

Modelado y control de un esquema líder-seguidor basado en distancia y ángulo ^{*}

O. González-Medina ^{*} J. González-Sierra ^{**} A. Dzul ^{*}
E.G. Hernández-Martínez ^{***} P. Paniagua-Contro ^{***}

^{*} *Tecnológico Nacional de México/I.T. de La Laguna Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México (e-mail: oscar.adriangm@hotmail.com, dzul@faraday.itlalaguna.edu.mx)*

^{**} *CONACYT-Tecnológico Nacional de México/I.T. de La Laguna Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México (e-mail: jamesgsjr@hotmail.com).*

^{***} *Departamento de Ingeniería, Universidad Iberoamericana, 01219 Ciudad de México, México (e-mail: eduardo.gamaliel@ibero.mx, pablo.paniaguac@gmail.com)*

Resumen: Este trabajo está enfocado en la obtención de un modelo matemático basado en distancia y ángulo para un sistema multi-agente, conformado por dos robots móviles del tipo diferencial, utilizando el esquema líder-seguidor. Dicho modelo matemático se obtiene a partir del modelo cinemático de los robots móviles. Posteriormente, se presenta una estrategia de control, bajo el enfoque de linealización por retroalimentación dinámica, la cual permite al agente seguidor mantener una distancia y un ángulo deseado con respecto al agente líder. Las simulaciones numéricas muestran el desempeño del controlador y son validadas experimentalmente.

Keywords: Sistema multi-robot, Control de formación, Líder-seguidor, Robot diferencial.

1. INTRODUCCIÓN

El control cooperativo de sistemas multi-agente ha tomado gran importancia en los últimos años, específicamente el control de formación, el cual consiste en alinear a un grupo de agentes dentro de un patrón geométrico deseado. Para abordar este problema existen diferentes enfoques tanto para el modelado del sistema como para el control del mismo.

De acuerdo a Yamaguchi et al (2003), básicamente existen dos esquemas en los que están basados los sistemas multi-robot cooperativos: los basados en comportamiento y los basados en modelos. Los esquemas basados en comportamiento imitan la conducta y organización colectiva de seres biológicos (conocidos en la literatura como swarms), tales como los bancos de peces, las parvadas de aves, las colonias de hormigas, etc. Hamann et al (2004), Gazi (2015), Balch et al (1998), Sakurama et al (2018), Wiech et al (2018).

Por otra parte, en los esquemas basados en modelos, se obtienen las ecuaciones matemáticas que describen la

cinemática o dinámica de cada robot móvil, así como las interacciones entre estos, donde el comportamiento de cada robot móvil está gobernado por su respectiva ley de control. Algunas técnicas de interacción entre robots utilizadas en este esquema son: campos potenciales artificiales, métodos de Lyapunov, análisis de topología/geometría, modelos de ecuaciones diferenciales, teoría de grafos, predicción del movimiento de cohesión, frecuencia de colisión, fuerzas de atracción y repulsión de partículas, etc. Hamann et al (2004). Sin embargo, para la implementación de la mayoría de estas técnicas, se requiere de un sistema que permita conocer las posiciones de cada robot dentro de un marco de referencia inercial.

Actualmente el enfoque basado en distancia toma gran importancia debido a que los agentes no requieren un sistema de coordenadas global para posicionarse. Considerando una estructura tipo líder-seguidor, cada agente seguidor es controlado tomando en cuenta la distancia relativa entre agentes. Uno de los primeros trabajos que aborda este enfoque se presenta en Desai et al (1998), donde se diseña una estrategia de control para formar a un grupo de robots utilizando la distancia y el ángulo de alineamiento respecto al líder. De manera similar, en Desai et al (2001), los autores proponen una estrategia de

^{*} Los autores agradecen el soporte financiero de CONACYT 817174 y 266524 y del proyecto del Tecnológico Nacional de México.

control para lograr la formación de un grupo de robots no holónomos y, además, evadir obstáculos cambiando la formación. Por otro lado en Lopez-Gonzalez et al (2016) se presenta un esquema de formación considerando que los controles locales de cada agente pueden ser equipados con sensores de orientación y distancia. Siguiendo este esquema, en Oh et al (2011) se presenta una ley de control, obtenida a partir de la dinámica de la distancia que logra que los errores de formación converjan exponencialmente a cero. Por su parte Kang et al (2014) presenta una ley de control adaptable, basada en distancia, para mantener la formación de un sistema líder-seguidor, conformado por aviones, cuya velocidad es constante y está definida por la velocidad del líder. En Ahmadi et al (2016) se utiliza la dinámica de los robots no holónomos para proponer una ley de control, obtenida a través del gradiente de una función que depende de la distancia y el ángulo, con el objetivo de lograr una formación deseada. Mientras que en Mastellone et al (2007) proponen un control de formación basado en distancia, diseñado mediante el método de análisis de Lyapunov, para garantizar la evasión de colisiones y el seguimiento de la trayectoria por el grupo de agentes, siendo necesario en estos últimos un sistema de coordenadas global. Finalmente, en Khaled (2015) se propone un control por modos deslizantes para mantener la formación durante el vuelo de un conjunto de UAVs (vehículos aéreos no tripulados, del inglés *Unmanned Aerial Vehicles*) del tipo Quad-Rotor, en movimientos planares X-Y; mientras que en Vallejo et al (2015) se propone una ley de control por backstepping para resolver el problema de formación líder-seguidor de un Quad-Rotor siguiendo como líder a un robot móvil tipo diferencial.

Tanto en los trabajos de Desai et al (1998), y Desai et al (2001) así como en el trabajo de Lopez-Gonzalez et al (2016), se controla un punto diferente al punto medio del eje de las ruedas, lo cual implica que no está definido si el vehículo va de frente o en reversa; mientras que en el de trabajo de Oh et al (2011) y Kang et al (2014) se consideran agentes puntuales. Por lo tanto, tienen la desventaja de carecer de la definición de la orientación. Por último en Mastellone et al (2007) y Ahmadi et al (2016), se considera un sistema de coordenadas global, necesitando entonces el conocimiento de las coordenadas de todos los agentes, lo cual conlleva a tener un sistema centralizado y en un ambiente totalmente controlado.

Con el fin de resolver los inconvenientes antes mencionados, este trabajo se enfoca en la obtención de un modelo matemático, basado en distancia y ángulo, de un sistema multi-agente compuesto por dos robots móviles del tipo diferencial bajo el esquema líder-seguidor; cada vehículo es controlado desde el punto medio del eje de las ruedas, y considerando como marco de referencia el del robot líder. Dicho modelo matemático se obtiene a partir del modelo cinemático de ambos robots móviles. Posteriormente, se diseña una estrategia de control, utilizando técnicas de linealización por retroalimentación, para lograr el control de formación. Con base en lo anterior, el control de formación propuesto usa solamente información local de los

sensores en un esquema líder-seguidor. En ese sentido, se asume que cada robot está equipado con sensores que miden la distancia y orientación de un robot con respecto a otro (*e.g.* cámaras de video, sonares, láser, giroscopio, etc); además, se considera que el movimiento del líder ya está planeado.

El artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 presenta el planteamiento del problema y la obtención del modelo basado en distancia y ángulo. En la Sección 3 se presenta el diseño de la ley de control y se exhiben en detalle los resultados teóricos. Las simulaciones numéricas y los resultados experimentales se presentan en la Sección 4. Finalmente, en la Sección 5 se presentan las conclusiones y trabajo futuro.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

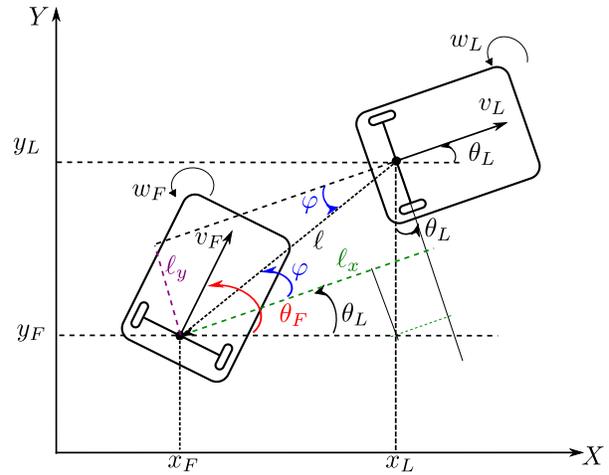


Figura 1. Esquema líder-seguidor.

Sea $N = \{R_F, R_L\}$ el conjunto compuesto por dos robots móviles del tipo diferencial, donde R_L es el agente líder y R_F el agente seguidor. El modelo cinemático de cada agente (Figura 1), está dado por

$$\dot{x}_j = v_j \cos \theta_j, \quad (1a)$$

$$\dot{y}_j = v_j \sin \theta_j, \quad (1b)$$

$$\dot{\theta}_j = w_j, \quad (1c)$$

con $j = L, F$; donde $[x_j \ y_j]^\top \in \mathbb{R}^2$ es la posición del punto medio del eje de las ruedas, θ_j es el ángulo de orientación con respecto al eje horizontal X , y $[v_j \ w_j]^\top \in \mathbb{R}^2$ son las velocidades longitudinal y angular, respectivamente y corresponden a las entradas de control. Por otra parte, a partir de la Figura 1, se define a ℓ y φ como la distancia y el ángulo que existe entre el agente líder y el agente seguidor, respectivamente. Además, note que ℓ_x y ℓ_y son las componentes de ℓ en el marco de referencia del líder.

Con base en lo anterior, el problema consiste en obtener un modelo matemático basado en distancia y ángulo de un sistema multi-agente, conformado por robots móviles del tipo diferencial, al cual se le pueda diseñar una

ley de control que permita a los agentes mantenerse a una distancia y ángulo deseado mientras se realiza el seguimiento de una trayectoria deseada, *i.e.*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \ell = \ell_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi = \varphi_d,$$

donde ℓ_d es una distancia deseada y φ_d es un ángulo deseado.

2.1 Modelado

Para obtener el modelo cinemático basado en distancia y ángulo en un esquema líder-seguidor, en primera instancia, se requiere proyectar las distancias entre los agentes con respecto al marco de referencia del líder, las cuales están dadas por

$$\ell_x = -(y_L - y_F) \sin \theta_L - (x_L - x_F) \cos \theta_L, \quad (2a)$$

$$\ell_y = -(y_L - y_F) \cos \theta_L + (x_L - x_F) \sin \theta_L, \quad (2b)$$

mientras que la distancia entre agentes, en función de la posición de cada uno de ellos, está dada por

$$\ell = \sqrt{(x_L - x_F)^2 + (y_L - y_F)^2}. \quad (3)$$

Por otra parte, note que la distancia ℓ puede ser expresada en función de sus componente ℓ_x y ℓ_y como

$$\ell = \sqrt{\ell_x^2 + \ell_y^2}, \quad (4)$$

así como ℓ_x y ℓ_y se pueden expresar en función de ℓ y el ángulo φ , de la siguiente manera

$$\ell_x = -\ell \cos \varphi, \quad \ell_y = -\ell \sin \varphi. \quad (5)$$

Con el fin de representar el sistema líder-seguidor en función de ℓ y φ , se obtendrán sus derivadas. Derivando (2) y (4) y, sustituyendo el modelo cinemático (1), se obtiene lo siguiente

$$\dot{\ell}_x = -v_L + v_F \cos(\theta_F - \theta_L) + w_L \ell_y, \quad (6a)$$

$$\dot{\ell}_y = v_F \sin(\theta_F - \theta_L) - \ell_x w_L, \quad (6b)$$

$$\dot{\ell} = \frac{\ell_x \dot{\ell}_x + \ell_y \dot{\ell}_y}{\ell}. \quad (6c)$$

Sustituyendo (5), (6a) y (6b) en (6c), se obtiene lo siguiente

$$\dot{\ell} = v_L \cos \varphi - v_F \cos(\theta_F - \theta_L - \varphi). \quad (7)$$

Por otro lado, a partir de (5), el ángulo φ se define como $\varphi = \arctan\left(\frac{\ell_y}{\ell_x}\right)$, cuya derivada está dada por

$$\dot{\varphi} = \frac{\ell_x \dot{\ell}_y - \ell_y \dot{\ell}_x}{\ell^2}. \quad (8)$$

Sustituyendo (5), (6a) y (6b) en (8), se tiene que la dinámica de φ está dada por

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{\ell} [-v_F \sin(\theta_F - \theta_L - \varphi) - \ell w_L - v_L \sin \varphi]. \quad (9)$$

Finalmente, el modelo expresado en forma matricial queda definido como

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{f}_\eta(v_L, w_L, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_\eta(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{u}_F, \quad (10)$$

donde

$$\mathbf{f}_\eta = \begin{bmatrix} v_L \cos(e_\theta - \varphi) \\ -\frac{v_L}{\ell} \sin(e_\theta - \varphi) - w_L \\ -w_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_\eta = \begin{bmatrix} -\cos(e_\theta - \varphi) & 0 \\ -\frac{\sin(e_\theta - \varphi)}{\ell} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

con $e_\theta = \theta_F - \theta_L$, $\boldsymbol{\eta} = [\ell \ \varphi \ e_\theta]^\top \in \mathbb{R}^3$ es el vector de estados del sistema y $\mathbf{u}_F = [v_F \ w_F]^\top \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entradas de control para el agente seguidor.

Comentario 1. En este trabajo se asume que el agente líder puede ser controlado y éste, sigue una trayectoria cuyas ecuaciones satisfacen las restricciones dadas por este tipo de robots. En ese sentido, el modelo dado en (10) incluye implícitamente las restricciones no-holónomas de los robots diferenciales.

Note que la matriz de desacoplamiento del sistema (10), con la salida $\mathbf{h} = [\ell \ \varphi]^\top$, está dada por

$$\hat{\mathbf{g}}_\eta = \begin{bmatrix} -\cos(e_\theta - \varphi) & 0 \\ \frac{\sin(e_\theta - \varphi)}{\ell} & 0 \end{bmatrix},$$

la cual, evidentemente, es singular, por lo tanto no es posible desacoplar la respuesta entrada-salida del sistema con una ley de control por realimentación estática. Para resolver este problema, se considera el modelo dinámico extendido añadiendo un integrador a la salida de la velocidad longitudinal v_F , obteniéndose el siguiente sistema

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\eta}}} = \bar{\mathbf{f}}_\eta(v_L, w_L, \bar{\boldsymbol{\eta}}) + \bar{\mathbf{g}}_\eta \bar{\mathbf{u}}_F, \quad (11)$$

con

$$\bar{\mathbf{f}}_\eta = \begin{bmatrix} v_L \cos \varphi - v_F \cos(e_\theta - \varphi) \\ -\ell w_L - v_L \sin \varphi - v_F \sin(e_\theta - \varphi) \\ \ell \\ 0 \\ -w_L \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{g}}_\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

donde $\bar{\boldsymbol{\eta}} = [\ell \ \varphi \ v_F \ e_\theta]^\top \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados extendido, $\bar{\mathbf{u}}_F = [u_F \ w_F]^\top \in \mathbb{R}^2$ es el nuevo vector de entradas de control con u_F como la nueva entrada de control para el agente seguidor. Nuevamente, considerando a \mathbf{h} como salida del sistema (11), se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{f}_h(v_L, w_L, v_F, e_\theta, \dot{v}_L, \dot{w}_L, \mathbf{h}) + \mathbf{g}_h(e_\theta, v_F, \mathbf{h}) \bar{\mathbf{u}}_F, \quad (12)$$

donde

$$\mathbf{f}_h = \begin{bmatrix} a_1 \\ -\dot{w}_L + a_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}_h = \begin{bmatrix} -\cos(e_\theta - \varphi) & v_F \sin(e_\theta - \varphi) \\ -\frac{\sin(e_\theta - \varphi)}{\ell} & -\frac{v_F \cos(e_\theta - \varphi)}{\ell} \end{bmatrix},$$

con

$$a_1 = \dot{v}_L \cos \varphi + v_L w_L \sin \varphi + \frac{1}{\ell} (v_L \sin \varphi + v_F \sin(e_\theta - \varphi))^2, \\ a_2 = \frac{1}{\ell} [-\dot{v}_L \sin \varphi + v_L w_L \cos \varphi] \\ + \frac{1}{\ell^2} [v_L^2 \sin 2\varphi - v_F^2 \sin 2(e_\theta - \varphi) + 2v_F v_L \sin(e_\theta - 2\varphi)],$$

donde \dot{v}_L corresponde a la aceleración longitudinal del líder. En este caso consideramos que es posible controlar

el punto medio del eje de las ruedas del agente líder Rodríguez-Cortés et al (2007).

Debido a que el determinante de la matriz de desacoplamiento es $\det(g_h) = \frac{v_F}{\ell}$, entonces, la matriz es no singular para todo $v_F \neq 0$. Esto implica que la ley de control por retroalimentación dinámica no se puede aplicar cuando los agentes están en reposo, *i.e.* $v_F = v_L = 0$. Para resolver la singularidad de $v_F = 0$, se propone como salida alterna la velocidad longitudinal y el ángulo de orientación del agente seguidor, *i.e.* $\bar{\mathbf{h}} = [v_F \ \theta_F]^\top$. Al derivar la salida $\bar{\mathbf{h}}$ con respecto al tiempo, se obtiene el siguiente sistema

$$\dot{\bar{\mathbf{h}}} = \begin{bmatrix} u_F \\ w_F \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Comentario 2. El grado relativo del sistema extendido (11) con la salida \mathbf{h} , es $\{2, 2\}$. Debido a que la dimensión de (11) es de 4 y la suma de los grados relativos también es 4, entonces, es posible diseñar una ley de control que linealice completamente el sistema (11).

Comentario 3. El grado relativo del sistema extendido (11) con la salida $\bar{\mathbf{h}}$ es $\{1, 1\}$. Por lo tanto, la dimensión de la dinámica cero del sistema (11) es de 2, y corresponde a la evolución de los estados ℓ y φ .

3. DISEÑO DE LA ESTRATEGIA DE CONTROL

En esta sección se diseña la ley de control que logra que el agente seguidor se mantenga a una distancia y ángulo deseados con respecto al líder. A partir de (12), se obtiene una ley de control por retroalimentación dinámica, la cual está dada por

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} u_F \\ w_F \end{bmatrix} = g_h^{-1} \left\{ -f_h + \begin{bmatrix} \ddot{\ell}_d - k_{\ell_p} e_\ell - k_{\ell_p} \dot{e}_\ell \\ \ddot{\varphi}_d - k_{\varphi_p} e_\varphi - k_{\varphi_p} \dot{e}_\varphi \end{bmatrix} \right\}, \quad (14)$$

donde $e_\ell = \ell - \ell_d$ y $e_\varphi = \varphi - \varphi_d$ son los errores de distancia y ángulo, respectivamente. ℓ_d es la distancia deseada, φ_d es el ángulo deseado y $k_{\ell_p}, k_{\ell_d}, k_{\varphi_p}, k_{\varphi_d} > 0$ son ganancias de diseño.

Teorema 1. Considere el sistema (12) en lazo cerrado con el control (14), entonces, el agente seguidor se mantendrá a una distancia deseada y a un ángulo deseado con respecto al líder, *i.e.* $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\ell = \lim_{t \rightarrow \infty} e_\varphi = 0$.

Prueba 1. La dinámica de las coordenadas del error, en forma matricial, está dada por

$$\ddot{\mathbf{e}} = \ddot{\mathbf{h}} - \ddot{\mathbf{h}}_d, \quad (15)$$

donde $\mathbf{e} = [e_\ell \ e_\varphi]^\top$ y $\mathbf{h}_d = [\ell_d \ \varphi_d]^\top$. Sustituyendo (12) y (14) en (15), se obtiene el siguiente sistema

$$\ddot{\mathbf{e}} = -K_d \dot{\mathbf{e}} - K_p \mathbf{e}, \quad (16)$$

donde $K_d = \text{diag}\{k_{\ell_d}, k_{\varphi_d}\}$ y $K_p = \text{diag}\{k_{\ell_p}, k_{\varphi_p}\}$. Reescribiendo (16) en espacio de estados, se obtiene el siguiente sistema

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_\ell \\ \dot{e}_\ell \\ e_\varphi \\ \dot{e}_\varphi \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{\ell_p} & -k_{\ell_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_{\varphi_p} & -k_{\varphi_d} \end{bmatrix}}_K \begin{bmatrix} e_\ell \\ \dot{e}_\ell \\ e_\varphi \\ \dot{e}_\varphi \end{bmatrix}.$$

Note que la matriz K es una matriz diagonal a bloques. Si las ganancias $k_{\ell_p}, k_{\ell_d}, k_{\varphi_p}, k_{\varphi_d} > 0$, se tiene que K es una matriz Hurwitz, y por lo tanto los errores de distancia y de orientación convergen asintóticamente a cero, *i.e.* $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\ell = \lim_{t \rightarrow \infty} e_\varphi = 0$.

□

Por otra parte, para el sistema (13), la ley de control por retroalimentación dinámica está dada por

$$\bar{\boldsymbol{\nu}} = \begin{bmatrix} u_F \\ w_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{v}_L - k_{v_p} e_v \\ w_L - k_{\theta_p} e_\theta \end{bmatrix}, \quad (17)$$

donde $e_v = v_F - v_L$ y $e_\theta = \theta_F - \theta_L$ corresponden a los errores de velocidad y de orientación, respectivamente; mientras que $k_{v_p}, k_{\theta_p} > 0$ son ganancias de diseño.

Teorema 2. Considere el sistema (13) en lazo cerrado con el control (17), entonces, la velocidad y orientación del agente seguidor convergerán a la velocidad y orientación del agente líder, *i.e.* $\lim_{t \rightarrow \infty} e_v = \lim_{t \rightarrow \infty} e_\theta = 0$.

Prueba 2. La dinámica de las coordenadas del error, en forma matricial, está dada por

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}} = \dot{\bar{\mathbf{h}}} - \dot{\bar{\mathbf{h}}}_L, \quad (18)$$

donde $\bar{\mathbf{e}} = [e_v \ e_\theta]^\top$, $\dot{\bar{\mathbf{h}}}_L = [\dot{v}_L \ w_L]^\top$ y, al sustituir (13) y (17) en (18), se obtiene lo siguiente

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}} = -\bar{K}_p \bar{\mathbf{e}}, \quad (19)$$

donde $\bar{K}_p = \text{diag}\{k_{v_p}, k_{\theta_p}\}$ es una matriz diagonal. Si $k_{v_p}, k_{\theta_p} > 0$, entonces, la matriz \bar{K}_p es Hurwitz y los errores de velocidad y orientación convergen asintóticamente a cero, *i.e.* $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\xi = \lim_{t \rightarrow \infty} e_\theta = 0$.

□

Con el fin de obtener una estrategia de control que permita evitar la singularidad en $v_F = 0$, se propone el siguiente esquema de conmutación

$$\eta = \begin{cases} \boldsymbol{\nu}, & \text{si } v_F \geq \delta, \\ \bar{\boldsymbol{\nu}}, & \text{si } v_F < \delta, \end{cases}$$

donde δ es un parámetro positivo correspondiente al umbral de conmutación.

Comentario 4. De acuerdo a Brockett (1983), el sistema (1) no puede ser estabilizado por leyes de control estáticas e invariantes en el tiempo. Por otro lado, el sistema dado por (11) se obtiene al añadir un integrador a la salida de la velocidad longitudinal, resultando en un sistema cinemático extendido. En ese sentido, la principal ley de control (14), es una retroalimentación dinámica de los estados mientras que en la ley alterna (17) no se está controlando el punto medio del eje de las ruedas. Cabe aclarar, que la ley de control alterna (17) solo se utiliza para evitar la singularidad de $v_F = 0$.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para las pruebas experimentales, se utilizaron dos robots del tipo diferencial (Figura 2), los cuales están actuados

Tabla 1. Ganancias de control.

Ganancia	Valor	Ganancia	Valor
k_{ℓ_p}	100	k_{φ_p}	200
k_{ℓ_d}	6.5	k_{φ_d}	7.5
k_{v_p}	5	k_{θ_p}	5

por servo-motores Dynamixel AX - 12W, y controlados por un microcontrolador NXP[®] modelo LPC1768, el cual se comunica con la computadora de control mediante Bluetooth. La posición y orientación de cada robot son medidas con el sistema de captura de movimiento Vicon[®] compuesto por seis cámaras modelo Bonita[®]. Además, nótese en la Figura 2, que en la parte superior de cada robot fueron colocados marcadores reflexivos (cuatro esferas en cada robot) para poder ser identificados por el sistema de captura Vicon[®].

Se realizó un experimento donde el agente líder R_L es controlado para seguir una trayectoria circular, dada por las ecuaciones

$$m_x = 0.75 \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right), m_y = 0.75 \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right).$$

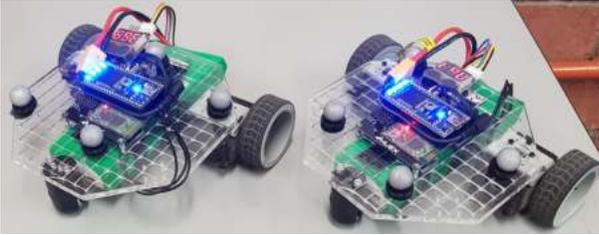


Figura 2. Robot móvil tipo diferencial.

La distancia deseada a la que debe permanecer el agente seguidor es $\ell_d = 0.5$ [m] con un ángulo $\varphi_d = 0$ [rad], Las ganancias del controlador para el agente seguidor se muestran en la Tabla 1 mientras que las condiciones iniciales, dadas en [m] para las posiciones y en [rad] para los ángulos, de los agentes están dadas por

$$\begin{aligned} [x_L(0) \ y_L(0) \ \theta_L(0)]^T &= [-0.7713 \ 0.0335 \ 6.24]^T, \\ [x_F(0) \ y_F(0) \ \theta_F(0)]^T &= [-0.8124 \ -0.5053 \ 9.2476]^T, \\ [\ell(0) \ \varphi(0)]^T &= [0.5395 \ -0.027]^T. \end{aligned}$$

La Figura 3 presenta una comparación de las trayectorias descritas en el plano por parte de los agentes, considerando los resultados numéricos y los experimentales. Las líneas sólidas representan los resultados obtenidos numéricamente mientras que las líneas discontinuas corresponden a los resultados obtenidos de manera experimental.

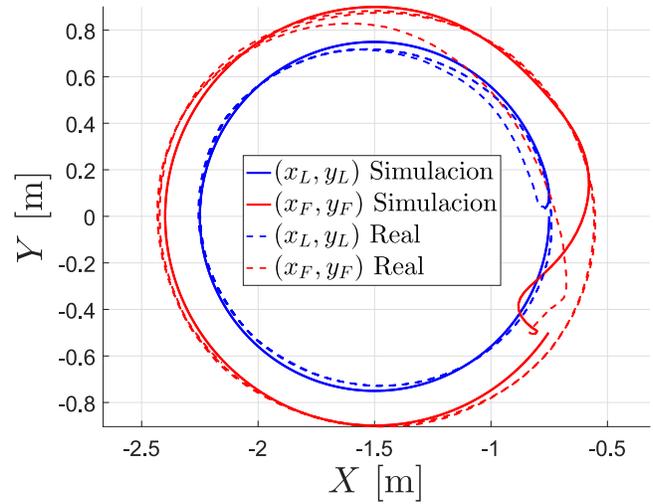


Figura 3. Trayectoria en el plano.

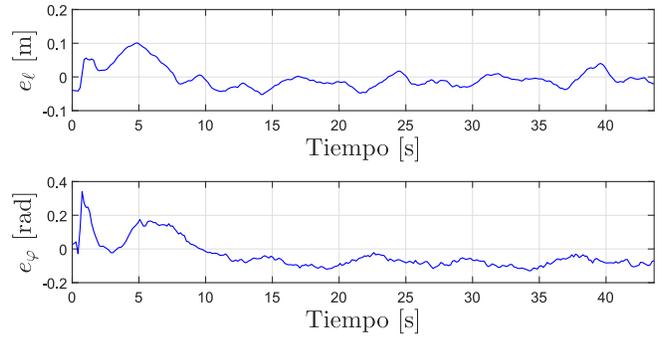


Figura 4. Errores de distancia y ángulo.

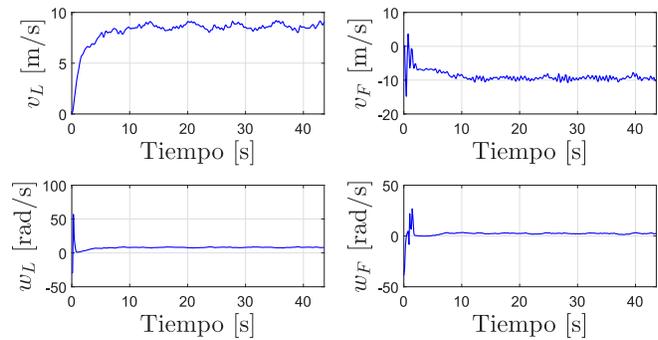


Figura 5. Entradas de control.

Por otro lado, en la Figura 4 se observa que el error de distancia y el error de ángulo convergen a cero. Esto implica que el agente seguidor alcanza y mantiene la distancia y ángulo deseados con respecto al líder. Finalmente, en la Figura 5 se muestran las entradas de control para cada agente, siendo la columna izquierda las correspondientes al agente líder y la columna derecha las correspondientes al agente seguidor, en ambos casos

las dos gráficas superiores presentan el comportamiento de la velocidad lineal v_j , tanto del agente líder como del agente seguidor, respectivamente, mientras que las gráficas inferiores representa el comportamiento de la velocidad angular w_j .

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se obtuvo el modelo matemático basado en distancia y ángulo de un sistema multi-agente conformado por dos robots móviles del tipo diferencial bajo el esquema líder-seguidor. Se utilizó el enfoque de linealización por retroalimentación dinámica para diseñar la ley de control que permite al agente seguidor mantenerse a una distancia y ángulo deseados con respecto al líder. Además, se diseña una ley de control que permite evitar la singularidad que aparece cuando la velocidad lineal es cero. Una desventaja del controlador propuesto reside en que es necesario conocer la aceleración angular del agente líder. Sin embargo, es posible demostrar que el sistema es entrada-estado estable con respecto a este parámetro. Debido a esto, y como trabajo futuro, se utilizarán diferentes enfoques para diseñar la ley de control, así como el diseño de observadores para estimar la orientación de los agentes, además de extender este caso a un grupo de n agentes.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Laboratorio de Análisis de Movimiento, del Departamento de Estudios de Ingeniería para la Innovación de la Universidad Iberoamericana, Campus Ciudad de México, para la realización de los experimentos.

REFERENCIAS

- Ahmadi, S. and Werner, H. (2016). Cascaded formation control using angle and distance between agents with orientation control part 1 and part 2. *International Conference on Control*, Belfast, U. K.
- Balch, T. and Arkin, C. (1998) Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 6, pages 926-939.
- Brockett, R. W. (1983) Asymptotic stability and feedback stabilization. *Differential Geometry Control Theory*.
- Desai, J., Ostrowski, J. and Kumar, V. (1998) Controlling formations of multiple mobile robots. *Proc. of the 1998 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, pages 2864-2869.
- Desai, J., Ostrowski, J. and Kumar, V. (2001) Modeling and Control of Formations of Nonholonomic Mobile Robots. *Proc. of the 2001 IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 6, pages 905-908.
- Gazi, V. (2015) Swarm aggregations using artificial potential and sliding-mode control. *IEEE Trans. On Robotics*, Vol. 21, No. 6, pages 1208-1214.
- Hamann, J.C., Heil, R., Spears, W.M. and Spears, D.F. (2004). Distributed, physics-based control of swarms of vehicles (2004). *Autonomous Robots*, Vol. 17, No.2-3, pages 137-162.
- Kang, S.M., Park, M.C., Lee, B.H. and Ahn, H.S. (2014). Distance-based formation control with a single moving leader (2014). *American Control Conference*, Portland, Oregon, USA, pages 305-310.
- Khaled, A. and Youmin, Z. (2015) Formation Control of Multiple Quadrotors Based on Leader-Follower Method. *Proc. of the 2015 IEEE Int. Conf. on Unmanned Aircraft Systems*, Denver, Colorado, USA, pages 1037-1042.
- Lopez-Gonzalez, A., Ferreira, E. D., Hernandez-Martinez, E.G., Flores-Godoy, J.J., Fernandez-Anaya, G. and Paniagua-Contro, P. (2016). Multi-robot formation control using distance and orientation. *Advanced Robotics*, Vol. 30, No.14, pages 1-13.
- Mastellone, S., Stipanovic, D., Graunke, C., Intlekofer, K. and Spong, M. (2007). Formation Control and Collision Avoidance for Multi-agent Non-holonomic Systems: Theory and Experiments. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 27, No. 1, pages 107-126.
- Oh, K. K. and Ahn, H. S. (2011). Formation control of mobile agents based on inter-agent distance dynamics (2011). *Automatica*, Vol. 47, No. 10, pages 2307-2312.
- Rodríguez-Cortés, H. and Aranda-Bricaire, E. (2007). Observer based trajectory tracking for a wheeled mobile robot (2007). *Proc. of the 2007 American Control Conference*, Nueva York, USA, pages 991-996.
- Sakurama, K., Kosaka, Y. and Nishida, S. (2018). Formation control of swarms robots with multiple proximity distance sensors. (2018). *Int. Journal of Control Automation and Systems*, Vol. 16, No. 1, pages 16-26.
- Vallejo-Alarcón, M.A., Castro-Linares, R. and Velasco-Villa, M. (2015). Unicycle-Type Robot & Quadrotor Leader-Follower Formation Backstepping Control. *IFAC*, Vol. 48, No. 19, pages 51-56.
- Wiech, J., Eremeyev, V.A. and Giorgio, I. (2018). Virtual spring damper method for nonholonomic robotic swarm self-organization and leader following. (2018). *Continuum Mech. Thermodyn*, Vol. 30, No. 5, pages 1091-1102.
- Yamaguchi, H. (2003). A distributed motion coordination strategy for multiple nonholonomic mobile robots in cooperative hunting operation. (2003). *Robotics and autonomous systems*, Vol. 43, No. 14, pages 257-282.
- Ze-su, C., Jie, Z. and Jian, C. (2012). Formation Control and Obstacle Avoidance for Multiple Robots Subject to Wheel-Slip. *International Journal of Advanced Robotic System*, Vol. 9, No. 5, pages 1-15.