

Control libre de modelo de robots móviles no holónomos vía campos de velocidad

Óscar Alejandro López García*, Jesús Gabriel Galván Hernández*,
Manuel Benjamín Ortiz Moctezuma*, Fernando Martínez Reyes†,
Aldo Jonathan Muñoz Vázquez†,‡

*. *Ingeniería Mecatrónica, Universidad Politécnica de Victoria,
Ciudad Victoria, Tamaulipas, México.*

†. *Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chihuahua, Campus II,
Chihuahua, Chihuahua, México.*

‡. *Cátedras CONACYT, México.*

Correo electrónico: aldo.munoz.vazquez@gmail.com

Resumen. El presente artículo muestra un diseño de control de robots móviles no holónomos para el seguimiento robusto de contornos espaciales. Primeramente, considerando el modelo cinemático del robot móvil, se diseña un campo de velocidad, de tal modo que, cuando el robot se alinea con el campo, converge exponencialmente al contorno deseado, recorriéndolo tangencialmente. Así, el campo de velocidad se define mediante la suma de dos componentes ortogonales, un campo tangente y un campo normal, entonces, cuando el robot está lejos del contorno, la componente normal lleva al robot hacia este, y una vez sobre el contorno, el campo tangente guía al robot a lo largo del mismo. Posteriormente, se propone un control dinámico que garantiza la inmersión del sistema en el campo de velocidad. Se presentan resultados numéricos basados en simulación para demostrar la validez del esquema propuesto.

Palabras clave: Robots móviles, Robots no holónomos, Control libre de modelo, Seguimiento de contornos, Campos de velocidad, Control robusto, Control de sistemas no lineales

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace varias décadas, la comunidad de control se ha avocado en resolver el problema de movimiento de sistemas robóticos con restricciones no holónomas (Kolmanovsky & McClamroch, 1995), en particular, el caso de control de vehículos móviles diferenciales (Fierro & Lewis, 1997, Yang & Kim, 1999a), es decir, aquellos robots con ruedas, en donde cada una de estas ruedas puede girar con una dirección y velocidad independiente de las demás. Algunas contribuciones sobre el control robusto de robots no holónomos se presentan en Yang & Kim (1999a,b), donde se considera el uso de modos deslizantes debido a sus características intrínsecas de estabilidad y robustez, mientras que en Chwa (2004) se considera un diseño de control usando la representación cinemática en coordenadas polares. Por su parte, en Sira-Ramírez & Castro-Linares (2010) se expone el caso de control de formaciones de robots no holónomos. Cabe destacar además, que debido tanto a la geometría del problema como a la estructura inherente a esta clase de sistemas, es necesario recurrir a técnicas adicionales que nos permitan garantizar un desempeño adecuado en lazo cerrado.

El objetivo principal de un robot móvil, sea o no holónimo, es el de seguir trayectorias o contornos espaciales. Generalmente, el contorno que se desea recorrer se parametriza en función del tiempo, lo que se conoce como el enfoque usual de seguimiento de trayectorias, de este modo, el robot sigue un punto

móvil en el espacio, más que un contorno invariante en este, por lo que la acción requerida sobre el sistema no depende solamente de su configuración actual, sino también del tiempo. No obstante, como se menciona en Li & Horowitz (2001a,b), el enfoque clásico de seguimiento de trayectorias conlleva a una serie de problemas indeseables, tales como la falta de coordinación entre los grados de libertad del sistema y el efecto de disminución radial, los cuales afectan considerablemente a la tarea de seguimiento. El control de Li & Horowitz (2001a,b), basado en campos pasivos de velocidad, se considera en Yamakita et al. (1998) para el comando de formaciones de robots móviles. Sin embargo, la implementación del control propuesto en Li & Horowitz (2001a,b) depende completamente de los parámetros que conforman el modelo dinámico del sistema, por lo que cualquier incertidumbre o perturbación podría causar inestabilidad, además, el método propuesto en Li & Horowitz (2001a,b) no permite el comando explícito de la velocidad con la cual se sigue el contorno deseado dado que el campo preserva pasividad con respecto de la energía total del sistema, al agregar una rueda libre ficticia.

Un enfoque alternativo para el seguimiento robusto de contornos se propone en Muñoz-Vázquez et al. (2013a), para el caso de robots manipuladores en movimiento libre, posteriormente, el esquema propuesto en Muñoz-Vázquez et al. (2013a) se extiende en Muñoz-Vázquez et al. (2013b) al caso de robots manipuladores en movimiento restringido, mediante el diseño de campos ortogonales de fuerza-velocidad, esto es, para el caso de robots en contacto con superficies indeformables, o bien, sujetos a restricciones holónomas. En Muñoz-Vázquez et al. (2014) se estudia la aplicación del enfoque propuesto en Muñoz-Vázquez et al. (2013a) para el caso de vehículos aéreos

¹ Aldo Jonathan agradece al CONACYT por el Proyecto Cátedras 1086 "Ambientes Inteligentes". Los autores agradecen a los editores y revisores por su tiempo y esfuerzo en proporcionar comentarios valiosos que definitivamente ayudaron a mejorar el presente artículo.

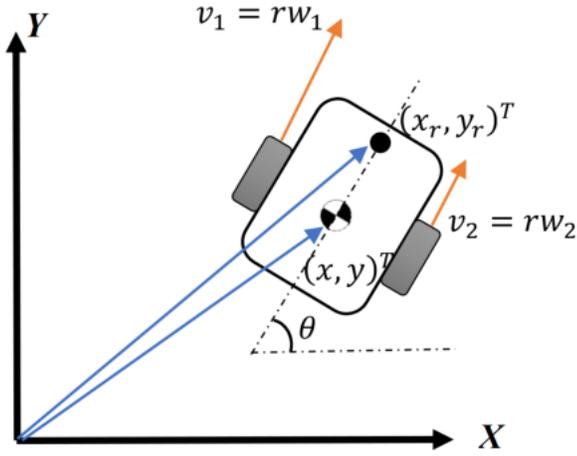


Figura 1. Diagrama esquemático del robot móvil.

no tripulados, mientras que en Muñoz-Vázquez et al. (2018) se estudia el caso de robots en movimiento cooperativo para la manipulación de objetos rígidos.

Cabe señalar que a diferencia de los esquemas de control discutidos más arriba, el esquema propuesto en este artículo considera el caso de un sistema robótico móvil no holónimo, considerando además un controlador libre de modelo. De esta manera, la contribución propuesta puede detallarse como sigue:

- El diseño de un campo de velocidad que garantiza el seguimiento exponencial de un contorno deseado.
- El diseño de un controlador dinámico que asegura la inmersión del sistema en el campo de velocidad.
- Una implementación libre de modelo que asegura robustez ante incertidumbres y perturbaciones.

El resto de este documento se organiza como sigue. La sección siguiente presenta el modelo de un robot móvil no holónimo. La sección 3 expone el diseño del campo de velocidad y del control dinámico. En la sección 4 se estudian los resultados numéricos basados en simulación. Finalmente, las conclusiones principales se discuten en la sección 5.

2. MODELADO DE UN ROBOT NO HOLÓNOMO

2.1 Modelo cinemático

Considere sin pérdida de generalidad un vehículo móvil diferencial de dos ruedas, ver figura 1. El modelo de un robot móvil no holónimo se estudia de manera similar al enfoque considerado en Becerra et al. (2018). Así, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \cos(\theta)u_1 \\ \dot{y} &= \sin(\theta)u_1 \\ \dot{\theta} &= u_2 \end{aligned} \quad (1)$$

donde (x, y) es la posición del centro de masa del vehículo, y θ es su orientación con respecto del eje X , u_1 y u_2 son entradas virtuales, o controles cinemáticos, que son determinados por

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{w} \quad (2)$$

con $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$, y $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2]^T$, para w_1 y w_2 las velocidades de las ruedas izquierda y derecha, respectivamente, y

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ -\frac{r}{L} & \frac{r}{L} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

donde r es el radio de las ruedas, y L es la separación entre las mismas. Así, es claro que

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_v\mathbf{w} \quad (4)$$

con $\mathbf{X} = [x \ y \ \theta]^T$ y

$$\mathbf{A}_v = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos(\theta) & \frac{r}{2}\cos(\theta) \\ \frac{r}{2}\sin(\theta) & \frac{r}{2}\sin(\theta) \\ -\frac{r}{L} & \frac{r}{L} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Similarmente a Becerra et al. (2018), considere además una referencia en el móvil, cuyas coordenadas vienen dadas por

$$\begin{aligned} x_r &= x + l\cos(\theta) \\ y_r &= y + l\sin(\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

para algún $l > 0$. De este modo se tiene que

$$\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (7)$$

con $\mathbf{X}_r = [x_r \ y_r]^T$ y

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -l\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & l\cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Por lo tanto, dado que la matriz \mathbf{B} es invertible para $l > 0$, en lo que sigue se considera la referencia \mathbf{X}_r para el control del vehículo, y no solamente la posición de su centro de masa y su orientación respecto a este, es decir, \mathbf{X} . Además, de las relaciones (2) y (7) se tiene que

$$\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{w}, \quad (9)$$

relacionando la velocidad de la referencia en el móvil y las velocidades angulares de las ruedas.

2.2 Modelo dinámico

El modelo dinámico del robot móvil se obtiene a partir de la expresión de la energía cinética y de aplicar el formalismo de Euler-Lagrange. Así, considere

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}(m_1 + 2m_2)(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) \\ &+ \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}^2 + J_{wc}(w_1^2 + w_2^2) \end{aligned} \quad (10)$$

la energía cinética del robot móvil, con m_1 y m_2 las masas del vehículo y de cada rueda, respectivamente, J_c es el momento de inercia del vehículo con respecto al centro de masa y J_{wc} es el momento de inercia de cada rueda con respecto de su centro de giro y en el marco fijo a la rueda. De este modo, es posible expresar la energía cinética como

$$K = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{X}}^T \mathbf{M}\dot{\mathbf{X}} + J_{wc}\mathbf{w}^T \mathbf{w} \quad (11)$$

con

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + 2m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + 2m_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_c \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Por lo tanto, usando (4), se tiene que

$$K = \frac{1}{2}\mathbf{w}^T [\mathbf{A}_v^T \mathbf{M} \mathbf{A}_v + \mathbf{I}_{2 \times 2} J_{wc}] \mathbf{w} \quad (13)$$

donde, $\mathbf{I}_{2 \times 2}$ es la matriz identidad de 2 por 2. Considere de este modo

$$\mathbf{M}_w = \mathbf{A}_v^T \mathbf{M} \mathbf{A}_v + \mathbf{I}_{2 \times 2} J_{wc} \quad (14)$$

la matriz de inercia en el espacio de las ruedas, la cual es claramente simétrica. Además, es claro que

$$K = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T M_w \mathbf{w}. \quad (15)$$

Más aún, debido a que $K > 0$ para toda $\mathbf{w} \neq 0$, además, existen constantes c_0 y c_1 tales que

$$0 < c_0 \|\mathbf{w}\|^2 \leq \frac{1}{2} \mathbf{w}^T M_w \mathbf{w} \leq c_1 \|\mathbf{w}\|^2 < \infty \quad \forall \mathbf{w} \in \mathbb{R}^2. \quad (16)$$

Así, la forma cuadrática dada por la energía cinética, es decir, $K = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T M_w \mathbf{w}$, es coerciva y continua.

Ahora, aplicando el formalismo de Euler-Lagrange, resulta que

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \mathbf{w}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d} \quad (17)$$

con $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2]^T$, donde τ_1 y τ_2 son los pares de las ruedas izquierda y derecha, respectivamente, y \mathbf{d} denota incertidumbres y perturbaciones. De este modo,

$$M_w \dot{\mathbf{w}} + C_w \mathbf{w} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d} \quad (18)$$

con $C_w = \dot{M}_w$ la matriz de Coriolis, la cual condensa efectos cuadráticos en velocidad.

3. DISEÑO DEL CONTROL

3.1 Problema de control y solución propuesta

Considerando la referencia \mathbf{X}_r en el vehículo, y el contorno definido por la variedad

$$g(\mathbf{X}_r) = 0, \quad (19)$$

el problema es, por un lado, diseñar una referencia nominal en el espacio de velocidades angulares de las ruedas, de modo que en dicha referencia, el móvil se aproxime al contorno de manera pasiva, es decir sin cruces a través de este. Por otro lado, una vez definida la referencia nominal \mathbf{V}_w , el problema es diseñar un controlador robusto $\boldsymbol{\tau}$, cuya implementación sea libre de modelo, tal que $\mathbf{w} = \mathbf{V}_w$ en tiempo finito.

Con la finalidad de resolver el problema de control, se propone diseñar la referencia nominal \mathbf{V}_w como un campo de velocidad, es decir, una función que asocia un vector de velocidad a cada punto en el espacio. El controlador $\boldsymbol{\tau}$ se propone considerando el esquema de control basado en modos deslizantes de primer orden tipo vector unitario (Gutman, 1979, Utkin et al., 2009).

3.2 Diseño del campo de velocidad

Básicamente, el problema es diseñar una base ortogonal para el campo de velocidad $\mathbf{V}_r : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dependiendo del error de contorno $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, de tal manera que, cuando $\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{V}_r$ se tenga que $g \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, y sin sobre-tiro. Así, con la finalidad de resolver el problema planteado, considere

$$\mathbf{V}_r = \alpha(t, \mathbf{X}_r) \mu_t \mathbf{T} + \mu_n \mathbf{N} \quad (20)$$

el campo de velocidad, con $\mu_t(g)$ y $\mu_n(g)$ coeficientes a ser definidos, y

$$\mathbf{T} = R_{\pi/2} \frac{\nabla g}{\|\nabla g\|} \quad (21)$$

$$\mathbf{N} = \frac{\nabla g}{\|\nabla g\|^2} \quad (22)$$

los campos en las direcciones tangente y normal al contorno, respectivamente, donde $\nabla g = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}_r}$ es el gradiente de g , $\alpha(t, \mathbf{X}_r)$

denota la magnitud y la dirección deseadas de la velocidad de recorrido, y

$$R_{\pi/2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

es una rotación de 90 grados en el plano $X - Y$.

Para el diseño de los coeficientes que determinan la combinación lineal de los vectores tangente y normal, el coeficiente μ_t se propone como una función de pertenencia al conjunto difuso de puntos cercanos al contorno, de modo que $\mu_t = 1$ sobre el contorno, y $\mu_t = 0$ en puntos infinitamente lejanos a este. Por otra parte, el coeficiente μ_n se diseña con la finalidad de producir la convergencia exponencial hacia el contorno. Por lo tanto, considere

$$\mu_t(g) = 1 - \tanh^2(\beta g) \quad (23)$$

$$\mu_n(g) = -\kappa g. \quad (24)$$

donde $\kappa > 0$ es la rapidez de la convergencia exponencial hacia el contorno y $\beta > 0$ es la aglomeración de los puntos en el conjunto difuso CERCA del contorno.

La convergencia al contorno, una vez que el robot se encuentra inmerso en el campo de velocidad, se demuestra en el siguiente teorema.

Teorema 1. Considere un robot móvil inmerso en el campo de velocidad definido en (20), es decir, $\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{V}_r$, y las definiciones en (21)–(24). Entonces, el robot tiende exponencialmente al contorno $g(\mathbf{X}_r) = 0$ y lo recorre con una velocidad que se aproxima a $\alpha(t, \mathbf{X}_r)$.

Prueba Dado que $\dot{\mathbf{X}}_r = \mathbf{V}_r$, se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{g} &= \nabla g^T \dot{\mathbf{X}}_r \\ &= \nabla g^T \mathbf{V}_r \\ &= \nabla g^T (\alpha(t, \mathbf{X}_r) \mu_t \mathbf{T} + \mu_n \mathbf{N}) \\ &= \mu_n \nabla g^T \frac{\nabla g}{\|\nabla g\|^2} \\ &= -\kappa g \end{aligned}$$

Por lo tanto $g = g(t_f) \exp(-\kappa(t - t_f))$, donde t_f es el instante desde el cual el robot se encuentra inmerso en el campo de velocidad.

Note que como $g \rightarrow 0$ exponencialmente, $\mu_n \rightarrow 0$ y $\mu_t \rightarrow 1$, por lo tanto $\dot{\mathbf{X}}_r \rightarrow \alpha(t, \mathbf{X}_r) \mathbf{T}$, es decir, el robot recorre el contorno tangencialmente con una velocidad $\alpha(t, \mathbf{X}_r)$. \square

El resultado anterior demuestra que el diseño del campo de velocidad cumple con el objetivo de control. No obstante, el control se ejerce en el espacio de las ruedas y no directamente en el espacio de trabajo del robot, por tal motivo, es necesario mapear el campo de velocidad al espacio de las velocidades angulares de las ruedas. De esta manera, considere

$$\mathbf{V}_w = (BC)^{-1} \mathbf{V}_r \quad (25)$$

como el campo de velocidad en el espacio de las ruedas.

3.3 Diseño del controlador dinámico

En este punto, el objetivo es diseñar un controlador robusto y libre de modelo $\boldsymbol{\tau}$, de manera que $\mathbf{w} = \mathbf{V}_w$ después de un tiempo finito. Así, inspirándose en el control tipo vector unitario (Gutman, 1979, Utkin et al., 2009), considere el control libre de modelo

$$\boldsymbol{\tau} = -k \frac{\mathbf{S}_w}{\|\mathbf{S}_w\|} \quad (26)$$

donde $k > 0$ es la ganancia de retroalimentación, y

$$\mathbf{S}_w = \mathbf{w} - \mathbf{V}_w \quad (27)$$

es la variable deslizante que depende del error de contorno.

La estabilidad del sistema (18) en lazo cerrado con el controlador (26) se demuestra en el siguiente teorema.

Teorema 2. Considere el sistema (18) en lazo cerrado con (26). Entonces, para una ganancia suficientemente grande $k > 0$, se tiene que $\mathbf{S}_w(t) = \mathbf{0}$ para todo $t \geq t_f$, con t_f finito. Por lo tanto, el robot recorre el contorno deseado.

Prueba. El sistema (18) en lazo cerrado con (26) satisface la siguiente ecuación diferencial

$$M_w \dot{\mathbf{w}} + C_w \mathbf{w} = -k \frac{\mathbf{S}_w}{\|\mathbf{S}_w\|} + \mathbf{d}$$

o de manera equivalente

$$M_w \dot{\mathbf{S}}_w + C_w \mathbf{S}_w = -k \frac{\mathbf{S}_w}{\|\mathbf{S}_w\|} - \mathbf{Y}_w$$

con

$$\mathbf{Y}_w = M_w \dot{\mathbf{V}}_w + C_w \mathbf{V}_w - \mathbf{d}.$$

Ahora considere la función candidata de Lyapunov

$$L_w = \frac{1}{2} \mathbf{S}_w^T M_w \mathbf{S}_w,$$

cuya derivada a lo largo de la dinámica del sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned} \dot{L}_w &= \mathbf{S}_w^T M_w \dot{\mathbf{S}}_w + \mathbf{S}_w^T \dot{M}_w \mathbf{S}_w \\ &= \mathbf{S}_w^T (M_w \dot{\mathbf{S}}_w + C_w \mathbf{S}_w) \\ &= -k \|\mathbf{S}_w\| - \mathbf{S}_w^T \mathbf{Y}_w \\ &\leq -\|\mathbf{S}_w\| (k - \|\mathbf{Y}_w\|) \end{aligned}$$

Por lo tanto, para $k > \sup \|\mathbf{Y}_w\|$ se tiene que $\mathbf{S}_w \neq \mathbf{0}$ implica que $\dot{L}_w < 0$, y de este modo $\mathbf{S}_w \rightarrow \mathbf{0}$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Ahora, para demostrar el régimen de convergencia $\mathbf{S}_w \rightarrow \mathbf{0}$ en tiempo finito, considere lo siguiente. Note que

$$L_w = \frac{1}{2} \mathbf{S}_w^T M_w \mathbf{S}_w \leq c_1 \|\mathbf{S}_w\|^2$$

por la continuidad de la forma bilineal L_w , o de manera equivalente,

$$-\|\mathbf{S}_w\| \leq -\frac{1}{\sqrt{c_1}} L_w^{1/2},$$

en consecuencia se tiene que

$$\dot{L}_w \leq -\gamma L_w^{1/2}$$

con $\gamma = \frac{k - \sup \|\mathbf{Y}_w\|}{\sqrt{c_1}}$ una constante positiva. Por lo tanto, integrando la desigualdad anterior resulta que

$$L_w^{1/2}(t) - L_w^{1/2}(t_0) \leq \frac{\gamma}{2}(t - t_0)$$

para t_0 el tiempo inicial. Así, es claro que $t \geq t_0 + \frac{2L_w^{1/2}(t_0)}{\gamma}$ implica que $L_w(t) = 0$. En consecuencia $\mathbf{w} = \mathbf{V}_w$ para todo $t \geq t_f$, con $t_f \leq t_0 + \frac{2L_w^{1/2}(t_0)}{\gamma}$. De este modo $g \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ de manera exponencial, en otras palabras, el robot recorre el contorno deseado. \square

Observación 1. Aunque el controlador en (26) garantiza la inmersión del sistema en el campo de velocidad, este es discontinuo, lo que de cierto modo pone en riesgo la vida útil de los elementos del sistema. Más aún, debido a tiempos limitados de muestreo, ruido y retraso en las mediciones, y la frecuencia

limitada de conmutación de los actuadores, la convergencia exacta y en tiempo finito no es más que un ideal. Por lo que es preferible considerar alternativamente el controlador suave

$$\boldsymbol{\tau} = -k \frac{\mathbf{S}_w}{\|\mathbf{S}_w\| + \delta} \quad (28)$$

donde $\delta \ll 1$ se elije lo suficientemente pequeño como para garantizar que el error de velocidad \mathbf{S}_w permanece en una vecindad de radio $\varepsilon > 0$ del origen, con ε arbitrariamente pequeño (Muñoz-Vázquez et al., 2018).

4. SIMULACIONES

El simulador se programó en Simulink en Matlab, considerando el integrador de Euler con un paso de integración de 1ms. Los parámetros del vehículo son $r = 0.15\text{m}$, $L = 0.4\text{m}$, $m_1 = 10\text{Kg}$, $m_2 = 0\text{Kg}$, $J_c = 0.1\text{Kg}\cdot\text{m}^2$, y $J_{wc} = 0\text{Kg}\cdot\text{m}^2$. Se incluyen además pares de resistencia a la rodadura $\mathbf{d} = -1.5\text{sgn}(\mathbf{w})$.

La tarea es seguir la circunferencia codificada por la variedad $g = (x_r - x_0)^2 + (y_r - y_0)^2 - R^2 = 0$, con $x_0 = 5\text{m}$, $y_0 = 0\text{m}$, y $R = 2\text{m}$, y con una velocidad $\alpha = -2\text{m/s}$. El campo se diseña con $\beta = 0.1$ y $\kappa = 2$.

Se muestran también resultados numéricos basados en el esquema usual de seguimiento de trayectorias, con fines de comparación, donde la trayectoria se codifica mediante las ecuaciones paramétricas $x_{rd}(t) = x_0 + R\cos(t)$ y $y_{rd}(t) = y_0 - R\sin(t)$. De este modo, la velocidad angular deseada de las ruedas se define como $\mathbf{w}_d = (BC)^{-1} (\dot{\mathbf{X}}_{rd} - 2(\mathbf{X}_r - \mathbf{X}_{rd}))$, con $\mathbf{X}_{rd} = [x_{rd} \ y_{rd}]^T$, y en consecuencia $\mathbf{S}_w = \mathbf{w} - \mathbf{w}_d$.

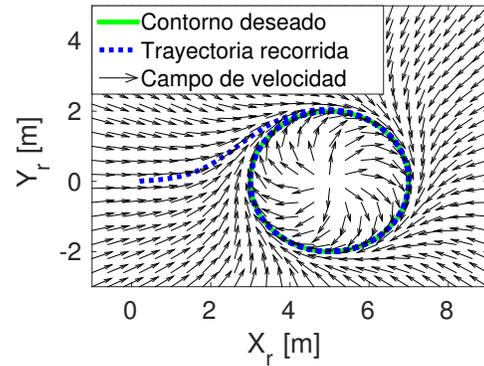


Figura 2. Contorno deseado, trayectoria recorrida y campo de velocidad.

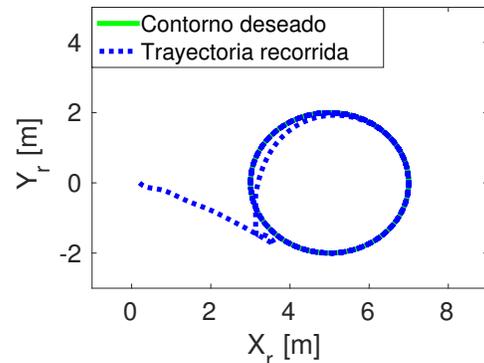


Figura 3. Contorno deseado y trayectoria recorrida.

El controlador dinámico se diseña como en (28), usando una aproximación suave, con $k = 5$ y $\delta = 0.1$.

En la figura 2 se muestra la trayectoria que sigue el robot móvil cuando el controlador τ induce el campo de velocidad. Se observa en la misma figura 2, que el robot preserva una interacción pasiva con respecto del contorno. Por otra parte, los resultados mediante el enfoque usual, basado en seguimiento de trayectorias parametrizadas en tiempo, mostrados en la figura 3, revelan que el vehículo cruza el contorno, esto debido al efecto de disminución radial. Por lo observado en las figuras 2 y 3, es posible concluir que, cuando el seguimiento del contorno es de gran interés, el control basado en campos de velocidad constituye una opción más viable.

En la figura 4 se muestra que el móvil sigue el contorno con la rapidez deseada $\alpha = -2\text{m/s}$, asimismo, el error de contorno g converge exponencialmente y sin sobre-tiro. Es claro que las señales de control τ permanecen continuas, y aún así, el controlador es capaz de forzar el acotamiento de \mathcal{S}_w . Por el contrario, en la figura 5 se observa que el error de contorno

presenta sobre-tiro, con un transitorio agresivo en las señales de control τ , y en el comportamiento de \mathcal{S}_w y $\|\dot{\mathbf{X}}_r\|$.

5. CONCLUSIONES

Se propuso un nuevo diseño de control para el seguimiento robusto de contornos, considerando el caso de un robot móvil no holónomo. Primeramente, se diseñó un campo de velocidad, de modo que, cuando el robot se encuentra en el campo, converge exponencialmente al contorno deseado, y una vez sobre el contorno, lo recorre con una velocidad y dirección deseados. Posteriormente, se diseñó un controlador dinámico libre de modelo, el cual garantiza que el robot converge al campo de velocidad en tiempo finito. Los resultados basados en simulación demuestran la confiabilidad del método propuesto, así como su superioridad con respecto de controladores convencionales basados en seguimiento de trayectorias parametrizadas en tiempo, esto debido a que el campo de velocidad garantiza una interacción pasiva con respecto del contorno, además de un alto grado de coordinación entre los grados de libertad del sistema.

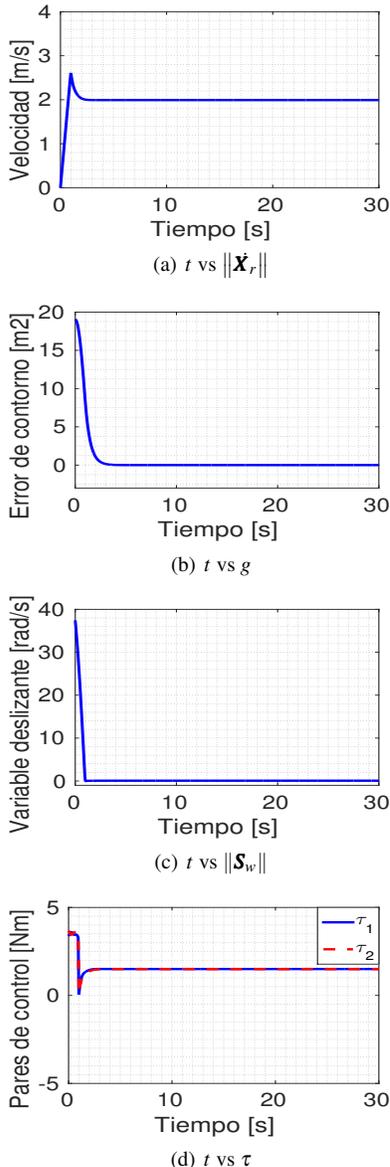


Figura 4. Control basado en campo de velocidad.

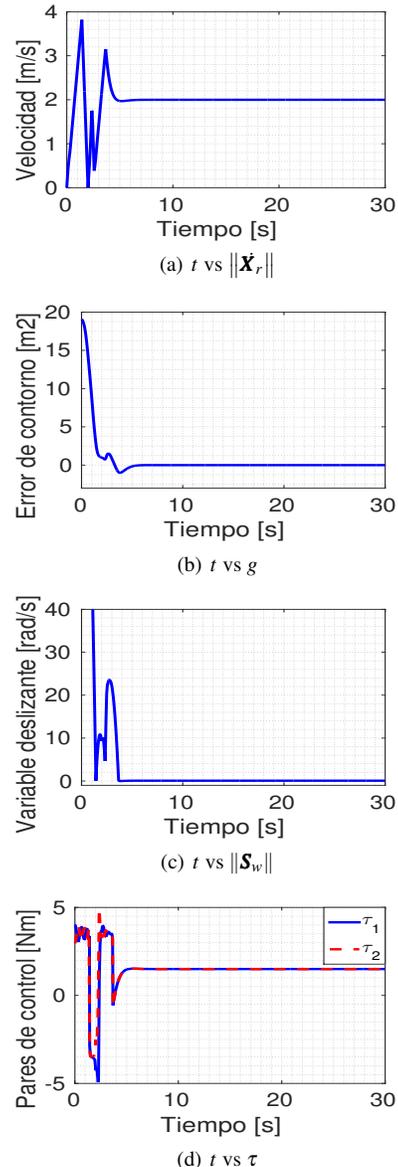


Figura 5. Control basado en seguimiento de trayectorias.

Considerando la discusión anterior, es posible concluir que en el caso de seguimiento de contornos espaciales, tareas comunes en robots móviles, es más adecuado considerar esquemas de control basados en campos de velocidad, pues estos no dependen explícitamente de la variable temporal, y en consecuencia, la acción del sistema depende solamente de su configuración actual y no del tiempo.

2, pp. 15–23, 1999.

REFERENCIAS

- Becerra, H.M., Colunga, J.A. and Romero, J.G. Simultaneous convergence of position and orientation of wheeled mobile robots using trajectory planning and robust controllers. *Int. J. of Adv. Robot. Syst.*, vol. 15, no. 1, 2018.
- Chwa, D. Sliding-mode tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates. *IEEE Trans. on Contr. Syst. Tech.*, vol. 12, no. 4, pp. 637–644, 2004.
- Fierro, R., and Lewis, F.L. Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics. *J. of Robot. Syst.*, vol. 14, no. 3, pp. 149–163, 1997.
- Gutman, S. Uncertain dynamical systems—A Lyapunov min-max approach. *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. 24, no. 3, pp. 437–443, 1979.
- Kolmanovsky, I. and McClamroch, N.H. Developments in non-holonomic control problems. *IEEE Contr. Syst.*, vol. 15, no. 6, pp. 20–36, 1995.
- Li, P.Y. and Horowitz, R. Passive velocity field control (PVFC). Part I. Geometry and robustness. *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. 46, no. 9, pp. 1346–1359, 2001.
- Li, P.Y. and Horowitz, R. Passive velocity field control (PVFC). Part II. Geometry and robustness. *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, vol. 46, no. 9, pp. 1360–1371, 2001.
- Muñoz-Vázquez, A.J., Parra-Vega, V., Sanchez, A., Garcia, O., Rosales, S. and Ruiz-Sanchez, F. Passive velocity field control for contour tracking of robots with model-free controller. *IEEE Int. Conf. on Robot. and Autom.*, pp. 1934–1940, 2013.
- Muñoz-Vázquez, A.J., Parra-Vega, V., Sanchez, A., Rosales, S., Garcia, O. and Ruiz-Sanchez, F. Passive force/velocity field control for contour tracking of constrained robots. *IEEE American Contr. Conf.*, pp. 5728–5734, 2013.
- Muñoz-Vázquez, A.J., Parra-Vega, V. and Sanchez, A. A passive velocity field control for navigation of quadrotors with model-free integral sliding modes. *J. of Intell. Robot. Syst.*, vol. 73, no. 1-4, pp. 373–385, 2014.
- Muñoz-Vázquez, A.J., Parra-Vega, V., Sanchez, A. and Ruiz-Sánchez, F.J., A novel force-velocity field for object manipulation with a model-free cooperative controller. *Trans. of the Inst. of Meas. and Contr.*, 2018.
- Sira-Ramírez, H. and Castro-Linares, R. Trajectory tracking for non-holonomic cars: A linear approach to controlled leader-follower formation. *IEEE Conf. on Decision and Contr.*, pp. 546–551, 2010.
- Utkin, V., Guldner, J. and Shi, J. *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*. CRC press, 2009.
- Yamakita, M., Yazawa, T., Zheng, X. Z. and Ito, K. An application of passive velocity field control to cooperative multiple 3-wheeled mobile robots. *IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Syst.*, pp. 368–373, 1998.
- Yang, J.M. and Kim, J.H. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots. *IEEE Trans. on Robotics and Autom.*, vol. 15, no. 3, pp. 578–587, 1999.
- Yang, J.M. and Kim, J.H. Sliding mode motion control of nonholonomic mobile robots. *IEEE Contr. Syst.*, vol. 19, no.