos(e_{i_3}) \\ w_j^{h_k} + k_{i_2} v_j^{h_k} e_{i_2} + k_{i_3} \sin(e_{i_3}) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde k_{i_1} , k_{i_2} y k_{i_3} son ganancias positivas.

Para el sistema (6), el control (7) hace que $e_i = 0$ sea asintóticamente estable.

Tomando la derivada de la candidata de Lyapunov

$$V(e_i) = k_{i_1} (e_{i_1}^2 + e_{i_2}^2) + \frac{2k_{i_1}}{k_{i_2}} (1 - \cos(e_{i_3})), \quad (8)$$

a lo largo de (6), se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_i) &= -2k_{i_1} e_{i_1} (v_{d_i} - v_j^{h_k} \cos(e_{i_3})) \\ &\quad - \frac{2k_{i_1}}{k_{i_2}} \sin(e_{i_3}) (w_{d_i} - k_{i_2} v_j^{h_k} e_{i_2} - w_j^{h_k}), \end{aligned} \quad (9)$$

que al sustituir (7) se escribe como

$$\dot{V}(e_i) = -2k_{i_1}^2 e_{i_1}^2 - \frac{2k_{i_1} k_{i_3}}{k_{i_2}} \sin^2(e_{i_3}). \quad (10)$$

Entonces, $\dot{V}(e_i) \leq 0$ y e_i está acotado. De (6), (7) y (9) se deduce que \dot{e}_i está acotado de manera que $\dot{V}(e_i)$ está acotada, por lo que $\dot{V}(e_i)$ es uniformemente continua. Del lema de Barbalat, se sigue que $\dot{V}(e_i) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Entonces, en el límite

$$2k_{i_1}^2 e_{i_1}^2 + \frac{2k_{i_1} k_{i_3}}{k_{i_2}} \sin^2(e_{i_3}) = 0, \quad (11)$$

que implica que $e_{i_1} \rightarrow 0$ y $e_{i_3} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, dado que k_{i_1} , k_{i_2} y k_{i_3} son positivas. Considerando la dinámica del tercer estado en (6) bajo la acción de (7)

$$\dot{e}_{i_3} = -k_{i_2} v_j^{h_k} e_{i_2} - k_{i_3} \sin(e_{i_3}), \quad (12)$$

y el hecho de que $e_{i_3} \rightarrow 0$, se deduce que $e_{i_2} \rightarrow 0$ (cuando $v_j^{h_k} \neq 0$).

El vector de velocidad η_d (7) es ahora una referencia que se usa para el diseño de los controladores abajo.

3.2 Dinámica

Considerando movimiento libre, del lado del maestro se tiene

$$\Sigma_m : \quad D_m \ddot{q}_m + Q_m \dot{q}_m = u_{mc}, \quad (13)$$

que es un sistema pasivo con salida \dot{q}_m . Seguindo Slotine and Li (1991); van der Schaft (2017), a este sistema se le

puede asociar un sistema virtual obtenido mediante la conexión de dos sistemas pasivos que se forman mediante la parametrización de Σ_m con respecto a nuevas referencias y entradas. El sistema resultante es

$$\Sigma_{s_m} : \quad D_m \dot{s}_m + Q_m s_m = u_{\alpha \tilde{q}}, \quad (14)$$

donde $s_m = \dot{\tilde{q}} + \alpha \tilde{q}$ y $\dot{s}_m = \ddot{\tilde{q}} + \alpha \dot{\tilde{q}}$, con $\alpha > 0$, y siendo $\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_m - \eta_{d_m}$ y $\ddot{\tilde{q}} = \ddot{q}_m - \dot{\eta}_{d_m}$. Note que Σ_{s_m} es pasivo con salida s_m .

Usando el resultado principal de pasividad al tomar una retroalimentación negativa de la salida como

$$u_{\alpha \tilde{q}} = -K_m s_m, \quad (15)$$

donde $K_m > 0$, se obtiene la dinámica de lazo cerrado

$$D_m \dot{s}_m + (K_m + Q_m) s_m = 0. \quad (16)$$

El control para Σ_m , regresando desde Σ_{s_m} , considerando (15) y las conexiones hechas, es

$$u_{m_c} = -K_m s_m + D_m (\dot{\eta}_{d_m} - \alpha \dot{\tilde{q}}) + Q_m (\eta_{d_m} - \alpha \tilde{q}), \quad (17)$$

donde

$$\tilde{q} = q_m - \begin{bmatrix} \sqrt{([R_{\theta_m}^T e_m + z_m]_1)^2 + ([R_{\theta_m}^T e_m + z_m]_2)^2} \\ [R_{\theta_m}^T e_m + z_m]_3 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

y $[r]_k$ denota el k -ésimo elemento del vector r .

Tomando la derivada temporal de la función de almacenamiento de energía

$$\mathcal{H}(s_m) = \frac{1}{2} s_m^T D_m s_m, \quad (19)$$

a lo largo de (16) se tiene

$$\dot{\mathcal{H}}(s_m) = -s_m^T (K_m + Q_m) s_m < 0, \quad (20)$$

que implica que $s_m \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ (dado que K_m y Q_m son definidos positivos). De aquí se sigue que $\tilde{q} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Considerando el esclavo en movimiento libre, se propone un controlador del tipo proporcional con inyección de amortiguamiento y compensación del término de fuerzas centrífugas y de Coriolis como

$$u_{s_c} = D_s K_s (\eta_{d_s} - \eta_s) + D_s \dot{\eta}_{d_s} + Q_s (\eta_s) \eta_s, \quad (21)$$

que hace que la dinámica de lazo cerrado se describa como

$$\dot{\tilde{\eta}}_s + K_s \tilde{\eta}_s = 0, \quad (22)$$

donde $\tilde{\eta}_s = \eta_{d_s} - \eta_s$. K_s es definida positiva y establece la tasa de decaimiento de η_s al origen. Diferente de Slawiński et al. (2016b), la propuesta incluye la velocidad de referencia que es obtenida considerando el modelo cinemático del móvil (dependiente de la posición en el espacio de la tarea).

La figura 2 muestra el diagrama del sistema de teleoperación bilateral aplicando el esquema de control propuesto. En el diagrama se muestran la dinámica del maestro y el esclavo como D_M y D_S , los modelos cinemáticos dados en (3) como K_M y K_S , los controles cinemáticos dados en (7) como C_{KM} y C_{KS} , y los controladores dados en (17) y (21) como C_M y C_S .

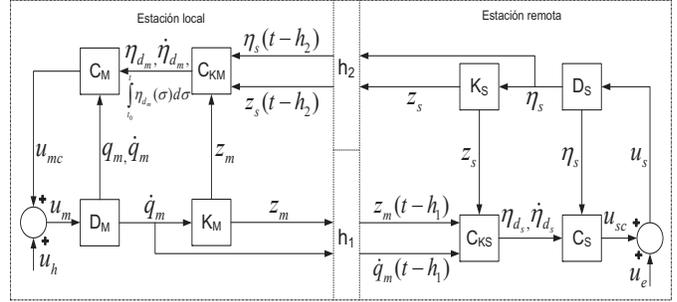


Figura 2. Diagrama a bloques del sistema de teleoperación bilateral propuesto.

La estrategia de control propuesta logra sincronización de posición en movimiento libre. El análisis cuando las fuerzas tanto del humano como del ambiente son distintas de cero no se presenta por el momento.

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Con el fin de ilustrar el desempeño del esquema de control propuesto, se realizaron simulaciones numéricas en Matlab/Simulink utilizando un método de integración Euler con paso fijo de 1 ms. Las simulaciones realizadas consideran dos casos: 1) realizar un círculo en el espacio de la tarea con $u_e = 0$ y retardos constantes ($h_1 = 0.5$ [s] y $h_2 = 0.5$ [s]) y 2) realizar una línea recta en el espacio de la tarea, considerando los mismos retardos constantes, y que el robot móvil arrastra durante 20 [s] un objeto con masa $m_e = 2.9$ [kg]. Las condiciones iniciales se seleccionaron como $z_m(t_0) = (-2, 2, \frac{\pi}{4})$ [m,m,rad] y $z_s(t_0) = (2, -2, \frac{3}{4}\pi)$ [m,m,rad], respectivamente. Las ganancias del esquema de control se escogieron como $K_m = \text{diag}\{1\}$, $\alpha = \text{diag}\{0.001\}$, $K_s = \text{diag}\{1.3\}$, $k_{m1} = 0.8$, $k_{m2} = 1$, $k_{m3} = 1$, $k_{s1} = 0.5$, $k_{s2} = 0.1$ y $k_{s3} = 0.2$. Además, se consideró el perfil de fuerza del operador humano mostrado en la figura 3, donde (C1) es el usado en el primer caso y (C2) el usado en el segundo caso. Note que los perfiles incluyen intervalos de tiempo donde la fuerza es cero, de manera que el sistema de teleoperación evolucione libremente y se logre la sincronización de los mecanismos ante condiciones de posición distintas. En las figuras 4 y 5 se ilustran los resultados de las simulaciones, en donde se puede apreciar que el esclavo sigue el movimiento de referencia del maestro a pesar del retardo y las condiciones iniciales distintas (subfiguras a, b y d).

En la figura 4 se muestran los resultados del caso 1. Se puede observar que el maestro y esclavo se sincronizan alrededor de los 20 [s]. A partir de ese tiempo, el perfil de fuerza del humano es distinto de cero y se comienza a realizar la tarea, que termina a los 100.5 [s]. Debido a que $u_e = 0$, no existe reflexión de fuerza hacia el maestro (figura 4c, gráfica superior). Se puede observar que la coordinación de movimiento entre los mecanismos se logra bien; note que los errores de seguimiento se mantienen alrededor de cero. En la figura 4d se muestra la trayectoria en el espacio de la tarea.

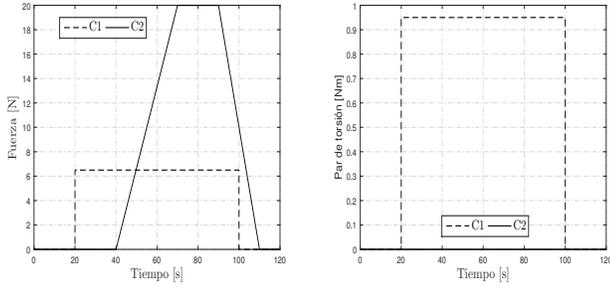


Figura 3. Perfil de fuerza del operador humano u_{h_x} y u_{h_θ} , caso 1 (C1) y caso 2 (C2).

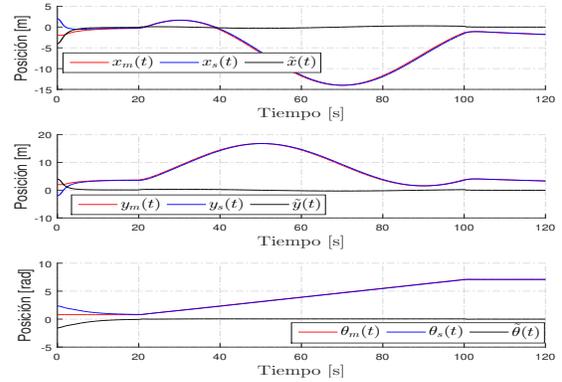
En la figura 5 se muestran los resultados del caso 2. Se puede observar que los mecanismos se sincronizan alrededor de los 20 [s], similar al caso previo. La tarea inicia a los 40.5 [s] y termina a los 110.5 [s] (figura 5a). En ese intervalo de tiempo, el esclavo empuja un objeto en línea recta durante un tiempo. Como se observa, la fuerza es reflejada al maestro y el movimiento de los mecanismos se mantiene coordinado. En la figura 5d se muestra la trayectoria en el espacio de la tarea.

5. CONCLUSIONES

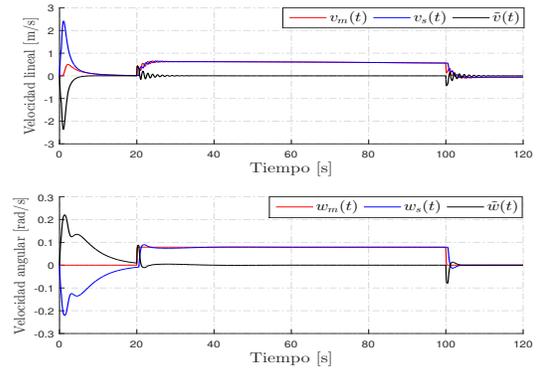
Se presentó, como resultado preliminar, una estrategia de control que resuelve el problema de condiciones iniciales distintas de posición durante la etapa de movimiento libre en la teleoperación de un robot móvil tipo unicycle. La estrategia involucra tanto la cinemática como la dinámica de los mecanismos con el fin de reducir su discrepancia y lograr coordinación de movimiento. Mediante simulaciones numéricas, se mostró la efectividad de la estrategia cuando se realizan dos tareas distintas que involucran tanto movimiento libre como restringido. Trabajo futuro incluye realizar un análisis más completo que involucre la reflexión de fuerza y la estabilidad en función de los retardos.

REFERENCIAS

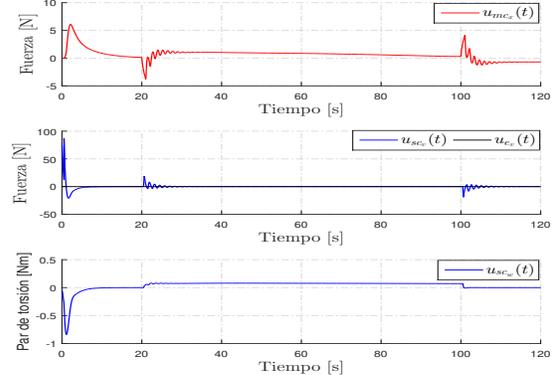
- Arcara, P. and Melchiorri, C. (2002). Control schemes for teleoperation with time delay: A comparative study. *Robotics and Autonomous Systems*, 38, 49–64.
- Caudas de Wit, C., Siciliano, B., and Bastin, G. (1996). *Theory of robot control*. Springer, London, UK.
- Fierro, R. and Lewis, F. (1997). Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics. *Journal of Robotics Systems*, 14(3), 149–163.
- Hokayem, P. and Spong, M. (2006). Bilateral teleoperation: an historical survey. *Automatica*, 42, 2035–2057.
- Hua, C. and Liu, X. (2010). Delay-dependent stability criteria of teleoperation systems with asymmetric time-varying delays. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(5), 925–932.
- Kelly, R., Santibáñez, V., and Loria, A. (2005). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer-Verlag.
- Lee, D., Martinez-Palafox, O., and Spong, M. (2006). Bilateral teleoperation of a wheeled mobile robot over



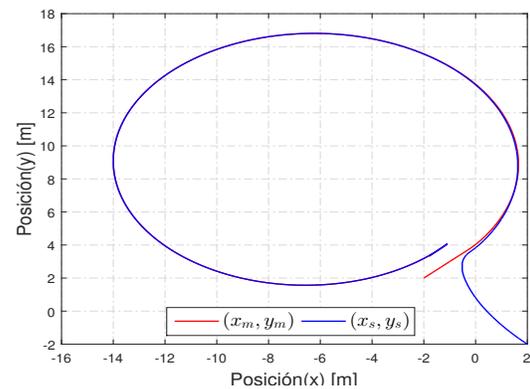
(a) Posiciones.



(b) Velocidades.



(c) Fuerza del entorno y señales de control.



(d) Trayectoria en el espacio de la tarea.

Figura 4. Resultados de simulación del caso 1.

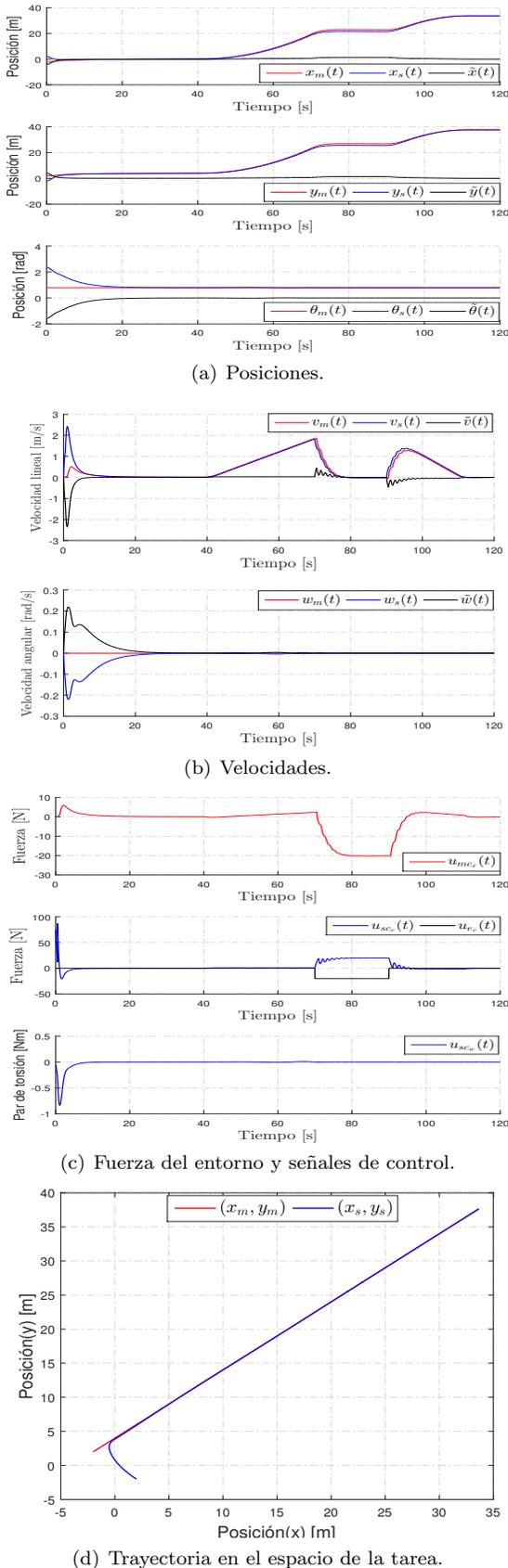


Figura 5. Resultados de simulación del caso 2.

delayed communication network. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3298–3303. Orlando, Florida.

Lee, D. and Xu, D. (2011). Feedback r-passivity of lagrangian systems for mobile robot teleoperation. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2118–2123. Shanghai, China.

Ma, L. and Schilling, K. (2007). Survey on bilateral teleoperation of mobile robots. In *Proc. of the IASTED International Conference on Robotics and Applications*, 489–494. Wurzburg, Germany.

Nuño, E., Ortega, R., Barabanov, N., and Basañez, L. (2008). A globally stable pd controller for bilateral teleoperators. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3), 753–758.

Quanser User’s Manual (2012). *IP02 Linear Inverted Pendulum and IP02 Linear Pendulum Gantry Experiments: Set Up and Configuration*. Quanser Inc., Ontario, Canada.

Slawiński, E., García, S., Salinas, L., and Mut, V. (2016a). PD-like controller with impedance for delayed bilateral teleoperation of mobile robots. *Robotica*, 34(9), 2151–2161.

Slawiński, E., Mut, V., and Postigo, J. (2007). Teleoperation of mobile robots with time-varying delay. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(5), 1071–1082.

Slawiński, E., Mut, V., and Santiago, D. (2016b). PD-like controller for delayed bilateral teleoperation of wheeled robots. *International Journal of Control*, 89(8), 1622–1631.

Slotine, J. and Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall.

Spong, M., Hutchinson, S., and Vidyasagar, M. (2006). *Control of robot manipulators in joint space*. John Wiley & Sons.

van der Schaft, A. (2017). *\mathcal{L}_2 -gain and passivity techniques in nonlinear control*. Springer.

Varkonyi, T., Rudas, I., Pausits, P., and Haidegger, T. (2014). Survey on the control of time delay teleoperation systems. In *Proc. of the IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems*, 89–94. Tihany, Hungary.

Xu, Z., Ma, L., and Schilling, K. (2009). Passive bilateral teleoperation of a car-like mobile robot. In *Proc. of the Mediterranean Conference on Control and Automation*, 790–796. Thessaloniki, Greece.

Zhang, B., Kruszewski, A., and Richard, J. (2014). A novel control design for delayed teleoperation based on delay-scheduled lyapunov-krasovskii functionals. *International Journal of Control*, 87(8), 1694–1706.