

Transporte colaborativo de carga entre dos vehículos aéreos no tripulados utilizando lógica difusa

Nadia S. Zúñiga * Julio C. De Dios * Filiberto Muñoz **
Luis R. García *** Marco A. Márquez * Eduardo S. Espinoza **

* Universidad Politécnica de Pachuca, Zempoala, Hidalgo, México. (e-mail: nasamzp,marquez@upp.edu.mx, jcesarupp93@gmail.com).

** Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN, Ciudad de México, México. (e-mail: filiberto.munoz@cinvestav.mx, eduardo.espinoza@cinvestav.mx).

*** Department of Electrical Engineering, Texas A&M University - Corpus Christi. Corpus Christi, TX, USA. (e-mail: luis.garcia@tamucc.edu)

Abstract: El modelo en tres dimensiones del sistema cooperativo para transporte de carga formado por dos vehículos cuadrrrotor con una carga suspendida tipo barra es obtenido utilizando la metodología de Euler-Lagrange. Una estrategia de control cooperativo basada en lógica difusa es propuesta, donde las dinámicas no modeladas y las perturbaciones generadas por la carga son aproximadas mediante un sistema difuso. Un conjunto de resultados experimentales son presentados para mostrar el desempeño de la estrategia de control propuesta.

Keywords: Control difuso, modelado e identificación de sistemas, transporte de carga, sistemas multi-agente, vehículos aéreos.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad las aplicaciones posibles para los vehículos aéreos no tripulados (UAVs por sus siglas en inglés) son diversas, entre ellas, la inspección y supervisión, monitoreo, recolección de imágenes y transporte de carga (Valavanis and Vachtsevanos, 2015), por mencionar algunas. Los principales enfoques que se han tomado para resolver el problema de transporte de carga utilizando UAVs son el proveer al robot con pinzas y llevar la carga suspendida vía cable. Al sujetar la carga con pinzas, aunque ésta vaya cerca del centro del gravedad del vehículo, incrementa la inercia del sistema y restringe al sistema a movimientos lentos (Doyle et al., 2013; Thomas et al., 2014), si bien hay aplicaciones donde la carga es manejada de manera "agresiva" (Tang et al., 2018). Por otra parte, llevando la carga unida al vehículo por medio de cable, se mantiene la agilidad del vehículo (Sadr et al., 2014; Cruz et al., 2015; Sreenath et al., 2013a,b; Dai et al., 2014).

Al igual que en el transporte de carga con un vehículo, al transportar en colaboración, las oscilaciones de la carga afectan a cada uno de los UAVs, lo que vuelve más complejo el diseño de control que establezca al sistema completo (Michael et al., 2011; Sreenath and Kumar, 2013). Estrada et al. (2017) desarrollaron una estrategia de control basada en pasividad para dos vehículos aéreos transportando una carga suspendida. Por otro lado, Meissen et al. (2017) proponen un control de formación basado en pasividad para múltiples UAVs transportando

una carga, para el caso de una carga rígida se puede aplicar control geométrico como se muestra en (Wu and Sreenath, 2014), donde la posición relativa entre los vehículos es controlada, además de compensar la fuerza aplicada por la carga suspendida.

La principal contribución de este manuscrito se enfoca en el diseño de una estrategia de control cooperativo para el transporte de carga entre dos cuadrrrotos, donde las dinámicas no modeladas y perturbaciones externas son aproximadas mediante un sistema difuso, las dinámicas no modeladas han sido aproximadas para sistemas no lineales (Ho et al., 2004; Lin and Mon, 2005). El resto del manuscrito está organizado de la siguiente forma: En la Sección 2, empleando la metodología de Euler Lagrange, se desarrolla el modelo matemático de dos vehículos cuadrrrotor realizando el transporte de una barra. La estrategia de control cooperativo con compensación difusa para el transporte de carga se presenta en la Sección 3. Los resultados experimentales son mostrados en la Sección 5. Finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones y trabajos futuros.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

El modelo matemático del i -ésimo cuadrrrotor con una carga suspendida via cable, se obtiene bajo las siguientes dos suposiciones: 1) el cable es rígido, no posee masa y es inelástico y 2) la carga está dividida entre los vehículos en partes iguales. Para

poder obtener el modelo matemático, es necesario definir tres marcos de referencia: 1) $\mathcal{I} = \{x_I, y_I, z_I\}$ que es el marco inercial, considerado fijo con respecto a la Tierra, 2) el marco fijo al cuerpo del cuadricóptero $\mathcal{B} = \{x_B, y_B, z_B\}$, cuyo origen está situado en el centro de masa del vehículo y 3) $\mathcal{C} = \{x_C, y_C, z_C\}$ es el marco inercial fijo en la carga, como se muestra en la Figura 1.

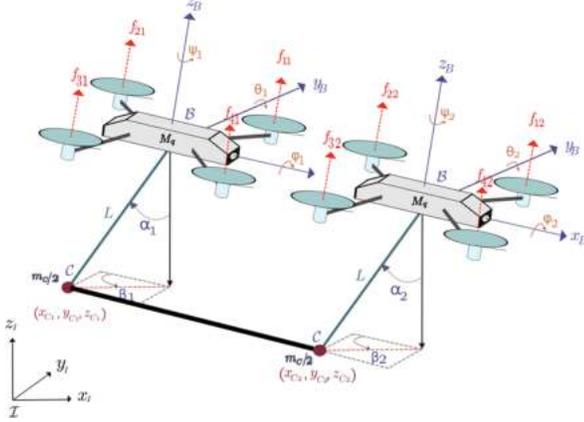


Fig. 1. Transporte de carga suspendida utilizando dos cuadricópteros moviéndose en el plano $x - y - z$.

Para un vehículo, el vector $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$ representa la posición del centro de masa del cuadricóptero expresado en el marco inercial \mathcal{I} , $\xi_c = [x_c \ y_c \ z_c]^T \in \mathbb{R}^3$ denota a la posición de la carga, $\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ son los ángulos de Euler: roll, pitch y yaw, respectivamente, los cuales denotan la posición angular del cuerpo con respecto al marco inercial, y $\eta_c = [\alpha \ \beta]^T$ representa los ángulos de la oscilación de la carga suspendida. M_q y m_c son la masa del cuadricóptero y de la carga, respectivamente, g es la aceleración debido a la gravedad. En este trabajo, se asume que la masa de la carga se divide de forma equitativa entre ambos vehículos. El vector de coordenadas generalizadas del sistema cuadricóptero-carga está compuesto por:

$$q = (x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi \ \alpha \ \beta)^T \in \mathbb{R}^8. \quad (1)$$

La derivación de las ecuaciones de movimiento se realiza aplicando la teoría de Euler-Lagrange, a partir de (2)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \begin{bmatrix} f \\ \tau \end{bmatrix}. \quad (2)$$

donde la función Lagrangiano $\mathcal{L}(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q)$ representa la energía total del sistema, $K(q, \dot{q})$ es la energía cinética total, $U(q)$ es la energía potencial total del sistema, f y τ son las entradas de control para la dinámica traslacional y rotacional del sistema, respectivamente. Para el sistema cuadricóptero-carga la energía cinética y potencial están dadas por (3)

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} M_q \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} m_c \dot{\xi}_c^T \dot{\xi}_c + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} + \frac{1}{2} I_c \dot{\eta}_c^T \dot{\eta}_c, \quad (3)$$

$$U(q) = M_q g z + m_c g z_c, \quad (4)$$

donde $\mathbb{J} = \mathbf{W}_\eta^T \mathbf{I} \mathbf{W}_\eta \in \mathbb{R}^3$ es la matriz de inercia total para la energía cinética rotacional, \mathbf{W}_η está dada por

$$\mathbf{W}_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix},$$

$\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de inercia del cuadricóptero, dada como sigue:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix},$$

donde I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} son los momentos de inercia del vehículo, I_c representa la inercia de la carga. La posición de la carga es expresada en términos de la posición de cuadricóptero, el cable de longitud L y la orientación de la carga como

$$\begin{aligned} x_c &= x - L \sin \alpha \\ y_c &= y - L \sin \beta \\ z_c &= z - L \cos \alpha \cos \beta. \end{aligned}$$

Sustituyendo (3) y (4), el Lagrangiano del sistema está dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} (M_q)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} (m_c)[(\dot{x}^2 - 2L\dot{x}\cos\alpha\dot{\alpha} + L^2\cos^2\alpha\dot{\alpha}^2 + \\ &\quad (\dot{y}^2 - 2L\dot{y}\cos\beta\dot{\beta} + L^2\cos^2\beta\dot{\beta}^2) + (\dot{z}^2 + 2L\cos\beta\sin\alpha\dot{z}\dot{\alpha} + L^2\cos^2\beta\sin^2\alpha\dot{\alpha}^2 + \\ &\quad 2L\cos\alpha\sin\beta\dot{z}\dot{\beta} + 2L^2\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta\dot{\alpha}\dot{\beta} + L^2\cos^2\alpha\sin^2\beta\dot{\beta}^2)] + \\ &\quad \frac{1}{2} [I_{xx}\dot{\phi}^2 - 2I_{xx}\sin\theta\dot{\phi}\dot{\psi} + \theta^2(I_{yy}\cos^2\phi + I_{zz}\sin^2\phi) + \\ &\quad \psi^2(I_{xx}\sin^2\theta + I_{zz}\cos^2\theta\cos^2\phi + I_{yy}\cos^2\theta\sin^2\phi) + \dot{\theta}\dot{\psi}(I_{yy} - I_{zz})\cos\theta\sin(2\phi)] \\ &\quad + \frac{1}{2} I_c(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) - M_q g z - m_c g(z - L\cos\alpha\cos\beta). \end{aligned} \quad (5)$$

A partir de (2) y (5), la ecuación del modelo matemático que describe al i -ésimo cuadricóptero con una carga suspendida está dado por (6), un trabajo interesante sobre múltiples cuadricópteros que llevan una carga rígida fue presentado por Wu and Sreenath (2014),

$$\mathbf{M}_i(q_i)\ddot{q}_i + \mathbf{C}_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + \mathbf{G}_i(q_i) = \mathbf{b}_i(q_i)\mathbf{u}_i, \quad i = 1, 2, \quad (6)$$

donde $\mathbf{M}_i(q_i) \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ es la matriz de inercia, la cual es simétrica y definida positiva, $\mathbf{C}_i(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ es la matriz de Coriolis, $\mathbf{G}_i(q_i) \in \mathbb{R}^8$ es el vector de la gravedad, $\mathbf{b}_i(q_i) \in \mathbb{R}^{8 \times 4}$ es la matriz de rotación para las entradas y $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^4$ es el vector de entradas del sistema $\mathbf{u}_i = [f_{q_i} \ \tau_i]^T$, donde $f_{q_i} = f_{1_i} + f_{2_i} + f_{3_i} + f_{4_i}$ es la fuerza de empuje total generada por los cuatro rotores. $\tau_i = [\tau_{\phi_i} \ \tau_{\theta_i} \ \tau_{\psi_i}]^T$, con τ_{ϕ_i} , τ_{θ_i} y τ_{ψ_i} son los torques de entrada para los ángulos roll, pitch and yaw, respectivamente. Las matrices $\mathbf{M}_i(q_i)$, $\mathbf{C}_i(q_i, \dot{q}_i)$ y $\mathbf{G}_i(q_i)$ están dadas por

$$\mathbf{M}_i(q_i) = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{17} & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{28} \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 & 0 & 0 & M_{37} & M_{38} \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & M_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & M_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{64} & M_{65} & M_{66} & 0 & 0 \\ M_{71} & 0 & M_{73} & 0 & 0 & 0 & M_{77} & M_{78} \\ 0 & M_{82} & M_{83} & 0 & 0 & 0 & M_{87} & M_{88} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde

$$\begin{aligned} M_{11} &= M_{22} = M_{33} = (M + m), M_{17} = M_{71} = -Lm\cos\alpha, M_{28} = M_{82} = -Lm\cos\beta, \\ M_{37} &= M_{73} = Lm\cos\beta\sin\alpha, M_{38} = M_{83} = Lm\cos\alpha\sin\beta, M_{44} = I_{xx}, M_{46} = M_{64} = \\ &= -I_{xx}\sin\theta, M_{55} = I_{yy}\cos^2\phi + I_{zz}\sin^2\phi, M_{56} = (I_{yy} - I_{zz})\cos\theta\cos\phi\sin\phi, M_{65} = (I_{yy} - \\ &= I_{zz})\cos\theta\cos\phi\sin\phi, M_{66} = I_{xx}\sin^2\theta + I_{yy}\sin^2\phi\cos^2\theta + I_{zz}\cos^2\phi\cos^2\theta, \\ M_{77} &= L^2m(\cos^2\alpha + \cos^2\beta\sin^2\alpha + I_c), M_{88} = L^2m(\cos^2\beta + \cos^2\alpha\sin^2\beta + I_c), \\ M_{78} &= M_{87} = L^2\cos\alpha\cos\beta\sin\alpha\sin\beta, \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_i(q_i, \dot{q}_i) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{37} & C_{38} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} & C_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{64} & C_{65} & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{77} & C_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{87} & C_{88} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde

$$\begin{aligned} C_{17} &= Lm_c \sin \alpha \dot{\alpha}, C_{28} = Lm_c \sin \beta \dot{\beta}, C_{37} = Lm_c \cos \beta \cos \alpha \dot{\alpha} - Lm_c \sin \beta \sin \alpha \dot{\beta}, \\ C_{38} &= Lm_c \cos \beta \cos \alpha \dot{\beta} - Lm_c \sin \beta \sin \alpha \dot{\alpha}, C_{45} = (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\psi} \cos \theta \sin^2 \theta + \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi) + \\ &(I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta - I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta, C_{46} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi, \\ C_{54} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\psi} \cos \theta \sin^2 \phi + \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta + I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta, \\ C_{55} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi, C_{56} = -I_{xx}\dot{\psi} \sin \theta \cos \theta + I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta + \\ &I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta, C_{64} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi - I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta, \\ C_{65} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\phi} \cos \theta \sin^2 \phi + \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta + \\ &I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta \sin \theta - I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta - I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta \sin \theta, \\ C_{66} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi + I_{xx}\dot{\theta} \sin \theta \cos \theta + I_{yy}\dot{\theta} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta + \\ &I_{zz}\dot{\theta} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta, C_{77} = L^2 m(-\sin(2\beta) \sin \alpha^2 \dot{\beta} - \sin(2\alpha) \dot{\alpha} + \cos \beta^2 \sin(2\alpha) \dot{\alpha} \\ &+ \cos \alpha \sin \alpha \dot{\alpha} - \cos \beta^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha}^2), C_{78} = L^2 m(\cos \beta^2 \cos \alpha \sin \alpha \dot{\beta}), \\ C_{87} &= L^2 m(\cos \alpha^2 \cos \beta \sin \beta \dot{\alpha}), C_{88} = L^2 m(-\sin(2\alpha) \sin \beta^2 \dot{\alpha} - \sin(2\beta) \dot{\beta} + \\ &\cos \alpha^2 \sin(2\beta) \dot{\beta} + \cos \beta \sin \beta \dot{\beta}^2 - \cos \alpha^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\beta}^2), \end{aligned}$$

$$\mathbf{G}(q) = [0 \ 0 \ (M+m)g \ 0 \ 0 \ 0 \ mgL \sin \alpha \cos \beta \ mgL \sin \beta \cos \alpha]^T, \quad (9)$$

donde

$$\mathbf{b}(q) = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & 0 & 0 & 0 \\ \cos \phi \cos \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

3. CONTROL COOPERATIVO DEL SISTEMA

En este trabajo la carga se considera parte de las dinámicas no modeladas y perturbaciones existentes en el sistema, cuyo efecto se busca minimizar por el controlador. Teniendo las variables del sistema

$$\mathbf{q}_i = [x_i \ y_i \ z_i \ \psi_i]^T, \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

el objetivo es llevar al vehículo a la posición deseada

$$\mathbf{q}_{d_i} = [x_{d_i} \ y_{d_i} \ z_{d_i} \ \psi_{d_i}]^T \quad i = 1, 2. \quad (12)$$

Parte del objetivo del controlador es que la carga se mantenga próxima al punto de equilibrio, sin oscilación, es decir, $\alpha \rightarrow 0$ y $\beta \rightarrow 0$.

El sistema (6), se puede reescribir de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} M_{q_i} \mathbf{I}_{t_i} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{r_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_{r_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{t_i} \\ \mathbf{D}_{r_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \boldsymbol{\tau}_i \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad (13)$$

donde $\mathbf{I}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la identidad, $\mathbf{M}_{r_i} \in \mathbb{J} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de inercia rotacional, $\mathbf{C}_{r_i} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de Coriolis y está dada por

$$\mathbf{C}_{r_i} = \begin{bmatrix} 0 & C_{45} & C_{46} \\ C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

donde los elementos de \mathbf{C}_r , son los mismos que los elementos de la matriz $\mathbf{C}_i(q, \dot{q})$ de la Ecuación (8), $\mathbf{G}_i = [0 \ 0 \ M_{q_i} g]^T$ es el vector de fuerza gravitacional, \mathbf{D}_{t_i} contiene las dinámicas no modeladas e incluye las perturbaciones externas generadas por la carga suspendida y se describe como

$$\mathbf{D}_{t_i} = \begin{bmatrix} M_{17} \dot{\alpha} + C_{17} \dot{\alpha} \\ M_{28} \dot{\beta} + C_{28} \dot{\beta} \\ M_{37} \dot{\alpha} + M_{38} \dot{\beta} + C_{37} \dot{\alpha} + C_{38} \dot{\beta} + m_c g \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

y $\mathbf{D}_{r_i} = 0$.

El esquema de control propuesto se muestra en la Figura 2. Las posiciones deseadas del i -ésimo vehículo x_{d_i} , y_{d_i} , z_{d_i} , junto con las dinámicas desconocidas y perturbaciones debido a la carga suspendida, se introducen al *Control Traslacional y de Altura* que calcula la señal de control f_{q_i} y genera los ángulos deseados θ_{d_i} y ϕ_{d_i} , los cuales, junto al ángulo deseado ψ_{d_i} son las señales de referencia para el *Control de Orientación*.

3.1 Control de Altura

Para el transporte de carga colaborativo (Michael et al., 2011), la dinámica de altura es controlada de manera independiente para cada vehículo. A partir de (13), la dinámica de altura para cada vehículo está dada de la siguiente forma:

$$\ddot{z}_i = \frac{1}{M_{q_i}} f(\mathbf{z}_i) + f_{q_i} \cos \theta_i \cos \phi_i - g, \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

donde el término $f(\mathbf{z}_i)$ contiene las dinámicas no conocidas y perturbaciones generadas por la carga y se asume desconocido en este trabajo.

La función $f(\mathbf{z}_i)$ es aproximada por $\hat{f}(\mathbf{z}_i)$ mediante un sistema difuso, utilizando la propiedad de ser aproximadores universales (Zeng and Singh, 1994, 1995). La salida del sistema difuso puede escribirse como:

$$\hat{f}(\mathbf{z}_i) = \boldsymbol{\theta}_f^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{z}_i), \quad (17)$$

donde

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{z}_i) = \frac{(\prod_{j=1}^n \mu_j(z_i))}{\sum_{j=1}^m (\prod_{j=1}^n \mu_j(z_i))},$$

es la función base difusa, $\mu_j(z_i)$ es la función de pertenencia de z_i de la n -ésima regla y $\boldsymbol{\theta}_f$ es un vector de parámetros adaptables. El sistema definido en la Ecuación (17), es aproximado mediante las siguientes reglas de lógica difusa SI - ENTONCES

Regla i : Si z es F_j^i y \dot{z} es F_n^i entonces y es θ_{f_i} , $i = 1, 2, \dots, n$.

Definiendo el vector de error para la dinámica de altura como $E_{z_i} = [z_i - z_{d_i}, \dot{z}_i - \dot{z}_{d_i}]$ y el vector de ganancias $K_{z_i} = [k_{z_{i1}}, k_{z_{i2}}]$, la señal de control para la dinámica de altura de cada vehículo se aplica la siguiente señal de control

$$f_{q_i} = \frac{M_{q_i}}{\cos \theta_i \cos \phi_i} [-\hat{f}(\mathbf{z}_i) + K_{z_i}^T E_{z_i} + \ddot{z}_{d_i}] + g, \quad (18)$$

sustituyendo (18) en (16) la dinámica en lazo cerrado queda expresada por (19)

$$\dot{E}_{z_i} = A E_{z_i} + B[\Phi^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{z}_i) + \boldsymbol{\omega}], \quad (19)$$

donde $\Phi = \boldsymbol{\theta}_f - \boldsymbol{\theta}_f^*$ es el error del parámetro de estimación, $\boldsymbol{\omega} = \hat{f}(\mathbf{z}_i) - f(\mathbf{z}_i)$ es el error de aproximación de la función desconocida (Ho et al., 2004) y las matrices A y B están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_{z_{i1}} & k_{z_{i2}} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

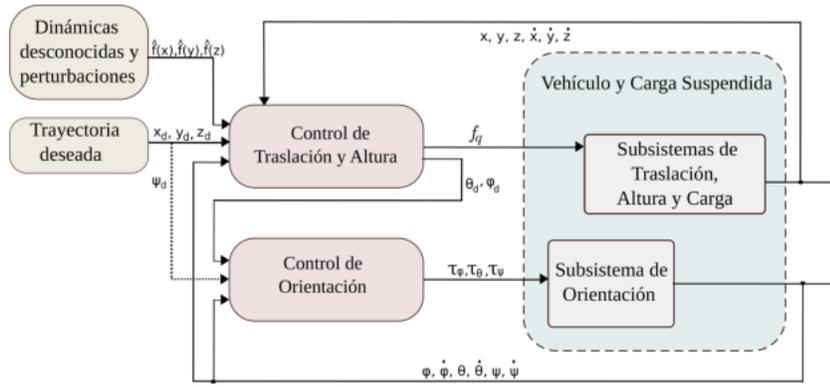


Fig. 2. Diagrama a bloques de la estructura de control propuesta para transporte de carga en el plano $X - Y - Z$.

Eligiendo la función candidata de Lyapunov como:

$$V = \frac{1}{2} E_{z_i}^T P E_{z_i} + \frac{1}{2} \Phi^T \Phi, \quad (21)$$

donde P es una matriz simétrica y definida positiva. La derivada temporal de la Ecuación (21) a lo largo de las trayectorias del sistema (19), con $M = B[\Phi^T \xi(z_i) + \omega]$ está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{E}_{z_i}^T P E_{z_i} + \frac{1}{2} E_{z_i}^T P \dot{E}_{z_i} + \frac{1}{\gamma} \Phi^T \dot{\Phi} \\ &= \frac{1}{2} (E_{z_i}^T A + M) P E_{z_i} + \frac{1}{2} E_{z_i}^T P E_{z_i}^T A + M + \frac{1}{\gamma} \Phi^T \dot{\Phi}, \end{aligned}$$

eligiendo la ganancia de adaptación como $\dot{\theta}_f = -\gamma E_{z_i}^T P B \xi(z_i)$, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} E_{z_i}^T Q E_{z_i} + E_{z_i}^T P B \omega, \quad (22)$$

donde Q es la solución de la ecuación de Lyapunov $A^T P + P A = -Q$, si el error de aproximación θ_f es mantenido lo suficientemente pequeño utilizando el sistema difuso, el error de seguimiento E_{z_i} será últimamente acotado.

3.2 Control de Traslación en el plano $X-Y$

La dinámica traslacional para ambos vehículos en el eje X está dada por:

$$\ddot{x}_i = \frac{1}{M_q} f(\mathbf{x}_i) + (\cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i) f_{q_i}, \quad i = 1, 2, \quad (23)$$

si se define una señal virtual tomando en cuenta los ángulos de orientación $\mu_{x_i} = \cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i$, al ser esta parte manejada por el propio cuadrirrotor, podemos encontrar que la propuesta de control que como:

$$\mu_{x_i} = \frac{M_q}{f_q} [-\hat{f}(\mathbf{x}_i) + R_{x_i} + \ddot{x}_d], \quad i = 1, 2, \quad (24)$$

con $\hat{f}(\mathbf{x}_i)$ dada por (17) y el control PD R_{x_i} está dado por:

$$\begin{aligned} R_{x_i} &= -k_{p_x} \tilde{x}_i - k_{d_x} \tilde{v}_i - c \sum_{j=1}^2 (k_{p_x} (\tilde{x}_j - \tilde{x}_i) + k_{d_x} (\tilde{v}_j - \tilde{v}_i)), \\ i &= 1, 2, \end{aligned} \quad (25)$$

donde $k_{p_x} > 0$, $k_{d_x} > 0$ y $c > 0$, \tilde{x}_i y \tilde{v}_i representan los errores de seguimiento entre la posición y velocidad del i -ésimo cuadrirrotor y la posición y velocidad deseadas (x_d y v_d), y se definen como

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= x_i - x_d \\ \tilde{v}_i &= v_i - v_d. \end{aligned}$$

Se puede observar que (25), incluye tanto al error de entre el i -ésimo cuadrirrotor y la referencia deseada, así como al error de posición y velocidad entre ambos vehículos. Definiendo $\tilde{z}_i = [\tilde{x}_i \ \tilde{v}_i]^T$ y $K_x = [k_{p_x} \ k_{d_x}]$, la ecuación (25) puede ser reescrita como:

$$R_{x_i} = -K_x (c(\tilde{z}_j - \tilde{z}_i) + \tilde{z}_i). \quad (26)$$

Aplicando la ley de control (24) a las dinámicas traslacionales (23), la dinámica del error del i -ésimo cuadrirrotor está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i &= \tilde{v}_i \\ \dot{\tilde{v}}_i &= -K_x (c(\tilde{z}_j - \tilde{z}_i) + \tilde{z}_i) + [f(\mathbf{x}_i) - \hat{f}(\mathbf{x}_i)], \end{aligned} \quad (27)$$

la cual puede reescribirse en forma matricial como:

$$\dot{\tilde{z}}_i = A \tilde{z}_i + B K_x (c(\tilde{z}_j - \tilde{z}_i) + \tilde{z}_i) + B [-\Phi_i^T \xi(\mathbf{x}) + \omega_i], \quad (28)$$

con A y B definidas como:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

La dinámica global del error traslacional del sistema compuesto por dos cuadrirrotores con una carga suspendida está dada por:

$$\dot{\tilde{z}} = A_z \tilde{z} + (I_2 \otimes B) [-\Phi_x^T \xi(\mathbf{x}) + \omega], \quad (30)$$

donde $A_z = [(I_2 \otimes A) + (cL \otimes B K_x)]$, $L = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ es una matriz no singular, $\Phi_x = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 \\ 0 & \Phi_2 \end{bmatrix}$ y $\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}$. La ganancia de realimentación K_x está dada por:

$$K_x = -B^T P, \quad (31)$$

donde $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es una matriz definida positiva y la solución de la Ecuación Algebraica de Riccati

$$A^T P + P A - P B B^T P = -Q, \quad (32)$$

donde $Q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es una matriz definida positiva.

Lema 1. Defínase el vector q como:

$$q = [q_1, q_2]^T = L^{-1} [1, 1]^T,$$

la matriz T como

$$T = \text{diag}\{1/q_1, 1/q_2\}, \quad (33)$$

y la matriz $M = TL + L^T T$ donde $T > 0$ y $M > 0$.

Nota: $\underline{\sigma}(\cdot)$ y $\overline{\sigma}(\cdot)$ son el eigenvalor mínimo y máximo de la matriz, respectivamente.

Teorema 1. Considere la dinámica global de error dada por la Ecuación (30). Asumiendo que las matrices (A, B) son estabilizables y que al menos uno de los vehículos tiene acceso a la información de la señal de referencia x_d . Seleccionando la señal de control como en (24), donde la ganancia de acoplamiento c y la matriz Q satisfacen

$$c > \frac{1}{\min(q_i m_i)},$$

$$\underline{\sigma}(Q) > \frac{\eta^2}{2\min(t_i)}, \quad i = 1, 2,$$

donde m_i es el i -ésimo eigenvalor de M , $\eta = \overline{\sigma}(T)\overline{\sigma}(PB)\Phi_M$ con $\|\Phi_x\| \leq \Phi_M$ donde Φ_M es una constante positiva. El error de seguimiento global en lazo cerrado es uniformemente últimamente acotado y satisface

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\tilde{z}_i\| \leq \gamma,$$

para alguna constante γ positiva.

La prueba de estabilidad del Teorema es omitida por motivos de espacio.

Siguiendo el mismo procedimiento, la dinámica traslacional para ambos vehículos en el eje Y está dada por:

$$\ddot{y}_i = \frac{1}{M_q} f(y_i) + (\cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i - \sin \phi_i \cos \psi_i) f_{q_i}, \quad i = 1, 2 \quad (34)$$

donde la señal de control virtual $\mu_{y_i} = \cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i - \sin \phi_i \cos \psi_i$, se elige como

$$\mu_{y_i} = \frac{M_q}{f_q} [-\hat{f}(y_i) + R_{y_i} + \ddot{y}_d], \quad i = 1, 2 \quad (35)$$

Finalmente, a partir de la definición de las señales de control virtual μ_x y μ_y se obtienen los ángulos deseados para el control de orientación en roll ϕ_d y pitch θ_d como:

$$\phi_d = \text{asin}(\mu_x \sin \psi_d - \mu_y \cos \psi_d),$$

$$\theta_d = \text{asin} \left(\frac{\cos \psi \mu_x + \sin \psi \mu_y}{\cos \phi_d} \right). \quad (36)$$

3.3 Control de Orientación

Debido a que las dinámicas de orientación no se ven afectadas por la carga suspendida, un controlador proporcional derivativo para las dinámicas de roll, pitch y yaw es diseñada. La señal de control para el ángulo de orientación para el i -ésimo vehículo, está dado por:

$$\tau_{\lambda_i} = \left(-k_{p_\lambda} e_{\lambda_i} - k_{d_\lambda} \dot{e}_{\lambda_i} + \ddot{\lambda}_{d_i} \right), \quad i = 1, 2, \quad (37)$$

donde las ganancias k_{p_λ} y k_{d_λ} son elegidas positivas para cada cuadrirrotor y para cada ángulo de orientación, siendo λ sustituida por ϕ para la orientación en roll, θ para el ángulo que orientación pitch y para el caso de yaw se reemplazaría por ψ . De este modo se tienen tres leyes de control con la forma (37) para el sistema de orientación, con lo que se garantiza que los errores e_{ϕ_i} , e_{θ_i} y e_{ψ_i} convergerán asintóticamente a cero para ambos vehículos.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para la implementación de las estrategias de control desarrolladas se utilizó la plataforma experimental que se muestra en la Figura 3, la cual consiste de un sistema de captura de movimiento VICON compuesto de 8 cámaras, las estrategias de control fueron implementados utilizando la plataforma del Sistema Operativo para Robots (ROS). Los vehículos tipo

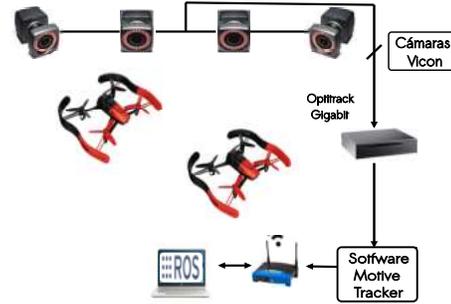


Fig. 3. Banco de pruebas para el sistema cuadrirrotor-carga.

cuadrirrotor modelo Bebop y una carga tipo barra de 120 g. de masa durante la realización de los experimentos se presentan en la Figura 4.



Fig. 4. Sistema compuesto por dos cuadrirrotores transportando una carga tipo barra.

En este experimento la altura para ambos vehículos se mantuvo en 1m. Para el eje X, la señal de referencia deseada es $x_d = (0.2t - 1) m$. Para el eje Y, la señal de referencia para el primer vehículo es $y_{d1} = (0.2t - 1) m$. y para el segundo vehículo es $y_{d2} = 0.2t m$. Se puede observar el seguimiento de trayectoria satisfactorio en las dinámicas traslacionales de ambos vehículos, donde la estrategia de control cooperativa desarrollada compensa las perturbaciones generadas por la barra.

La misma prueba fue realizada utilizando controladores tipo proporcional derivativo para la dinámica traslacional, los resultados obtenidos se presentan en la Figura 6. Se aprecia que con el controlador proporcional derivativo los vehículos muestran oscilaciones en su posición originadas por las perturbaciones inducidas por la barra, mientras que el control cooperativo combinado con el sistema difuso es capaz de compensar dichas perturbaciones.

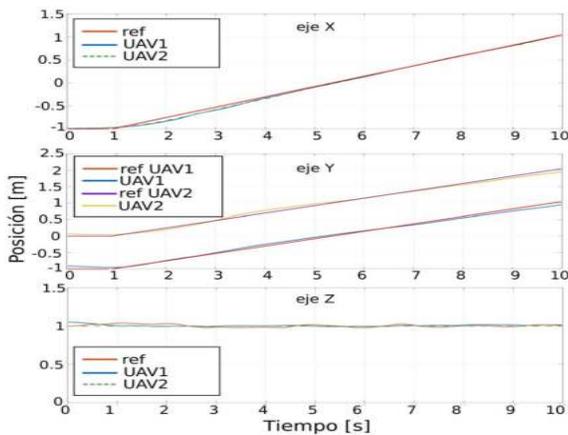


Fig. 5. Comportamiento de la posición del vehículo 1 y 2 en los ejes X, Y y Z.

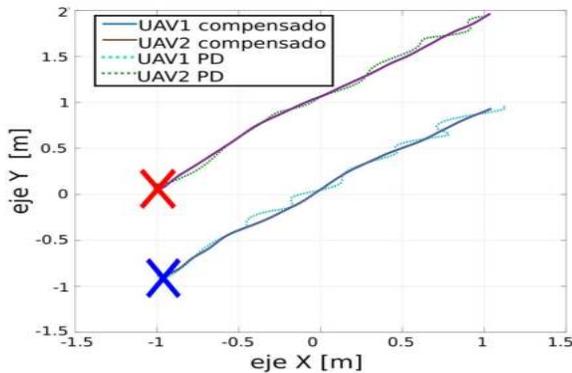


Fig. 6. Comportamiento de la posición del vehículo 1 y 2 en el plano X - Y.

Un video de los experimentos realizados se puede visualizar en <https://www.youtube.com/watch?v=FaowTt3G0kw&app=desktop>.

5. CONCLUSIONES

Una estrategia de control para el transporte cooperativo entre dos vehículos tipo cuadrirrotor fue desarrollado, donde las dinámicas no modeladas y las perturbaciones externas fueron aproximadas mediante un sistema difuso. Los resultados experimentales muestran que el controlador desarrollado permite a los vehículos realizar el transporte de la carga de forma satisfactoria y superando en desempeño a un controlador proporcional derivativo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue soportado parcialmente por la Secretaría de Educación Pública (SEP) y por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y el Proyecto *Laboratorio Nacional en Vehículos Autónomos y Exoesqueletos 295536*.

REFERENCES

- Cruz, P., Oishi, M., and Fierro, R. (2015). Lift of a cable-suspended load for a quadrotor: a hybrid system approach. In *American Control Conference*, 1887–1892. Chicago, IL, USA.
- Dai, S., Lee, T., and Bernstein, D. (2014). Adaptive control of a quadrotor uav transporting a cable-suspended load with unknown mass. In *IEEE Conference on Decision and Control*, volume 53, 6149–6154. Los Angeles, California, USA.
- Doyle, C., Bird, J., Isom, T., Kallman, J., Bareiss, D., Dunlop, D., Abbott, R.K.J., and Minor, M. (2013). An avian-inspired passive mechanism for quadrotor perching. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(2), 506–517.
- Estrada, J., Bonilla, M., and Lozano, R. (2017). Cooperative control for load transportation using two pvtol vehicles with a passivity approach. In *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*, 1385–1391. Miami, FL, USA.
- Ho, H., Wong, Y., and Rad, A. (2004). Adaptive fuzzy sliding mode control design: Lyapunov approach. In *Asian Control Conference*, volume 5, 1502–1507.
- Lin, C. and Mon, Y. (2005). Decoupling control by hierarchical fuzzy sliding-mode controller. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(4), 593–598.
- Meissen, C., Klausen, K., Arcaç, M., Fossen, T., and Packard, A. (2017). Passivity-based formation control for uavs with a suspended load. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 13150–13155.
- Michael, N., Fink, J., and Kumar, V. (2011). Cooperative manipulation and transportation with aerial robots. *Autonomous Robots*, 30(1), 73–86.
- Sadr, S., Ali, S., Moosavian, A., and Zarafshan, P. (2014). Dynamics modeling and control of a quadrotor with swing load. *Journal of Robotics*, 12 pages.
- Sreenath, K. and Kumar, V. (2013). Dynamics, control and planning for cooperative manipulation of payload suspended cables from multiple quadrotor robots. In *Robotics: Science and Systems*. This paper won the RSS Best Paper Award 2013.
- Sreenath, K., Lee, T., and Kumar, V. (2013a). Geometric control and differentially-flat of a quadrotor uav with cable-suspended load. In *IEEE Conference on Decision and Control*, volume 52, 2269–2274. Florence, Italy.
- Sreenath, K., Michael, N., and Kumar, V. (2013b). Trajectory generation and control of a quadrotor with a cable-suspended load - a differentially-flat hybrid system. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 4888–4895. Karlsruhe, Germany.
- Tang, S., Wuest, V., and Kumar, V. (2018). Aggressive flight with suspended payloads using vision-based control. *IEEE Robotics and Automation Letter*, 3(2), 1152–1159.
- Thomas, J., Loianno, G., Polin, J., Sreenath, K., and Kumar, V. (2014). Toward autonomous avian-inspired grasping for micro aerial vehicles. *Bioinspiration and Biomimetics*, 9(2), 1–15.
- Valavanis, K. and Vachtsevanos, G. (2015). *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*. Springer Netherlands.
- Wu, G. and Sreenath, K. (2014). Geometric control of multiple quadrotors transporting a rigid-body load. In *IEEE Conference on Decision and Control*, volume 53, 6141–6148. Los Angeles, California, USA.
- Zeng, X. and Singh, M. (1994). Approximation theory of fuzzy systems-iso case. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2(2), 162–176.
- Zeng, X. and Singh, M. (1995). Approximation theory of fuzzy systems-mimo case. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 3(2), 219–235.