

# Implementación de observadores para circuitos eléctricos con cargas no lineales

Michael Rojas\* Andrés Juárez\* Gerardo Espinosa-Pérez\*  
Mario Arrieta\*

\* Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. (e-mail: michrojasg@comunidad.unam.mx, gerardoe@unam.mx, ing.andy@hotmail.com, mra.paternina@gmail.com).

Resumen.- En el presente trabajo se aborda el estudio de circuitos eléctricos cuyo comportamiento se puede representar de manera matemática como un sistema lineal cuya salida es retroalimentada por una no linealidad estática, en donde se abordan dos principales problemáticas, la primera es obtener una metodología con la cual sea posible sistematizar la representación matemática de los circuitos eléctricos bajo el formalismo Hamiltoniano, la segunda, dada la falta de mediciones en las redes eléctricas en este trabajo se plantea el diseño de un observador para sistemas cuyo comportamiento pueda ser representado por un sistema no lineal con una retroalimentación estática de los estados no medidos.

*Keywords:* Circuitos eléctricos, criterio del círculo, estructura de Lure, sistemas no lineales.

## 1. INTRODUCCIÓN

$$\dot{x} = [J - R]Px + Bu + \phi(x)$$

El estudio de sistemas de potencia se ha convertido en el tema principal de investigación para la teoría de control en los últimos años, esto es debido a los fenómenos no lineales presentes de manera natural en estos sistemas gracias a la inclusión de cargas con comportamiento no lineal y la inclusión de nuevas unidades de generación de energía, esto vuelve complicado el análisis tradicional de las redes eléctricas, convirtiendo a los sistemas de potencia en objetos de estudio aún más complejos.

Existen metodologías que permiten realizar el análisis y la caracterización de los sistemas de potencia, como en Milano (2010) que presenta el estudio de sistemas de potencia desde un enfoque clásico de la teoría sistemas eléctricos, la desventaja de todas estas metodologías de análisis radica en que es necesario conocer todo el estado del sistema para que la caracterización del mismo sea confiable.

Para solucionar este problema se ha trabajado bajo el enfoque del estudio de sistemas dinámicos, en Avila-Becerril et al. (2015) se plantea una metodología para sistematizar el modelado de los sistemas de potencia sin importar el número de generadores, líneas de transmisión y cargas que este contenga, en Hill (1989) y Morison et al. (2006) se aborda la necesidad de realizar el modelado de las cargas como fenómenos dinámicos no lineales, así como el efecto en la estabilidad del sistema, esta problemática sigue abierta sobre todo en el estudio del efecto de cargas como las de potencia constante.

Si se considera que, en primera instancia, un circuito eléctrico puede ser modelado de la siguiente forma

donde se considera que los elementos que conforman la red eléctrica son lineales y en los puertos de carga se encuentran conectadas cargas cuya relación de constitución es no lineal, es posible obtener propiedades de la estructura en la que el sistema está representado, con base en dicha estructura y teniendo en mente la problemática de observación en circuitos eléctricos en el presente trabajo se plantea una solución general para las redes típicas de circuitos eléctricos.

En la segunda sección se aborda de manera general la metodología de modelado empleada para caracterizar los circuitos eléctricos, en la tercera sección se aborda el diseño del observador para sistemas no lineales con retroalimentación estática de la salida, en la sección cuatro se muestran los resultados obtenidos del análisis de dos casos de estudio y finalmente se muestran las conclusiones y las referencias base para la realización de este trabajo.

## 2. PRELIMINARES

### 2.1 Notación

- $\varphi$  Encadenamientos de flujo magnético.
- $b$  Número de bordes en el grafo.
- $C$  Capacitor.
- $v_E$  Fuentes de voltaje.
- $H$  Matriz fundamental de  $loops \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (b-n+1)}$ .
- $H_{1L}$  Submatriz fundamental de  $loops$  que relaciona fuentes con inductores.
- $H_{1R}$  Submatriz fundamental de  $loops$  que relaciona fuentes con resistores de co-árbol.

- $H_{12}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona fuentes con resistencias controladas.
- $H_{C2}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona capacitores con resistencias controladas.
- $H_{CL}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona capacitores con inductores.
- $H_{CR}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona capacitores con resistores de co-árbol.
- $H_{R2}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona resistores de árbol con controlados.
- $H_{RL}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona resistores de árbol con inductores.
- $H_{RR}$  Submatriz fundamental de *loops* que relaciona resistores de árbol y co-árbol.
- $H_a$  Función energía.
- $i_{R_c}$  Vector de corrientes de las resistencias de co-árbol.
- $i_{R_t}$  Vector de corrientes de las resistencias del árbol.
- $i_1$  Vector de corrientes de fuentes de alimentación eléctrica.
- $i_c$  Vector de corrientes de co-árbol  $\in \mathbb{R}^{b-n+1}$ .
- $i_C$  Vector de corrientes del capacitor.
- $i_L$  Corriente del inductor.
- $i_t$  Vector de corrientes de árbol  $\in \mathbb{R}^{n-1}$ .
- $l$  Número de *loopsets* en una gráfica.
- $m$  Número de cargas no lineales en un circuito eléctrico.
- $n$  Número de nodos en el grafo.
- $n_1$  Número de fuentes de alimentación eléctrica.
- $n_2$  Número de capacitores.
- $n_3$  Número de resistores de árbol.
- $n_4$  Número de resistencias de co-árbol.
- $n_5$  Número de inductores.
- $n_6$  Número de resistencias controladas por corriente.
- $q$  Carga del capacitor.
- $r$  Número de *cutsets* asociados a la gráfica.
- $r_C$  Resistencia de pérdidas en el capacitor.
- $R_c$  Matriz de resistencias de co-árbol.
- $R_l$  Resistencia de la carga.
- $R_L$  Resistencia de pérdidas en el inductor.
- $R_t$  Matriz de resistencias de árbol.
- $v_{R_c}$  Vector de los voltajes de las resistencias del co-árbol.
- $v_{R_t}$  Vector de los voltajes de las resistencias de árbol.
- $v_1$  Vector de voltajes de las fuentes de alimentación eléctrica.
- $v_C$  Vector de los voltajes en los capacitores.
- $v_c$  Vector de voltajes de co-árbol  $\in \mathbb{R}^{b-n+1}$ .
- $v_L$  Vector de los voltajes de los inductores.
- $v_t$  Vector de voltajes de árbol  $\in \mathbb{R}^{n-1}$ .

## 2.2 Modelado de redes eléctricas

Una metodología sistemática para realizar el modelado de sistemas físicos consiste en emplear conceptos de teoría de grafos para caracterizar las restricciones naturales de cada sistema, para abordar esta teoría de manera exhaustiva en R. Balakrishnan (2012), Wellstead (2000) y Avila-Becerril et al. (2015) se encuentran las bases para entender el

enfoque bajo el cual se obtuvo el modelado de redes eléctricas en el presente trabajo.

Las restricciones de interconexión impuestas por las leyes de Kirchhoff se expresan en términos de *cutsets* y *loopsets* básicos con el objetivo de encontrar un árbol y un co-árbol de modo que las corrientes y los voltajes se representen de la siguiente forma

$$i = \begin{bmatrix} i_t \\ i_c \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} v_t \\ v_c \end{bmatrix}$$

con  $i_t \in \mathbb{R}^{(n-1)}$ ,  $v_t \in \mathbb{R}^{(n-1)}$  las corrientes y los voltajes del árbol, mientras que  $i_c \in \mathbb{R}^{b-(n-1)}$ ,  $v_c \in \mathbb{R}^{b-(n-1)}$  representan las corrientes y los voltajes del co-árbol, mientras que las restricciones de continuidad y compatibilidad se representan como

$$[I_{n-1} \ H] \begin{bmatrix} i_t \\ i_c \end{bmatrix} = 0 \quad (1)$$

$$[-H^T \ I_{b-n+1}] \begin{bmatrix} v_t \\ v_c \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

donde a la matriz  $H \in \mathbb{R}^{(n-1) \times b-(n-1)}$  es llamada matriz fundamental de *loops*. De las restricciones físicas dadas por las ecuaciones (1) y (2) se puede observar que la matriz  $H$  relaciona en sus renglones los elementos del co-árbol incidentes en los *cutsets* básicos y las columnas a los elementos del árbol que inciden en los *loopsets* básicos.

*Observación 1.* (Elementos del árbol). Todos los elementos que sean controlados por voltaje serán parte del árbol de la gráfica, esto es, las fuentes de voltaje, capacitores y algunas resistencias controladas por voltaje

$$i_t = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_C \\ i_{R_t} \end{bmatrix}; \quad v_t = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_C \\ v_{R_t} \end{bmatrix} \quad (3)$$

*Observación 2.* (Elementos del co-árbol). Todos los elementos que sean controlados por corriente serán parte del co-árbol de la gráfica, esto es, las fuentes de corriente, inductores y algunas resistencias controladas por corriente.

$$i_c = \begin{bmatrix} i_{R_c} \\ i_L \end{bmatrix}; \quad v_c = \begin{bmatrix} v_{R_c} \\ v_L \end{bmatrix}. \quad (4)$$

donde  $v_1, i_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $v_C, i_C \in \mathbb{R}^{n_2}$ ,  $v_{R_t}, i_{R_t} \in \mathbb{R}^{n_3}$ , tal que  $n_1 + n_2 + n_3 = n - 1$ , y  $v_{R_c}, i_{R_c} \in \mathbb{R}^{n_4}$ ,  $v_L, i_L \in \mathbb{R}^{n_5}$ .

Para obtener el modelo de la red eléctrica en este trabajo se define una función de energía almacenada,  $H_a : \mathbb{R}^{n_2 \times n_5} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , representada de la siguiente forma

$$H_a(q, \phi) = V(q) + V(\phi) \quad (5)$$

donde  $q$  representa la carga del capacitor y  $\phi$  los encadenamientos de flujo dentro del inductor. Adicionalmente  $H_a(q, \phi) > 0$  y conocida. De igual forma es posible recuperar las variables de puerto a través de la función energía como se muestra a continuación

$$\dot{q} = i_C, \quad v_C = \frac{\partial H_a(q, \phi)}{\partial q} = \nabla_q H_a \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = v_L, \quad i_L = \frac{\partial H_a(i, \phi)}{\partial \phi} = \nabla_\phi H_a \quad (7)$$

mientras que los elementos que disipan energía se encuentran definidos con la siguiente relación de constitución, donde  $\varphi_t, \varphi_c$  son funciones biyectivas.

$$i_{Rt} = -\varphi_t(v_{Rt}), \quad v_{Rc} = -\varphi_c(i_{Rc}) \quad (8)$$

Además de considerar la función de energía es necesario establecer la estructura de la matriz fundamental de *loops*. Dicha estructura se muestra a continuación

$$H = \begin{bmatrix} H_{1R} & H_{1L} & H_{12} \\ H_{CR} & H_{CL} & H_{C2} \\ H_{RR} & H_{RL} & H_{R2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde cada submatriz posee las dimensiones adecuadas de acuerdo a la relación entre los elementos del árbol y los elementos del co-árbol, donde dichas submatrices corresponden a un circuito formado por fuentes de voltaje, líneas de transmisión inductivas y cargas resistivas controladas por corriente.

Existe una relación entre las variables de flujo y esfuerzo del circuito eléctrico y las variables de estado del sistema mismo. Dichas relaciones se encuentran dadas por las siguientes expresiones

$$\dot{q}_C = H_{CL}^T i_L \quad \dot{\phi} = -H_{CL} v_C \quad (10)$$

De aquí el comportamiento dinámico del sistema se representa según las siguientes ecuaciones diferenciales dadas en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -H_{CL} \\ H_{CL}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H_a \\ \nabla_\phi H_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -H_{CR} \\ H_{RL}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Rt} \\ i_{Rc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ H_{1L}^T e_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

con

$$\begin{bmatrix} v_{Rt} \\ i_{Rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varphi_t^{-1}(i_{Rt}) \\ -\varphi_c^{-1}(v_{Rc}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

El modelo dinámico anterior se puede representar de la siguiente forma

$$\dot{x} = \mathbb{J} \nabla_x H_a(x) + \mathbb{F}(x, e_1, i_{Rc}, v_{Rt}) + \mathbb{G} E_1 \quad (13)$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix}; \quad \nabla_x H_a(x) = \begin{bmatrix} \nabla_q H_a \\ \nabla_\phi H_a \end{bmatrix}; \quad E_1 = \begin{bmatrix} v_E \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

ya la representación matricial queda expresada como

$$\mathbb{J} = \begin{bmatrix} 0 & -H_{CL} \\ H_{CL}^T & 0 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ H_{1L}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{F}(x, e_1, i_{Rc}, v_{Rt}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -H_{CR} \\ H_{RL}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\varphi_t^{-1}(-H_{RR} i_{Rc} - H_{RL} \nabla_\phi H_a) \\ -\varphi_c^{-1}(H_{1R}^T e_1 + H_{RR}^T v_{Rt} + H_{CR}^T \nabla_q H_a) \end{bmatrix}$$

### 2.3 Propiedades Estructurales de la Red

Los circuitos eléctricos poseen propiedades de interconexión caracterizadas en las siguientes proposiciones

*Proposición 3.* Las pérdidas de los inductores se modelan como resistencias conectadas en serie, estas resistencias son controladas por voltaje, por lo tanto pertenecen al árbol del grafo asociado al circuito, es decir  $R_t$ , por lo tanto

$$H_{RL} = I_2 \in \mathbb{R}^{n_3 \times n_3}; \quad H_{RR} = 0_1 \in \mathbb{R}^{n_3 \times n_4} \quad (15)$$

*Proposición 4.* Las pérdidas de los capacitores son modeladas como resistencias conectadas en paralelo con los mismos, estas resistencias son controladas por corriente, por lo tanto estos elementos pertenecen al co-árbol del grafo asociado al circuito, es decir

$$H_{CR} = I_3 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}; \quad H_{1R} = 0_2 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2} \quad (16)$$

*Proposición 5.* Las cargas se modelan como resistencias controladas por corriente con relación de constitución no lineal en paralelo con los capacitores, dadas sus características, estas resistencias aparecen en el co-árbol del grafo, por lo tanto

$$H_{C2} = I_4 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_6}; \quad H_{R2} = 0_3 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_6} \quad (17)$$

además  $\varphi_t^{-1}(-H_{RR} i_{Rc} - H_{RL} \nabla_\phi H_a)$   $\varphi : [0, \infty) \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$

### 2.4 Modelo general de la red

El modelo de los circuitos eléctricos en función del voltaje y la corriente se encuentra dado de la siguiente forma

$$\dot{z}_m = Q^{-1}[J - R]z_m + Q^{-1}Gu \quad (18)$$

donde  $z_m = \nabla_x H_a \in \mathbb{R}^{n_2 + n_5 \times 1}$ ,  $Q = \text{diag}\{C, L\} \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_5}$ . Bajo las proposiciones 3,4 y 5 la expresión matricial del modelo anterior se representa como

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} C^{-1} & 0 \\ 0 & L^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -R_c^{-1} & -H_{CL} \\ H_{CL}^T & -R_t \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} V_C \\ i_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -C^{-1} \\ 0_3 \end{bmatrix}}_{B_1} \varphi(V_C) + \quad (19)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ L^{-1} H_{1L}^T \end{bmatrix}}_{B_2} v_E$$

El problema a resolver es plantear una metodología que permita recuperar los estados asociados a las cargas que no son posibles medir, en Arcaj and Kokotovic (1999) se muestra una metodología de diseño de observadores para

sistemas que contengan una retroalimentación no lineal estática de los estados no medibles.

### 3. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Considere el sistema representado por (19) expresado de la siguiente forma

$$\dot{x} = Ax + B_1\varphi(\mathfrak{H}x) + B_2v_E \quad (20)$$

$$y_m = Cx \quad (21)$$

donde  $y_m$  es la salida medida del sistema, para poder realizar el diseño de un observador para (20) se debe de garantizar que el par  $(A, C)$  debe ser observable, es decir, que el rango de la matriz de observabilidad sea completo, de ser así se considera el observador propuesto en Arcak and Kokotovic (1999)

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_1\varphi(\mathfrak{H}\hat{x} + K(y - C\hat{x})) + B_2v_E + L(y - C\hat{x}) \quad (22)$$

donde las matrices  $K \in \mathbb{R}^{m \times p}$  y  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  incluyen al modelo un término de corrección que debe ser diseñado para garantizar las propiedades del observador.

Si el error se define como  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  entonces la dinámica del error queda definida de la siguiente forma

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + B_1\{\varphi(\mathfrak{H}x) - \varphi(\mathfrak{H}\hat{x} + K(y - C\hat{x}))\} \quad (23)$$

si se considera  $v = \varphi(\mathfrak{H}x)$  y  $\hat{v} = \varphi(\mathfrak{H}\hat{x} + K(y - C\hat{x}))$  y se plantea el siguiente sistema auxiliar

$$\begin{aligned} \phi(t, z) &= \varphi(v) - \varphi(\hat{v}) \\ z &= v - \hat{v} = (\mathfrak{H} - KC)\tilde{x} \end{aligned}$$

entonces se tiene el siguiente sistema dinámico

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + B_1\phi(t, z) \quad (24)$$

$$z = (\mathfrak{H} - KC)\tilde{x} \quad (25)$$

se puede observar que (24) posee una estructura que en teoría de sistemas se conoce como *Estructura de Lure*. El objetivo es que  $\hat{x} \rightarrow x$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Para demostrar que el objetivo se cumple es necesario analizar las características de estabilidad de la dinámica del error, se propone la siguiente función de Lyapunov

$$V = \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (26)$$

cuya derivada temporal a lo largo del campo vectorial a lo largo de la dinámica del error

$$\dot{V} = \tilde{x}[(A - LC)^T P + P(A - LC)]\tilde{x} + 2\tilde{x}PB_1\phi(t, z) \quad (27)$$

para poder caracterizar (27) se deben establecer propiedades de (24), uno de los criterios usados para caracterizar

sistemas tipo Lure es el criterio del círculo, éste dice lo siguiente

*Teorema 6.* (Criterio del círculo). Considere un sistema como (24), con  $A - LC$  Hurwitz,  $(A - LC, B_1)$  controlable y  $(A - LC, (\mathfrak{H} - KC))$  observable y donde  $\varphi(t, z)[\varphi(t, z) - \beta z] \leq 0 \quad \forall t \geq 0$ . Entonces la función de transferencia asociada al sistema es estrictamente real positiva si y solo si existen las matrices  $P = P^T > 0$  y  $L$  además de una constante  $\varepsilon > 0$  tal que

$$P(A - LC) + (A - LC)^T P = -LL^T - \varepsilon P \quad (28)$$

$$PB_1 = (\mathfrak{H} - KC)^T \quad (29)$$

entonces la derivada toma la siguiente forma

$$\dot{V} = -\varepsilon \tilde{x}^T P \tilde{x} - [L\tilde{x} - \sqrt{2}\phi(t, z)]^2 \quad (30)$$

$$\leq -\varepsilon \tilde{x}^T P \tilde{x} \quad (31)$$

se puede probar que  $\dot{V}$  es negativa definida si y solo si existen las matrices  $P, W$  y la constante  $\varepsilon$ , de ser así, se demuestra que  $\hat{x} \rightarrow x$  de manera asintótica.

Para ejemplificar la metodología se abordarán dos casos, el primero corresponde a un circuito eléctrico de segundo orden y el segundo se extiende a una red tipo malla. La salida medida corresponde a las corrientes de las cargas, por lo tanto se busca reconstruir el voltaje de las mismas para poder caracterizar la no linealidad.

### 4. IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIÓN

#### 4.1 Circuito con una carga

En este caso el circuito evaluado es el que se muestra en la Figura 1, consta de un inductor en serie con una resistencia, un capacitor y sus pérdidas conectadas en paralelo y una carga con relación de constitución no lineal.

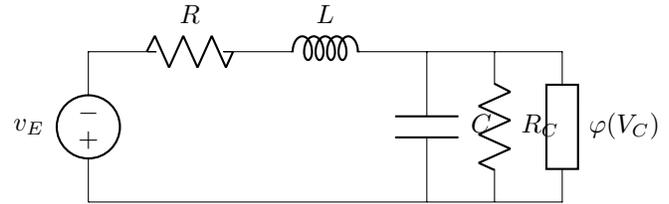


Figura 1. Circuito con una carga no lineal.

El modelo para dicho circuito es el siguiente

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_C C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_e + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} \varphi(x_1) \quad (32)$$

donde se considera que sólo es posible medir la corriente del inductor, es decir, la salida medida es  $y_m = x_2$ ; bajo esta consideración a continuación se presentan los resultados obtenidos de la implementación del observador para este caso. Los parámetros empleados son

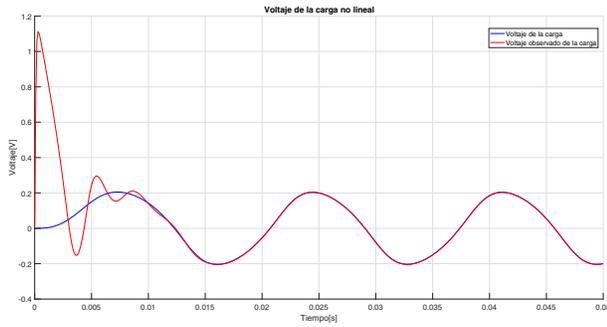


Figura 2. Voltaje del Capacitor

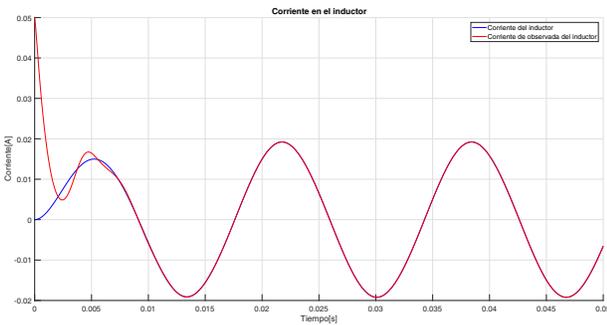


Figura 3. Corriente del inductor

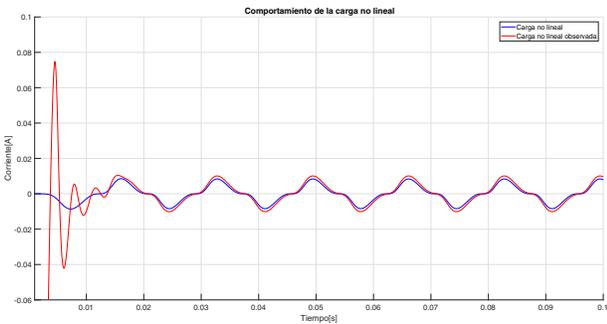


Figura 4. Comportamiento de la carga no lineal

En las figuras 2,3 se muestran tanto los estados observados como los reales, en 4 se muestra el comportamiento no lineal de la carga para finalmente en 5 se muestra el error de observación de ambos estados.

Cuadro 1. Parámetros del circuito de la Figura 1

Capacitor $C$	$220[\mu F]$
Inductor $L$	$50[mH]$
Pérdidas Inductor $R$	$20[\Omega]$
Pérdidas Capacitor $R_C$	$120[\Omega]$
Carga no lineal $\varphi(V_C)$	$V_C^3$

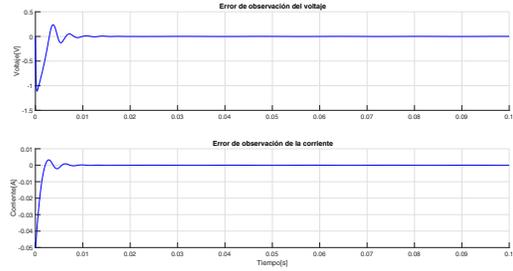


Figura 5. Error de observación

#### 4.2 Red típica malla

En este caso el circuito a evaluar corresponde a un circuito con topología malla tal y como se muestra en la Figura 6.

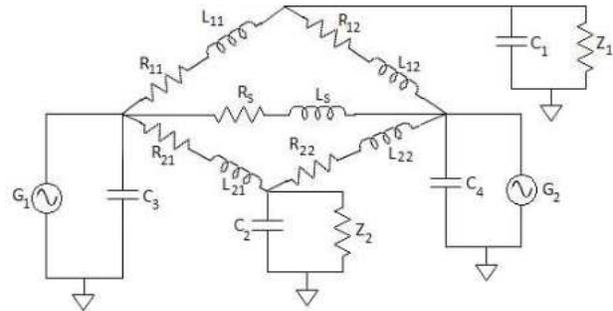


Figura 6. Topología malla

Para evaluar el observador en esta topología se consideran dos fuentes de alimentación, cinco líneas de transmisión y dos cargas no lineales, el modelo matemático queda expresado de la forma (19). Para el circuito propuesto  $x \in \mathbb{R}^7$ , y las matrices características de la topología son las siguientes

$$H_{CL}^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad H_{1L}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

para la implementación del observador se considera que es posible medir todas las corrientes del sistema, por lo tanto al igual que en el primer caso es necesario reconstruir los voltajes en los capacitores. Los parámetros empleados para evaluar la red tipo malla son los siguientes

La no linealidad que representa el comportamiento de las cargas  $Z_1$  y  $Z_2$  es la misma que para el caso anterior.

En las figuras 7, 8 y 9 se muestran los voltajes de las cargas observados así como el comportamiento no lineal que posee la carga.

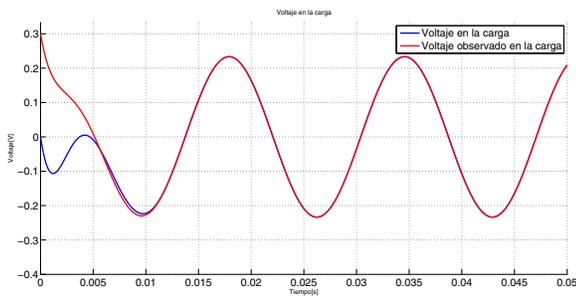


Figura 7. Voltaje en la primera carga

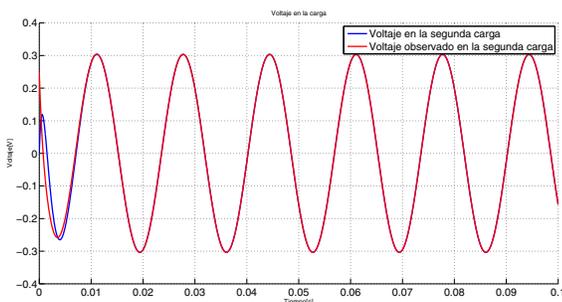


Figura 8. Voltaje en la segunda carga

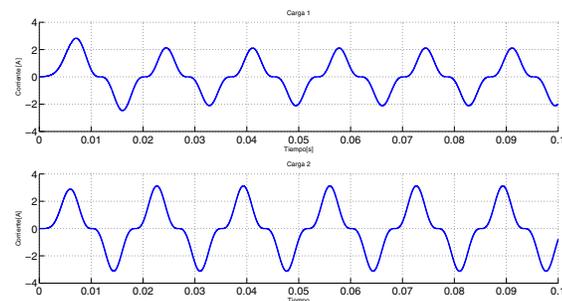


Figura 9. Comportamiento de la carga no lineal

## 5. CONCLUSIONES

Dentro del presente trabajo se desarrollo el diseño de un observador aplicado a circuitos eléctricos empleando

Cuadro 2. Parámetros para la red malla

Capacitor 1 $C_1$	220[ $\mu F$ ]
Capacitor 2 $C_2$	500[ $\mu F$ ]
Pérdidas Capacitor 1 $R_{C1}$	100[ $\Omega$ ]
Pérdidas Capacitor 2 $R_{C2}$	100[ $\Omega$ ]
Inductor $L_{11}$	25[mH]
Inductor $L_{12}$	10[mH]
Inductor $L_{21}$	50[mH]
Inductor $L_{22}$	10[mH]
Inductor $L_s$	35[mH]
Pérdidas Inductor $R_{11}$	15[ $\Omega$ ]
Pérdidas Inductor $R_{12}$	20[ $\Omega$ ]
Pérdidas Inductor $R_{21}$	10[ $\Omega$ ]
Pérdidas Inductor $R_{22}$	12[ $\Omega$ ]
Pérdidas Inductor $R_s$	25[ $\Omega$ ]

herramientas matemáticas que caracterizan propiedades de interconexión que se presentan de manera natural en estos sistemas.

Si bien, el enfoque general del trabajo es estudiar circuitos eléctricos es posible extender la teoría presentada en este trabajo a los sistemas de potencia SA9 (1994). De manera concreta en este trabajo.

- Se empleo una metodología de modelado sistemática que permite rescatar propiedades de interconexión en los sistemas.
- Se diseño de manera general un observador con base en Arcak and Kokotovic (1999) para sistemas eléctricos con estructura de Lure.
- Se obtuvo de manera particular la implementación de dicho observador para dos ejemplos de redes de circuitos eléctricos, una red radial de una malla, y una red malla

Como trabajo futuro y debido a que los sistemas eléctricos de potencia satisfacen las propiedades expuestas en este trabajo queda el aplicar la metodología a una red general de prueba, así como considerar un tipo de cargas diferentes como las cargas de potencia constante.

## REFERENCIAS

- (1994). Ieee recommended practice for electric power distribution for industrial plants. *IEEE Std 141-1993*, 1–768. doi:10.1109/IEEESTD.1994.121642.
- Arcak, M. and Kokotovic, P. (1999). Nonlinear observers: A circle criterion design. In *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, volume 5, 4872–4876. IEEE.
- Avila-Becerril, S., Espinosa-Perez, G., and Fernández, P. (2015). Dynamic characterization of typical electrical circuits via structural properties.
- Hill, D.J. (1989). On the equilibria of power systems with nonlinear loads. *IEEE transactions on circuits and systems*, 36(11), 1458–1463.
- Milano, F. (2010). *Power system modelling and scripting*. Springer Science & Business Media.
- Morison, K., Hamadani, H., and Wang, L. (2006). Load modeling for voltage stability studies. In *2006 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, 564–568. IEEE.
- R. Balakrishnan, K.R.a. (2012). *A Textbook of Graph Theory*. Universitext. Springer-Verlag New York, 2 edition.
- Wellstead, P. (2000). *Introduction to physical system modelling*. www.control-systems-principles.co.uk.