

# Control en el espacio del clúster de un sistema de 3 robots móviles<sup>\*</sup>

A. Villarreal Velasco<sup>\*</sup> R. Castro Linares<sup>\*</sup>  
J. Álvarez Gallegos<sup>\*</sup>

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

<sup>\*</sup> e-mail: {abdiel.villarreal,rcastro,jalvarez}@cinvestav.mx

---

**Resumen:** La metodología del espacio del clúster ha sido estudiada como una forma de monitoreo y especificación para la formación de sistemas multi-robot. En este trabajo se propone un esquema basado en un trabajo previo de control en el espacio del clúster. El control en el espacio del clúster aquí propuesto es aplicado a un sistema de tres robots móviles. Pruebas experimentales presentan un buen desempeño que puede ser aplicado en ciertas áreas de cooperación multiagente, en donde las principales tareas son mantener la formación y el seguimiento de trayectoria.

*Palabras clave:* Espacio del cluster, control de formación, sistema multirobot.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Debido a que los sistemas multirobot ofrecen un número de ventajas y capacidades adicionales a las que proporciona un sólo robot, ha habido una gran actividad en el área general de multiagentes robóticos. Tales ventajas incluyen la redundancia, mayor cobertura, reconfiguración flexible y una funcionalidad espacial diversa (Kitts and Egerstedt, 2008). La motivación del enfoque del espacio del clúster es la de generar una especificación simple que pueda mejorar el monitoreo del movimiento de un sistema multi-robot móvil (Kitts and Mas, 2009), a diferencia de otros esquemas como las estructuras virtuales (van den Broek et al., 2009), en las que se especifican distancias y ángulos entre los robots y las estructuras virtuales, de tal manera que la especificación de la formación no es explícita. Por otro lado, el enfoque de un control centralizado permite una mayor adaptabilidad sobre un sistema físico de robots móviles. En ese sentido las aplicaciones del espacio del clúster se han enfocado en sistemas donde la formación y el seguimiento de trayectorias son tareas esenciales. Muchos han sido los casos estudiados en la formación de robots usando el esquema del clúster en robots móviles terrestres, marinos y aéreos, en su mayoría para uso militar; véase Mas and Kitts (2014), Mahacek et al. (2009), Agnew et al. (2010). Además Mas et al. (2008) estudian el sistema de tres robots móviles diferenciales usando el esquema del espacio del clúster. La evasión de obstáculos también ha sido un campo de estudio, tal como el que presenta Mas and Kitts (2012b) y Mahacek et al. (2010) los cuales consisten de un controlador en el espacio del clúster para la evasión de obstáculos usando un sistema de tres robots diferenciales y botes marinos. Mas and

Kitts (2012a) presentan la arquitectura de un control para el transporte de un objeto usando un sistema de cuatro robots móviles diferenciales. Por su parte, Neumann and Kitts (2016) proponen un control para un sistema de dos robots móviles diferenciales híbridos.

En este trabajo se propone un esquema de control en el espacio del clúster basado en la literatura descrita previamente, pero introduciendo un control en el espacio de los robots que se obtiene a partir de las trayectorias deseadas generadas por un modelo similar al de los robots aquí utilizados. Este esquema propuesto genera un control de fácil programación con buenos resultados.

## 2. CINEMÁTICA DE POSICIÓN EN EL ESPACIO DEL CLÚSTER DE UN SISTEMA DE TRES ROBOTS MÓVILES

### 2.1 Esquema del espacio del clúster

El esquema del espacio del clúster conceptualiza un sistema de n-robots como una sola entidad denominada clúster, de manera que los movimientos deseados son especificados como función de los atributos del clúster, tales como la posición, orientación y geometría. Así, la selección de un conjunto de variables de estado independientes deben ser las adecuadas para la especificación, control y monitoreo de un sistema. Esta colección de variables de estado constituyen el espacio del clúster del sistema y puede ser relacionada con las variables de estado de un robot específico (Kitts and Mas, 2009).

El control centralizado busca que la especificación de los parámetros deseados así como el monitoreo estén dados en las variables del clúster, esto permite elaborar un control a un alto nivel denominado control en el espacio del clúster, generando señales de control en el espacio del clúster,

---

<sup>\*</sup> Se agradece al CONACYT el apoyo proporcionado a través del proyecto CB-2015-01-254329 y de la beca proporcionada al primer autor.

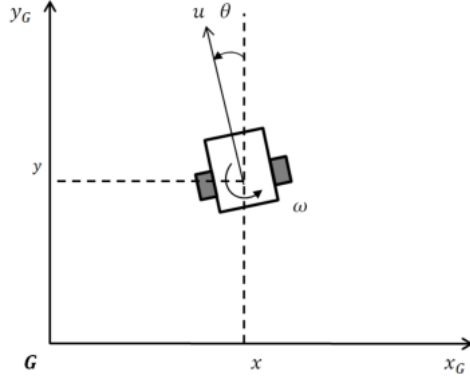


Figura 1. Modelo cinemático de un robot diferencial

de manera que, para poder enviar las señales de control a los robots, es necesario aplicar transformaciones que relacionen las variables del clúster con las variables del estado del robot. Para encontrar estas transformaciones considere la Fig. 1 en donde las variables para definir su posición están dadas con respecto de un marco de referencia global  $\{G\}$ , y las orientaciones con respecto de su vertical. Ahora considere una sistema de tres robots móviles (véase la Fig. 2) en donde cada robot puede ser visto como el vértice de un triángulo, y ya que la forma de un triángulo puede ser definida mediante la distancia de dos de sus lados y de un ángulo interior, es posible usar estos parámetros como variables de forma del clúster.

## 2.2 Modelo cinemático de un robot no-holonómico

Es importante considerar el modelo cinemático de un robot móvil diferencial, ya que contiene restricciones holonómicas que deben ser consideradas; así se tiene que el modelo cinemático para cada robot está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 \\ \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de orientación del robot con respecto de la vertical y positivo en el sentido contrario a las manecillas del reloj, además  $u$  es la velocidad lineal y  $\omega$  la velocidad angular. La posición en  $x$  y  $y$  está dada respecto al marco de referencia global  $\{G\}$ , (véase la Fig. 1).

## 2.3 Estados del clúster

La siguiente representación en el espacio del clúster está aplicada a un sistema de tres robots diferenciales que operan en un plano. Esta selección de variables se ha hecho a partir del trabajo presentado por Kitts and Mas (2009). De esta manera, los vectores de posición del clúster y de los robots para un sistema planar de 3 robots están dados, respectivamente, por

$$\mathbf{C} = (x_c, y_c, \theta_c, \phi_1, \phi_2, \phi_3, p, q, \beta)^T, \quad (2)$$

$$\mathbf{R} = (x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2, x_3, y_3, \theta_3)^T, \quad (3)$$

donde  $x_c$  y  $y_c$  son las coordenadas de la posición del clúster que, en este caso, estará dado por el centroide

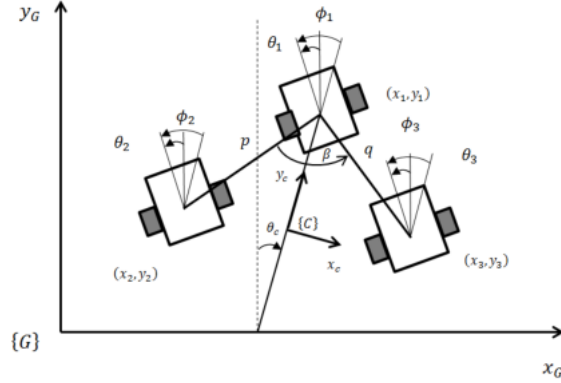


Figura 2. Modelo del clúster para tres robots móviles

de la forma del clúster, es decir del triángulo. Además  $\theta_c$  es el ángulo de orientación del clúster,  $p$  y  $q$  las distancias de dos lados del triángulo, y  $\beta$  el ángulo interior de uno de sus lados. Por último, debido a las orientaciones de los robots, se tienen orientaciones relativas dadas por  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  y  $\phi_3$  (véase la Fig. 2).

## 2.4 Transformaciones cinemáticas

La cinemática en el espacio del clúster de un sistema de 3 robots móviles está dada de la siguiente forma (Mas et al., 2008):

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \\ y_c &= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \\ \theta_c &= \text{atan2} \left( \frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}(x_2 + x_3), \frac{2}{3}y_1 - \frac{1}{3}(y_2 + y_3) \right), \\ \phi_1 &= \theta_1 + \theta_c, \\ \phi_2 &= \theta_2 + \theta_c, \\ \phi_3 &= \theta_3 + \theta_c, \\ p &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}, \\ q &= \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}, \\ \beta &= \text{acos} \left( \frac{p^2 + q^2 - (x_3 - x_2)^2 - (y_3 - y_2)^2}{2pq} \right), \end{aligned}$$

donde  $\text{atan2}(y, x)$  es el arcotangente del cuarto cuadrante. Esta cinemática permite la transformación de las variables en el espacio de los robots al espacio del clúster que, en general, puede ser denotada como

$$\mathbf{C} = \mathbf{KIN}(\mathbf{R}). \quad (4)$$

Para la transformación inversa se tienen las siguientes expresiones:

$$x_1 = x_c + \left( \frac{1}{3} \right) r \sin \theta_c,$$

$$y_1 = y_c + \left( \frac{1}{3} \right) r \cos \theta_c,$$

$$\theta_1 = \phi_1 - \theta_c,$$

$$\begin{aligned}
x_2 &= x_c + \left(\frac{1}{3}\right) r \sin \theta_c - p \sin \left(\frac{\beta}{2} + \theta_c\right), \\
y_2 &= y_c + \left(\frac{1}{3}\right) r \cos \theta_c - p \cos \left(\frac{\beta}{2} + \theta_c\right), \\
\theta_2 &= \phi_2 - \theta_c, \\
x_3 &= x_c + \left(\frac{1}{3}\right) r \sin \theta_c + q \sin \left(\frac{\beta}{2} - \theta_c\right), \\
y_3 &= y_c + \left(\frac{1}{3}\right) r \cos \theta_c - q \cos \left(\frac{\beta}{2} - \theta_c\right), \\
\theta_3 &= \phi_3 - \theta_c,
\end{aligned}$$

donde  $r = \sqrt{(q + p \cos \beta)^2 + (p \sin \beta)^2}$ . Considerando que  $p \approx q$ , esta cinemática inversa puede ser reescrita como la transformación

$$\mathbf{R} = \text{INVKIN}(\mathbf{C}). \quad (5)$$

Las transformaciones para las velocidades están dadas por el Jacobiano y su inverso. El Jacobiano está dado por:

$${}^G J(\mathbf{R}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial r_1} & \frac{\partial c_1}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial c_1}{\partial r_9} \\ \frac{\partial c_2}{\partial r_1} & \frac{\partial c_2}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial c_2}{\partial r_9} \\ \frac{\partial c_9}{\partial r_1} & \frac{\partial c_9}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial c_9}{\partial r_9} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial c_9}{\partial r_1} & \frac{\partial c_9}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial c_9}{\partial r_9} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde  $c_1, \dots, c_9$  son las variables del clúster dadas por (4) y  $r_1, \dots, r_9$  son las variables de los robots dadas por (3). El Jacobiano inverso está dado por

$${}^G J^{-1}(\mathbf{R}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial c_1} & \frac{\partial h_1}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial h_1}{\partial c_9} \\ \frac{\partial h_2}{\partial c_1} & \frac{\partial h_2}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial h_2}{\partial c_9} \\ \frac{\partial h_9}{\partial c_1} & \frac{\partial h_9}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial h_9}{\partial c_9} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_9}{\partial c_1} & \frac{\partial h_9}{\partial c_2} & \dots & \frac{\partial h_9}{\partial c_9} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

donde  $h_1, \dots, h_9$  están dados por (5) y  $c_1, \dots, c_9$  por (2). Así las velocidades en el espacio del clúster se pueden obtener a partir de las velocidades en el espacio del robot mediante la siguiente expresión:

$$\dot{\mathbf{C}} = {}^G J(\mathbf{R}) \dot{\mathbf{R}}, \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = {}^G J^{-1}(\mathbf{R}) \dot{\mathbf{C}}. \quad (9)$$

### 3. ESQUEMA DE CONTROL

En los trabajos descritos previamente se mantiene en esencia una estructura que consiste en un controlador de alto nivel dado en el espacio del clúster, comúnmente controladores PID. Sin embargo existen algunas variaciones en este nivel de control, ya que las orientaciones deseadas de los robots exigen un tratamiento diferente dependiendo del objetivo que tenga el esquema general de control.

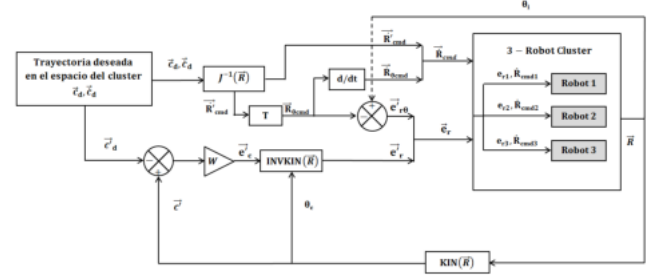


Figura 3. Esquema de control

Nasir and El-Ferik (2016) proponen un esquema en el cual se generan señales de control en el espacio del clúster que son alimentadas a un control por modos deslizantes en el espacio de los robots. En este trabajo se propone un esquema de control basado en este último enfoque pero sin utilizar controles discontinuos.

#### 3.1 Controlador local

Se definen primero los errores de seguimiento

$$e_x = x_d - x, \quad e_y = y_d - y \quad \text{y} \quad e_\theta = \theta_d - \theta,$$

donde  $x_d, y_d$  y  $\theta_d$  son las variables deseadas para cada robot dada por el controlador del clúster. Entonces la dinámica de estos errores está dada por

$$\dot{e}_x = \dot{x}_d + \sin(\theta)u, \quad (10)$$

$$\dot{e}_y = \dot{y}_d - \cos(\theta)u, \quad (11)$$

$$\dot{e}_\theta = \dot{\theta}_d - \omega. \quad (12)$$

Se propone entonces utilizar la estrategia de control descrita en (Olivares Cruz et al., 2015), que permite asegurar que los errores  $e_x$ ,  $e_y$  y  $e_\theta$  convergen a una vecindad acotada del origen  $(0, 0, 0)$ . Este control está dado por:

$$u = [\dot{y}_d - k_2 e_y] \cos \theta - [\dot{x}_d - k_1 e_x] \sin \theta, \quad (13)$$

$$\omega = \dot{\theta}_d - k_3 e_y, \quad (14)$$

donde  $k_1, k_2$  y  $k_3$  son constantes reales positivos.

#### 3.2 Control en el espacio del clúster

El esquema de control en el espacio del clúster aquí descrito genera dos conjuntos de señales de control. El primer conjunto está dado por las velocidades de control en el espacio del robot; éstas son obtenidas a partir de la trayectoria deseada, las cuales están especificadas en las variables del estado del clúster y de su derivada. El segundo conjunto de señales corresponde a un vector de errores en el espacio del robot que son obtenidas a través de un mapeo de errores en el espacio del clúster; este error es obtenido a partir de la trayectoria deseada en el estado del clúster y el estado del clúster medido. Éste último puede ser obtenido a partir de la aplicación de la cinemática directa dada por (4). Dado el problema de las restricciones no holónomas en el espacio de los robots y de que las orientaciones relativas, las variables del clúster no pueden ser expresadas independientemente de tal manera que se aplica una estructura similar a la presentada en (Mas and Kitts, 2012b).

Para obtener las entradas de control dadas por (13) y (14) para cada robot, es necesario tener las velocidades de control en el espacio de los robots. Estas se obtienen a partir de (9), lo cual requiere de la trayectoria deseada en el espacio del clúster  $\mathbf{C}_d$  y su derivada  $\dot{\mathbf{C}}_d$ , es decir

$$\dot{\mathbf{R}}_{cmd} = {}^G J^{-1}(\mathbf{R}) \dot{\mathbf{C}}_d. \quad (15)$$

Debido a las restricciones no holónomas no es posible aplicar las orientaciones deseadas obtenidas directamente del Jacobiano, de manera que estas orientaciones son descartadas, conservando únicamente las velocidades de posición obteniendo el vector  $\dot{\mathbf{R}}'_{cmd} = [\dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{y}_2 \ \dot{x}_3 \ \dot{y}_3]$ . Por otra parte las orientaciones son calculadas en el bloque T (véase la Fig. 3) a partir de las velocidades direccionales. De tal manera que el bloque T está dado por

$$\theta_{id} = \text{atan2}(\dot{x}_{icmd}, \dot{y}_{icmd}), \quad i = 1, 2, 3. \quad (16)$$

Las velocidades de las orientaciones deseadas se obtienen a partir de las calculadas previamente en el bloque T y que después son alimentadas a un bloque derivativo, obteniendo así el vector de velocidades de orientaciones deseadas, es decir  $\dot{\mathbf{R}}_{\theta cmd} = [\dot{\theta}_{1d} \ \dot{\theta}_{2d} \ \dot{\theta}_{3d}]$ . Nótese que el control de las orientaciones se hace directamente en el espacio de los robots, de tal manera que las orientaciones en el espacio del clúster  $\phi_{1d}$ ,  $\phi_{2d}$  y  $\phi_{3d}$  no son consideradas. Por último concatenando el vector de velocidades lineales y el vector de velocidades angulares se obtiene el vector de velocidades de control  $\dot{\mathbf{R}}_{cmd}$  de dimensión  $1 \times 9$  dada por

$$\dot{\mathbf{R}}_{cmd} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}'_{cmd} \\ \dot{\mathbf{R}}_{\theta cmd} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Para calcular los errores en el espacio del clúster se utiliza la trayectoria deseada  $\mathbf{C}_d$  y el estado del clúster medido  $\mathbf{C}$  obtenido a través de la cinemática directa aplicada a los datos sensados en el espacio de los robots. Así se tiene que el error del clúster está dado por

$$\mathbf{e}_c = W(\mathbf{C} - \mathbf{C}_d), \quad (18)$$

donde  $W$  es una matriz diagonal de peso. Además, el vector de estados del clúster medido está dado por

$$\mathbf{C} = KIN(\mathbf{R}), \quad (19)$$

donde  $\mathbf{R}$  son los estados medidos en el espacio de los robots. Debido a que las orientaciones de los robot tienen su propia ley de control, se descartan los errores de orientación relativas, de tal manera que el vector de errores en el espacio del clúster está dado por

$$\mathbf{e}'_c = [e_{x_c} \ e_{y_c} \ e_{\theta_c} \ e_p \ e_q \ e_{\beta}]^T. \quad (20)$$

A continuación se le aplica la cinemática inversa al subconjunto de errores en el espacio del clúster  $\mathbf{e}'_c$  para poder obtener el mapeo de errores en el espacio de los robots, es decir

$$\mathbf{e}'_r = INVKIN(\mathbf{e}'_c). \quad (21)$$

Por otra parte los errores de orientación en el estado de los robots están dados por

$$\mathbf{e}'_{r\theta} = [-\text{atan2}(\dot{x}_{ictrl}, \dot{y}_{ictrl}) - \theta_i], \quad i = 1, 2, 3. \quad (22)$$

Por último se concatenan el vector de errores de posición dado por (21) y el vector de error de orientación dado por (22), es decir

$$\mathbf{e}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{e}'_r \\ \mathbf{e}'_{r\theta} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

obteniéndose un vector de dimensión  $9 \times 1$ . Estos errores son utilizados en las entradas de control (13) y (14) para cada robot, es decir

$$\mathbf{e}_r = [e_{x_1} \ e_{y_1} \ e_{x_2} \ e_{y_2} \ e_{x_3} \ e_{y_3} \ e_{\theta_1} \ e_{\theta_2} \ e_{\theta_3}]^T. \quad (24)$$

En este trabajo, no se presenta un análisis de estabilidad debido al poco espacio disponible. Sin embargo es un tema de gran importancia para formalizar el diseño presentado y que se continua estudiando actualmente.

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para corroborar el esquema de control se realizaron pruebas experimentales. La trayectoria deseada consiste de una Lemiscata parametrizada en el tiempo dada por:

$$x_{cd} = r \cos \omega t, \quad (25)$$

$$y_{cd} = (r/2) \sin(2\omega t), \quad (26)$$

$$\theta_{cd} = \text{atan2}(\dot{x}_{cd}, \dot{y}_{cd}) + \pi, \quad (27)$$

donde  $\omega = 2\pi/250$  y  $r = 1\text{m}$ . Para las variables de forma deseadas se consideró a  $p_d = 0,65\text{m}$ ,  $q_d = 0,65\text{m}$  y  $\beta_d = \pi/3$  rad. Las condiciones iniciales para la posición del clúster son:  $(x_{c1}, y_{c1}, \theta_{c1}) = (0,974, 0,266, 2,914)$ , y para la forma se tiene  $(p_1, q_1, \beta_1) = (0,662, 0,605, 0,925)$ . Las orientaciones relativas iniciales están dadas por  $(\phi_{11}, \phi_{21}, \phi_{31}) = (2,749, 3,194, 3,330)$ . Esta formación inicial se observa en la figura 4 en color azul. La matriz diagonal de peso usada en este caso está dada por

$$W = \begin{bmatrix} 1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Las componentes de la matriz  $W$  fueron seleccionadas de tal forma que tengan mayor peso las variables relacionadas a la trayectoria  $x_c$  y  $y_c$ , así como las de forma  $p$  y  $q$ .

La plataforma experimental consistió de tres TurtleBots versión 2. El TurtleBot es un robot diferencial de software abierto que requiere de computadora a bordo; para los experimentos se usaron computadoras Dell Vostro 14 serie 3000 con procesador Intel Core i5 sobre cada Turtlebot.

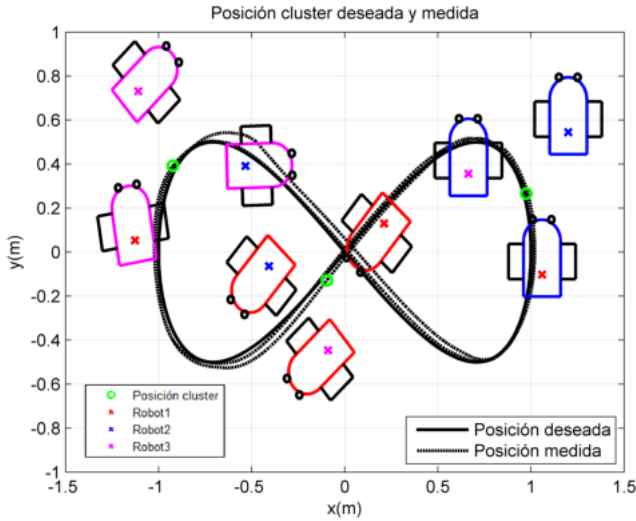


Figura 4. Respuesta experimental de la trayectoria del clúster en el plano. Se muestran tres formaciones para los tiempos:  $t = 0s$ ,  $t = 63,99s$  y  $t = 135,99s$ , en color azul, rojo y magenta respectivamente.

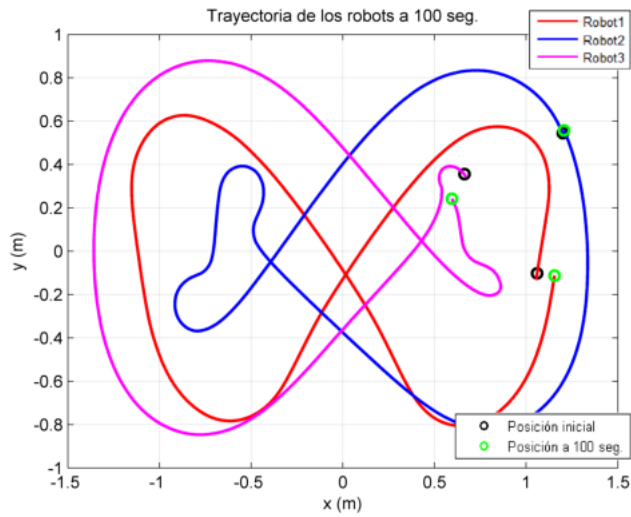


Figura 5. Trayectoria en el plano de los robots durante los primeros 100 segundos.

Además la comunicación se realizó mediante el software ROS (Robot Operating System). La posición fué medida a través del sistema Optitrack, el cual es un sistema de posicionamiento conformado por 12 cámaras Reflex 13 y una computadora con el software Motive. Este sistema registra los tres grados de libertad de cada robot, los cuales son transmitidas via VRPN hacia la computadora central. El control se calcula en una computadora central que consiste de una laptop HP Pavilion g4 con un procesador Intel Core i3, en donde el esquema de control ha sido programado en lenguaje Python y que recibe la posición y orientación de los tres robots, lo cual le permite calcular las velocidades angulares y lineales para así poder enviarlas vía WiFi hacia los TurtleBots. El envío de señales tanto del sistema de posicionamiento a la computadora central y de esta misma a los TurtleBots se hace a una velocidad de 100 Hz.

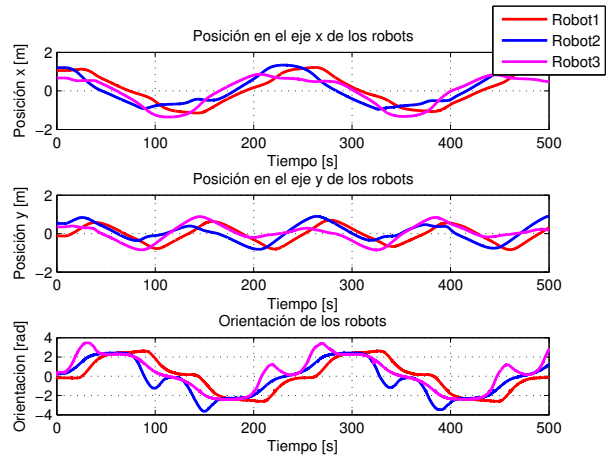


Figura 6. Respuesta experimental de la trayectoria de los robots en el tiempo.

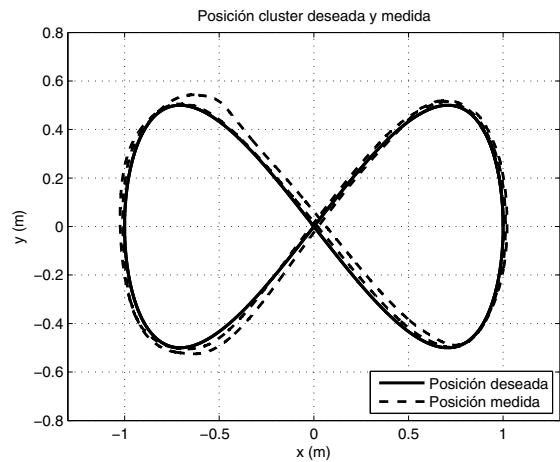


Figura 7. Respuesta experimental de la trayectoria del clúster en el plano.

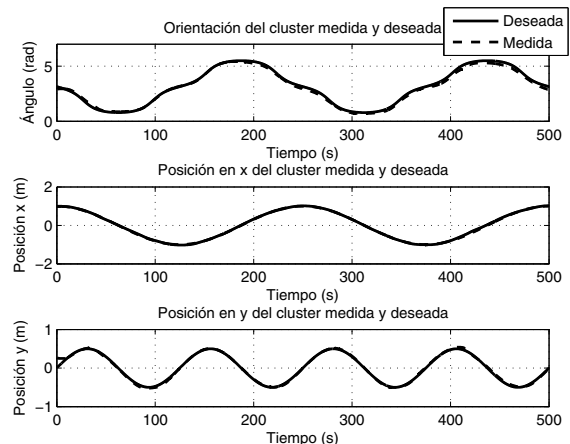


Figura 8. Respuesta experimental para los parámetros de posición y orientación del clúster en el tiempo.

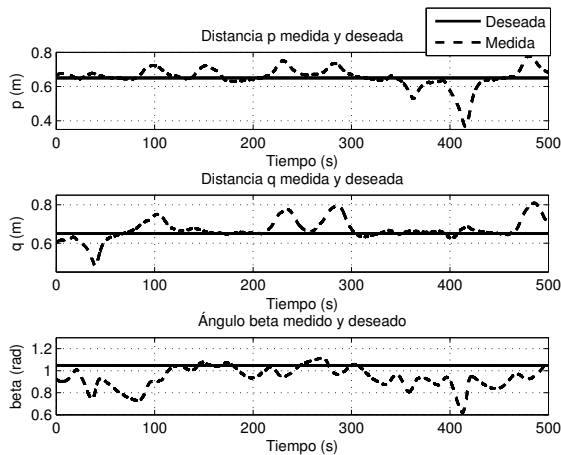


Figura 9. Respuesta experimental para los parámetros de forma del clúster en el tiempo.

#### 4.1 Análisis de resultados

En la figura 4 se muestran tres instantes diferentes de la formación de los robots con sus respectivas orientaciones. La formación en color azul muestra las condiciones iniciales de los robots. En el caso de la formación de color rojo se puede observar que las orientaciones de los robots son similares, ya que la pendiente de sus trayectorias también lo son, (véase la figura 5), en contraste con la formación de color magenta, donde sus orientaciones difieren así como sus pendientes. En la figura 7 se puede observar la convergencia hacia la trayectoria deseada del clúster, de una manera más clara que en la mostrada en la figura 5. De la misma forma, los parámetros de forma pueden tener un mejor monitoreo a partir de la figura 9 a diferencia de la mostrada en la figura 6.

Con respecto a los parámetros de formación, se observan sobresaltos considerables (véase la fig. 9), particularmente en las zonas donde la trayectoria deseada son curvas pronunciadas, pero con el paso del tiempo los parámetros convergen al valor deseado. Además la variación en la ganancias podrían mejorar los resultados. También se muestra un buen seguimiento de la trayectoria a través del tiempo (véase la fig. 8).

## 5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se propone un esquema de control basado en la teoría del espacio del clúster, que permite especificar las variables deseadas como atributos de la formación deseada. Se desarrolla un control en el espacio de los robots para un sistema de de tres robots no holonómicos, el cual, debido a su sencillez, permite una programación más sencilla además de que es posible obtener un control en tiempo real. Las pruebas experimentales muestran resultados satisfactorios para el seguimiento de trayectoria manteniendo la forma de clúster. Todos los resultados son obtenidos en variables de la formación de los robots lo cual proporciona un mejor monitoreo de las variables que se quieren controlar. Este tipo de control puede ser utilizado en tareas cooperativas, como es el transporte de objetos, tarea en la cual la formación y trayectoria cobra gran relevancia.

## REFERENCIAS

- Agnew, M.S., Dal Canto, P., Kitts, C.A., and Li, S. (2010). Cluster space control of aerial robots. In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on*, 1305–1310. IEEE.
- Kitts, C. and Egerstedt, M. (2008). Design, control, and applications of real-world multirobot systems [from the guest editors]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 15(1), 8–8.
- Kitts, C.A. and Mas, I. (2009). Cluster space specification and control of mobile multirobot systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(2), 207–218.
- Mahacek, P., Mas, I., and Kitts, C. (2010). Cluster space control of autonomous surface vessels utilizing obstacle avoidance and shielding techniques. In *Autonomous Underwater Vehicles (AUV), 2010 IEEE/OES*, 1–5. IEEE.
- Mahacek, P., Mas, I., Petrovic, O., Acain, J., and Kitts, C. (2009). Cluster space control of autonomous surface vessels. *Marine Technology Society Journal*, 43(1), 13–20.
- Mas, I. and Kitts, C. (2012a). Object manipulation using cooperative mobile multi-robot systems. In *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, volume 1.
- Mas, I. and Kitts, C. (2012b). Obstacle avoidance policies for cluster space control of nonholonomic multirobot systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(6), 1068–1079.
- Mas, I. and Kitts, C.A. (2014). Dynamic control of mobile multirobot systems: the cluster space formulation. *IEEE Access*, 2, 558–570.
- Mas, I., Li, S., Acain, J., and Kitts, C. (2009). Entrapment/escorting and patrolling missions in multi-robot cluster space control. In *Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on*, 5855–5861. IEEE.
- Mas, I., Petrovic, O., and Kitts, C. (2008). Cluster space specification and control of a 3-robot mobile system. In *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, 3763–3768. IEEE.
- Nasir, M.T. and El-Ferik, S. (2016). Adaptive sliding-mode cluster space control of a non-holonomic multi-robot system with applications. *IET Control Theory & Applications*, 11(8), 1264–1273.
- Neumann, M.A. and Kitts, C.A. (2016). A hybrid multirobot control architecture for object transport. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(6), 2983–2988.
- Olivares Cruz, M., Velasco Villa, M., and Castro Linares, R. (2015). Seguimiento de trayectorias libre de singularidades para una clase de robots móviles no holónomos. *Memorias del XVII Congreso Mexicano de Robótica*, 117–123.
- van den Broek, T.H.A., van de Wouw, N., and Nijmeijer, H. (2009). Formation control of unicycle mobile robots: a virtual structure approach. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, 8328–8333. doi:10.1109/CDC.2009.5399803.