# Algoritmo de asignación de actuadores para control de orientación

## Rolando Cortés Martínez Hugo Rodríguez Cortés\*

\* Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México (e-mail: rolando\_cor@hotmail.com, hrodriguez@cinvestav.mx)

Resumen. Este artículo presenta un algoritmo de control de orientación para vehículos espaciales centrado en el manejo de la redundancia en actuación. Para esto se llevan a cabo pruebas experimentales sobre un simulador físico en tierra de un grado de libertad que incorpora no linealidades debidas a los actuadores empleados, en este caso, una rueda de reacción (RR) y una bobina de par magnético (MP). El esquema propuesto previene la saturación de la RR al manipular su velocidad a una referencia deseada sin comprometer el objetivo de control de orientación. Para esto se hace uso del espacio nulidad de la matriz de distribución de actuadores. Los actuadores empleados en este artículo son diseñados expresamente para una aplicación satelital tipo CubeSat 1U.

Keywords: Redundancia, bobina de par magnético, rueda de reacción, saturación, Cubesat.

# 1. INTRODUCCIÓN

El control de orientación para naves espaciales o satélites puede darse de manera activa a través de diferentes tipos de actuadores externos o internos, ver Sidi (1997). Los actuadores mayormente empleados para satélites pequeños, de tipo de órbita baja (LEO por sus siglas en inglés) son actuadores magnéticos y/o ruedas de reacción. Una metodología de selección de los esquemas de combinación de actuadores, en función de la misión espacial del satélite puede encontrarse en Wiley J. Larson (2005). Existen configuraciones en donde se combinan bobinas de par magnético y RR, mientras que los primeros son aptos para contrarrestar perturbaciones seculares, los segundos permiten realizar maniobras rápidas y alcanzan mayor precisión.

Existen diferentes tipos de actuadores magnéticos, el más común es la bobina de par magnético o magneto-par (MP), la cual consiste en una barra ferromagnética suave enrollada con cable de cobre, Savala (2018), Mehrjardi and Mirshams (2009). Dentro de las no linealidades presentes en este actuador se encuentra la histéresis en la curva de la densidad de flujo magnético B vs. la intensidad de campo magnético H. Otra no linealidad es la dependencia del momento dipolar magnético d respecto de la orientación del actuador a partir de la dirección del campo magnético de la Tierra, Bellini (2013). Además, su uso presenta un reto tecnológico, ya que corrompe las lecturas de los sensores magnetómetros en cuanto entra en operación, ver Pong (2014).

Por su parte, las RR son motores que tienen acoplado un volante de inercia a su rotor, ver Sidi (1997). Los motores más empleados para esta aplicación son los que no tienen escobillas (BLDC por sus siglas en inglés) debido a su eficiencia y a su relación lineal entre par mecánico y corriente inducida, ver , Yedamale (2003) y Fulcher (1969). Las no linealidades principales de las RR son su zona muerta a velocidades bajas, la saturación en velocidad, y la fricción viscosa, ver Ge and Cheng (2006).

En sistemas espaciales es común tratar con sistemas redundantes en actuadores que permiten lograr un segundo objetivo de control, tales como tolerancia a fallas, reconfiguraciones dependientes de las operaciones de misión, mejorar la eficiencia de actuadores en conjunto o preferir que cada actuador tenga una aportación preferente, entre otros, Wu et al. (2018), Nakamura (1990), Li et al. (2013), Sugita (2016). El logro de un segundo objetivo de control se logra a través de la gama de combinaciones de aportaciones de cada efector, a esta combinación se le llama asignación de control (AC). En Johansen and Fossen (2013), se presentan diferentes estrategias para abordar el problema de asignación de control (AC), en donde la meta principal es minimizar el error entre la ley de control requerida y la generada por los efectores disponibles, aún cuando el objetivo de control no pueda satisfacerse. Cuando el objetivo de control primario logra satisfacerse, el segundo objetivo puede lograrse gracias a que el esquema redundante ofrece infinitas soluciones. Esto es gracias a que el espacio nulidad de la matriz de distribución es no nulo Nakamura (1990).

En el presente artículo se emplea un esquema en el que el objetivo de control principal es control de orientación en regulación en un sistema de un grado de libertad, mientras que el objetivo secundario es mantener un par de control nulo en los efectores. Para llevar a cabo el experimento se emplea una plataforma experimental que presenta una serie de comportamientos no lineales debidos a los actuadores. Dentro de las diferentes plataformas experimentales que se usan para probar sistemas espaciales elegimos la de flotación neutra en agua como en Schultz (2006) y Cortés and Rodriguez-Cortes (2017), debido a su simplicidad y bajo costo, Snider (2010).

El artículo se organiza de la siguiente forma: en la sección 2 se encuentra el análisis matemático relacionado al esquema de control junto con el análisis de sus propiedades de estabilidad, en la sección 3 se describe el experimento llevado a cabo y en la sección 4 se presentan las conclusiones.

#### 2. ESQUEMA DE CONTROL

#### 2.1 Modelo

Se plantea la dinámica de cuerpo rígido dada en la variedad de configuración  $SO(2)^{1}$  para evitar el fenómeno de desenrollo y ambigüedad en la representación, ver Chaturvedi et al. (2011). En Lee et al. (2017) se desarrolla el cálculo para la obtención del modelo de cuerpo rígido en SO(3), el equivalente en SO(2) queda de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{R}_2 &= R_2 S_2\\ J_z \dot{r} &= \tau_p + L_2 \tau_c \end{aligned} \tag{1}$$

con

$$R_2 = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}, \ S_2 = \begin{bmatrix} 0 & r \\ -r & 0 \end{bmatrix}$$
(2)

donde  $\tau_p$  son los pares debidos a perturbaciones propias del ambiente espacial como son la presión solar, gradiente gravitacional, arrastre atmosférico, y campo magnético terrestre. Sin embargo, para el caso del simulador de un grado de libertad usado en este artículo, las posibles perturbaciones son las debidas al campo magnético de la Tierra y a la fricción con el entorno (agua en este caso) y un componente mínimo de gradiente gravitacional debido a imperfecciones físicas en el experimento. Además,

$$\tau_c = \begin{bmatrix} \tau_{rw} \\ \cos(\psi)\tau_m \end{bmatrix} \tag{3}$$

son los pares de control, para el caso de este artículo  $\tau_{rw}$  es el par de la RR y  $\tau_m$  el del MP. El término  $\cos(\psi)$  resulta de considerar el producto cruz entre el vector del campo magnético terrestre ( $\psi = 0$ ) y el vector del momento dipolar magnético, el cuál se encuentra recorrido  $\pi$  rad del origen en ejes cuerpo,  $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$  es el ángulo alrededor del eje de giro,  $r \in \mathbb{R}$  es la velocidad angular del satélite,  $J_z$  es el momento de inercia a lo largo del eje z del satélite, y  $L_2$  es la matriz de distribución, y está definida como  $L_2 = [1 \ 1].$ 

En la Fig. 1 se muestra un diagrama conceptual de la ubicación de los actuadores.

## 2.2 Modos de control

En una misión de satélite de órbita baja se puede presentar una secuencia de inicio de operaciones, ver Markley and Crassidis (2014), y Pong (2014), que comprende una fase inicial a la deriva (*tumbling* en inglés), una fase



Figura 1. Esquema conceptual de ubicación de actuadores en el satélite.

de amortiguamiento para reducir la velocidad angular a un mínimo de referencia, una fase de estabilización o regulación de orientación deseada y finalmente una fase de calibración de sensores. Con la finalidad de mostrar la aplicación del esquema de AC se plantea un escenario particular como el mostrado en la Fig. 22. En la primera fase el satélite se coloca en órbita y tiene un momento angular inicial  $H_s^i$  que se conserva a lo largo del tiempo debido a la falta de fricción en el espacio. Durante este periodo se lleva a cabo la determinación de la orientación. En las fases 2, 3 y 4 se realiza control de orientación en



Figura 2. Concepto de operaciones hipotético. lazo cerrado como se muestra en la Fig. 3.



Figura 3. Diagrama de control.

En la fase 2, interviene una acción de control PD usando la RR en espacio de configuración SO(2). En Koditschek (1988) se presenta la función de navegación para el caso de 3 grados de libertad, la adaptación a un grado de libertad queda como sigue

 $<sup>^1~</sup>$  Grupo ortogonal especial de matrices  $2\times 2$ 

$$\varphi(\psi) = \frac{1}{2} \operatorname{traza}\left[\left(I_2 - R_d^{\top} R_2\right)\right], \qquad (4)$$

con  $I_2$  la matriz identidad de dimensión 2 y  $R_d$  la matriz de rotación correspondiente al ángulo deseado  $\psi_d$ . Puede verificarse que esto es equivalente a  $\varphi(\psi) = 1 - \cos(\psi - \psi_d)$ . Al derivar la función de navegación se obtiene la medida del error de orientación. Para el objetivo de control de regulación se propone un PD con dicha medida del error como sigue

$$\tau_{rw} = -k_p \sin(\psi - \psi_d) - k_d r \tag{5}$$

con  $k_p$  y  $k_d$  las ganancias de control.

Suponiendo que al inicio de las operaciones  $\omega_w = 0$ , después de la acción de control se tiene  $\omega_w = c$ , donde c se determina por medio de la Ley de conservación de momento angular, como  $H_{rw}(t_0) + H_s(t_0) = H_{rw}(t_f) +$  $H_s(t_f)$ , donde  $H_{rw}$  es el momento angular de la RR y los tiempos  $t_0$  y  $t_f$  corresponden al inicio y al final de la fase 2, respectivamente. Por otra parte,  $\omega_w(t_0) = 0$ implica  $H_{rw}(t_0) = 0$ , así como en estado estacionario se tiene que  $r(t_f) = 0$  implica  $H_s(t_f) = 0$ . Sustituyendo en la ley de conservación de momento angular se tiene  $r(t_0)J_z = \omega_w(t_f)J_{rw}$  con  $\omega_w$ , y  $J_{rw}$  la velocidad angular y el momento de inercia de la RR respectivamente, por lo tanto

$$\omega_w(t_f) = r(t_0)J_z/J_{rw}.$$
(6)

con esto se deduce que para mantener el objetivo de control la RR debería mantener una velocidad constante en todo momento, con el respectivo consumo de energía, si no se aplicara el esquema de AC.

En la fase 3 se inicia el esquema de AC, el objetivo secundario consiste en hacer  $\omega_w \to 0$  sin perder el objetivo de control principal  $\psi \to \psi_d$ . Para mantener el objetivo de control alcanzado en la etapa anterior es necesario cumplir la restricción de nulidad de la matriz de distribución  $L_2$  por medio del MP bajo la restricción

$$L_2 \tau_c = 0. \tag{7}$$

Para reducir la velocidad de la RR es necesario aplicar un par negativo en la misma,  $\tau_{rw} \neq 0$ , para que esto ocurra bajo la restricción de nulidad (7), se calcula  $\tau_m$  de tal forma que se encuentre en el espacio nulidad de  $L_2$ . En el caso de un grado de libertad la solución es trivial dando

$$\tau_m = -\tau_{rw} \tag{8}$$

para asegurar que el objetivo de control se siga cumpliendo se modifica la ley de control definida en (5) como sigue

$$\tau_{rw} = -k_p \sin(\psi - \psi_d) - k_d r - \cos(\psi) \tau_m \qquad (9)$$

donde  $\tau_m = \tau_m^M \operatorname{sign}(-\sin(\psi - \psi_d))$ ,  $\tau_m^M$  el par máximo que puede dar el MP cuando se le induce la corriente máxima de operación, para el caso del prototipo dicho par es de  $30\mu N \cdot m$ , y sign(x) es la función signo de x. En lazo cerrado se cancela la aportación de la bobina quedando

$$R_2 = R_2 S_2 
\dot{r} = J_z^{-1} (\tau_p - k_p \sin(\psi - \psi_d) - k_d r).$$
(10)

Para iniciar la fase 4 de operaciones el sistema de control espera a que se cumpla  $\omega_w = 0$ . En esta fase se activa la misma ley de control (5) aplicada ahora por el MP

$$\tau_m = -k_{pMag}\sin(\psi - \psi_d) - k_{dMag}r \tag{11}$$

con  $k_{pMag}$  y  $k_{dMag}$  las ganancias de control.

## 2.3 Análisis de estabilidad

Tanto en las fases 2 y 4 se emplea un control PD no lineal cuyo análisis de estabilidad para el caso de 3 grados de libertad puede encontrarse en Lee et al. (2013). En la fase 3 se tiene el mismo controlador ya que la acción combinada de los 2 actuadores cancela su contribución efectiva. La diferencia respecto al análisis presentado en Lee et al. (2013) es la presencia de perturbaciones en lugar de incertidumbres en los parámetros del modelo. Para alcanzar estabilidad, dichas perturbaciones deben ser acotadas de acuerdo al siguiente análisis. El punto de equilibrio para el sistema durante las 3 fases de control en lazo cerrado (10) es

donde  $\mathbb{O}$  es una matriz de 2 × 2 de ceros. De la primera ecuación de (12) se deduce que r = 0 ya que  $R_2 \neq 0$ , esto se ilustra como

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & r \\ -r & 0 \end{bmatrix}.$$
 (13)

Sustituyendo r = 0 en la segunda ecuación de (12) se obtiene

$$\tau_p - k_p \sin(\tilde{\psi}) = 0 \tag{14}$$

donde  $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$ , se obtiene el conjunto de puntos de equilibrio

$$\tilde{\psi}^* = \arcsin(\tau_p/k_p) + n\pi, \qquad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

de donde puede inferirse que el esquema de control no puede garantizar resultados globales y que se debe garantizar que  $\tau_p \leq k_p$  para que tenga solución (14). Sea la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}J_z r^2 + k_p \varphi(\psi) + c_2 \sin(\tilde{\psi})r \qquad (15)$$

donde  $\varphi(\psi)$  se define en (4) y  $c_2$  es una constante escalar positiva. Considérese el dominio alrededor de  $\tilde{\psi}^*$ ,

$$D = \{ R_2 \in SO(2) | \hat{\psi} \in (\pi(n-1/2), \pi(n+1/2)) \}$$

 $\operatorname{con} n \operatorname{par} o 0$ , se cumple lo siguiente

z

$$\frac{1}{2}\sin(\tilde{\psi})^2 \le \varphi(\psi) \le \sin(\tilde{\psi})^2. \tag{16}$$

Se<br/>a $z=[r\,\sin(\tilde\psi)]^\top,$ usando (16) puede verificarse que Vestá aco<br/>tada de la forma

$$^{\top}M_1 z \le V \le z^{\top}M_2 z \tag{17}$$

 $\cos$ 

$$M_{1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_{z} & c_{2} \\ c_{2} & k_{p} \end{bmatrix}, M_{2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_{z} & c_{2} \\ c_{2} & 2k_{p} \end{bmatrix}.$$
 (18)

Así, V es definida positiva bajo la condición  $c_2 < \sqrt{J_z k_p}$ . Al derivar (15) se obtiene

$$\dot{V} = J_z r \dot{r} + k_p \sin(\tilde{\psi}) r + c_2 \sin(\tilde{\psi}) \dot{r} + c_2 \cos(\tilde{\psi}) \tilde{\psi} r \quad (19)$$

usando la expresión  $\hat{\psi}=r$ y sustituyendo  $\dot{r}$  de (10) obtenemos

$$\begin{split} \dot{V} &= r(\tau_p - k_p \sin(\tilde{\psi}) - k_d r) + k_p \sin(\tilde{\psi}) r \\ &+ c_2 \sin(\tilde{\psi})(\tau_p - k_p \sin(\tilde{\psi}) - k_d r) / J_z + c_2 \cos(\tilde{\psi}) r^2 \\ &= r^2 (-k_d + c_2 \cos(\tilde{\psi})) + \sin(\tilde{\psi})^2 (-k_p c_2 / J_z) \\ &- r \sin(\tilde{\psi}) c_2 / J_z + \tau_p r + \tau_p c_2 / J_z \sin(\tilde{\psi}) \\ &\leq r^2 (-k_d + c_2) + \sin(\tilde{\psi})^2 (-k_p c_2 / J_z) - r \sin(\tilde{\psi}) c_2 / J_z \\ &+ \tau_p [1 \ c_2 / J_z] z \end{split}$$

donde se ha usado la propiedad  $\cos(\tilde{\psi}) \leq 1$ . Empleando la propiedad  $a \cdot b \leq ||a|| ||b||$  obtenemos  $\tau_p [1 \ c_2/J_z] z \leq \tau_p \sqrt{1 + (c_2/J_z)^2} ||z||$ , por lo que

$$\dot{V} \le z^{\top} W_z z + \tau_p \sqrt{1 + (c_2/J_z)^2} ||z||$$
 (20)

donde

$$W_{z} = \begin{bmatrix} -k_{d} + c_{2} & \frac{1}{2}c_{2}/J_{z} \\ \frac{1}{2}c_{2}/J_{z} & -k_{p}c_{2}/J_{z} \end{bmatrix}$$
(21)

reescribiendo las ecuaciones (17) y (20) se tiene

$$\lambda_m(M_1)||z||^2 \le V \le \lambda_M(M_2)||z||^2, \dot{V} \le (-\lambda_m(W_z)||z|| + \tau_p \sqrt{1 + (c_2/J_z)^2})||z||$$
(22)

las cuales son las condiciones para demostrar la estabilidad asintótica local en el dominio D con cota última definida por la cota superior de la perturbación. El controlador propuesto no es robusto ante dichas perturbaciones sin embargo se cumple el objetivo de reducir la velocidad de la RR. Resolviendo para la variable  $c_2$  se puede encontrar  $W_z$  definida positiva tal que la cota última está dada por  $||z|| = (\tau_p \sqrt{1 + (c_2/J_z)^2})/\lambda_m (W_z)$  Nótese que para n impar la función (15) ya no cumple las condiciones para ser candidata de Lyapunov, más aún, un análisis del sistema linealizado puede mostrar que para estos puntos de equilibrio el sistema es inestable.

#### 3. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 Prototipo

Se diseña y construye un prototipo para validar esquemas de control de orientación en un grado de libertad. El prototipo cuenta con 1 MP y 2 RR en la parte inferior, en este artículo solo se activa una de ellas, la otra RR se ha colocado para probar algún esquema de redundancia en algún trabajo posterior. También tiene un módulo de comunicación inalámbrica con el protocolo WiFi por medio del integrado RNV171 de Roving Networks. Dicha comunicación se emplea para telemetría de las variables del prototipo hacia una computadora remota que captura los datos por medio de un programa corriendo en tiempo real en Simulink. El control se programa en una tarjeta electrónica que integra el DSP TSM320F28335 de Texas Instruments corriendo el control con un periodo de muestreo de 4ms. Como sensor principal se emplea un sistema AHRS de 10 sensores y que internamente cuenta con filtro complementario para la estimación de la orientación. Para alimentar al sistema se emplea una batería Lipo de 11.1V



Figura 4. Rueda de reacción.



Figura 5. Bobina de par magnético (MP).

con una capacidad de 1000mA. Tanto el MP como las RR son ensambladas dentro del laboratorio. La RR se ensambla con un motor comercial tipo plano BLDC, a su rotor se le acopla un volante de inercia cuyas dimensiones están calculadas para cubrir requisitos típicos de aplicaciones satelitales Cubesat en órbita baja. Como etapa de potencia se emplea una tarjeta controladora que convierte la señal de control de PWM a corriente.

Para la bobina se emplea un núcleo de MuMetal, ya que es una aleación que ofrece alta permeabilidad magnética combinada con baja coercitividad, Bellini (2013). La bobina se colocó a 90° con respecto a la referencia  $\psi = 0$  del prototipo, en este caso el cero además se toma alineado al Norte en ejes Tierra. En las Fig. 4 y 5 se muestra la RR y el MP respectivamente.

La coercitividad es una medida del tamaño de la histéresis de la curva B vs H, se obtiene una curva experimentalmente para determinar dicha cantidad, se emplea la relación entre H y la corriente I, ver Cullity and Graham (2011)

$$H = NI/l \tag{23}$$

donde N = 2800 es el número de vueltas del embobinado y l es la longitud del embobinado (7cm). Usando la ley de Ohm I = V/R, con V, el voltaje aplicado en las terminales del solenoide  $(\pm 5V)$  y R, la resistencia del alambre  $(80\Omega)$  encontramos que hay una relación de proporcionalidad entre  $H \neq V$ , de tal forma que la histéresis en B vs H es proporcional a una histéresis B vs V. En la Fig. 6 se observan los datos experimentales correspondientes a una serie de voltajes en asenso y en descenso para el rango  $V \in [0,5]$ . Como puede observarse no se presenta el fenómeno de saturación ni tampoco es apreciable la histéresis para esta bobina por lo que dichos fenómenos no se toman en cuenta en la acción de control. En las Tablas 1 y 2 se resumen las características de la RR y el MP. Por medio del diseño por computadora del prototipo, se ha determinado el momento de inercia del prototipo  $J_z = 0.5065129 \times$  $10^{-3}kg \cdot m^2$ . En la Fig.7 se muestra al prototipo dentro del estanque con agua, como puede observarse el prototipo no queda completamente sumergido para poder manipular directamente el interruptor de encendido en su parte alta. En la parte baja cuenta con un contrapeso para evitar que



Figura 6. Curva B-H del Magneto-Par.

Cuadro 1. Características de la RR.

Parámetro	Valor
Par máximo Momento angular almacenado Peso Momento de inercia Velocidad angular max. Dimensiones	$\begin{array}{c} 8.2 \ mN \cdot m \\ 6.36 \ mN \cdot m \cdot s \\ 70 \ g \\ 5.9 \ g \cdot cm^2 \\ 9,800 \ rpm \\ 32 x 41 x 28 \ mm \end{array}$

Cuadro 2. Características de bobina de par magnético.

Parámetro	Valor
Par máximo	$30 \ \mu N \cdot m$
Peso	62 g
Dimensiones	10x70 mm
Resistencia	$80 \ \Omega$
Voltaje de operación	$\pm 5V$



Figura 7. Prototipo de 1 grado de libertad parcialmente sumergido en agua

flote demasiado y para mantenerlo en posición vertical en todo momento y de esta forma los ángulos  $\phi$  y  $\theta$ , correspondientes a los ángulos de Euler de los ejes X e Y permanezcan en cero.

## 3.2 Análisis de resultados

En la Fig. 8 se muestra el resultado del experimento llevado a cabo de acuerdo con la secuencia de operaciones descrita en la Fig. 2.

En la primera fase se aplica un par mecánico de forma manual sobre el prototipo para asignarle un momento angular inicial. En el espacio dicho momento se conserva debido a la falta de fricción, sin embargo, en el experimen-



Figura 8. Velocidad angular de RR (arriba), error de orientación  $\sin(\psi - \psi_d)$ (en medio), y par de control del MP (abajo).

to se observa que existe una fuerza de fricción ya que va disminuyendo la velocidad. Al derivar dos veces el ángulo obtenido en la gráfica de  $\psi$  durante la Fase 1 se encuentra la aceleración negativa, la cual al multiplicarse por la inercia del prototipo  $J_z$  nos entrega el par de fricción debido al agua  $\tau_{fa} = 11.02 \times 10^{-6} N \cdot m$ . Dicha fricción es considerable tomando en cuenta que la autonomía de control de la bobina es solo 3 veces mayor, sin embargo, se debe tomar en cuenta que la fricción de un fluido decae conforme la velocidad tiende a cero.

En esta fase se estima la determinación de la orientación con un filtro complementario provisto por el fabricante del AHRS, MicroStrain (2014). Para esto, es necesario mandar secuencias de comandos por medio de comunicación RS232 desde la tarjeta de control al AHRS para indicar que se incluyan datos de los magnetómetros en el cálculo. En la fase 3 dichos datos son descartados.

En la fase 2, el control se enciende empleando la RR como único actuador, la referencia deseada es $\psi=\pi/4$ . Después del transitorio inicial la velocidad de la RR permanece constante salvo por unas oscilaciones que son debidas a las ondas mecánicas del agua, estas mismas se perciben en la fase 4.

En cuanto se inicia la fase 3, la velocidad angular de la RR desciende de forma lineal mientras el error se mantiene cerca de cero. En la Fig. 9 puede observarse una ampliación de esta gráfica, en donde se nota que durante la fase 2 la RR mantiene un error de estado estacionario de 0.03rad, esto puede deberse a la fricción no modelada de la RR, ver Ge and Cheng (2006).

En la tercera fase de operaciones, se manda otro comando para descartar las mediciones de los magnetómetros en el cálculo del filtro complementario. Dicho consigna es



Figura 9. Ampliación vertical de la gráfica del error en  $\psi$ .

debida a que la medición del AHRS se corrompe significativamente al encender el actuador magnético, Pong (2014).

Al inicio de la fase 4 se presenta una perturbación en el error debido a la no linealidad de zona muerta cuando la RR llega a velocidad cero. El efecto es compensado por el MP después del transitorio inicial. Dicho efecto podría anularse manteniendo siempre una velocidad nominal por parte del actuador.

#### 4. CONCLUSIONES

La relevancia de los experimentos presentados radica en el hecho de poder integrar una plataforma que cuenta con no linealidades propias de los actuadores y sensores, mismas que difícilmente podrían haberse modelado analíticamente. En particular, en este artículo no se han planteado soluciones para compensar esos efectos pero se sientan las bases para trabajos posteriores. En trabajos futuros se probarán técnicas de control robusto para evadir los pares de perturbación, posteriormente se puede migar el esquema a una plataforma experimental de 3 ejes en donde la principal perturbación serían los pares debidos a la fuerza de gravedad y la excentricidad del centro de masa.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo del Centro de Investigación y Estudios Avanzados así como con el fondo FIDAE para el proyecto 262794 del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y la Agencia Espacial Mexicana.

#### REFERENCIAS

- Bellini, N. (2013). Magnetic actuators for nanosatellite attitude control. Ph.D. thesis.
- Chaturvedi, N.A., Sanyal, A.K., and McClamroch, N.H. (2011). Rigid-body attitude control. *Control Systems*, *IEEE*, 31(3), 30–51.
- Cortés, R. and Rodriguez-Cortes, H. (2017). Spacecraft attitude control system based on total energy control approach. In 68th international astronautical congress 2017, 1–7.
- Cullity, B.D. and Graham, C.D. (2011). Introduction to magnetic materials. John Wiley & Sons.
- Fulcher, R. (1969). A brushless dc torquer-driven reaction wheel for spacecraft attitude control. Technical report, National Aeronautics and Space Administration.
- Ge, S. and Cheng, H. (2006). A comparative design of satellite attitude control system with reaction wheel. 359–364.
- Johansen, T.A. and Fossen, T.I. (2013). Control allocation, a survey. Automatica, 49(5), 1087–1103.

- Koditschek, D.E. (1988). Application of a new Lyapunov function to global adaptive attitude tracking. In Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control, 63–68 vol.1. doi:10.1109/CDC.1988.194270.
- Lee, T., Leok, M., and Harris, N. (2017). Global Formulations of Lagrangian and Hamiltonian Dynamics on Manifolds.
- Lee, T., Leok, M., and McClamroch, N.H. (2013). Nonlinear robust tracking control of a quadrotor uav on se (3). Asian Journal of Control, 15(2), 391–408.
- Li, J., Post, M., Wright, T., and Lee, R. (2013). Design of attitude control systems for cubesat-class nanosatellite. *Journal of Control Science and Engineering*, 2013, 4.
- Markley, F.L. and Crassidis, J.L. (2014). Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control, volume 33. Springer.
- Mehrjardi, M.F. and Mirshams, M. (2009). Design and manufacturing of a research magnetic torquer rod. In Fourth International Conference on Experimental Mechanics, 75221W–75221W. International Society for Optics and Photonics.
- MicroStrain, L. (2014). 3DM-GX4-25. URL http://www. microstrain.com.
- Nakamura, Y. (1990). Advanced robotics: redundancy and optimization. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.
- Pong, C.M. (2014). High-Precision Pointing and Attitude Estimation and Control Algorithms for Hardware-Constrained Spacecraft. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Savala, C. (2018). Designing a magnetic torque rod for a cubesat. poster. URL http://www.nps.edu/ Academics/GNCLab/ResearchLabs/GNCLab.html.
- Schultz, C.R. (2006). An Autonomous Underwater Vehicle for Validating Internal Actuator Control Strategies. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Sidi, M.J. (1997). Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach, volume 7. Cambridge university press.
- Snider, R.E. (2010). Attitude Control of a Satellite Simulator Using Reaction Wheels and a PID Controller. Master's thesis, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, OH, USA.
- Sugita, M. (2016). Torque distribution algorithm for effective use of reaction wheels torque and angular momentum. 67th International Astronautical Congress 2016.
- Wiley J. Larson, J.R.W. (2005). Space Mission Analysis and Design. Space Technology Library. Microcosm, 3rd edition. URL http://gen.lib.rus.ec/book/index. php?md5=DBC7580413EC91D289D95371EE0130B0.
- Wu, Y.H., Han, F., Zheng, M.H., Wang, F., Hua, B., Chen, Z.M., and Cheng, Y.H. (2018). Attitude tracking control for a space moving target with high dynamic performance using hybrid actuator. *Aerospace Science* and *Technology*.
- Yedamale, P. (2003). Brushless dc (bldc) motor fundamentals. *Microchip Technology Inc*, 20.