

Diseño de un observador dinámico generalizado de aprendizaje para la estimación de fallas en actuadores para sistemas LPV

I. I. Zetina Rios* G. L. Osorio Gordillo*
G. Madrigal Espinosa* C. M. Astorga Zaragoza*
E. Quintero-Mármol Márquez*

* *CENIDET, Tecnológico Nacional de México, Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, 62490 Cuernavaca, Mor, México, (e-mail: {israel.zetina17ea, gloriaosorio, gmadrigal, astorga, eqm}@cenidet.edu.mx)*

Resumen. Este artículo presenta un nuevo enfoque para la estimación simultánea de estados y fallas abruptas en actuadores para sistemas lineales con parámetros variantes (LPV). El enfoque propuesto está basado en el uso de un observador dinámico generalizado de aprendizaje (GDLO); la principal ventaja de este observador es que puede ser configurado como un observador proporcional de aprendizaje (PLO) o un observador proporcional integral de aprendizaje (PILO) dependiendo de las especificaciones de diseño. El desempeño del método propuesto se evalúa mediante simulación en un sistema de robot de articulación flexible de un eslabón.

Keywords: Sistemas LPV, Fallas abruptas, Observador dinámico generalizado de aprendizaje.

1. INTRODUCCIÓN

Con frecuencia en los procesos industriales es necesario conocer la medición de ciertas variables mediante algún sensor específico, sin embargo no siempre es posible medir todas las variables de un sistema a través de sensores físicos.

El uso de observadores es una alternativa para poder estimar las variables de estado de algún sistema, que no son posibles de conocer debido a que no se encuentran disponibles en el vector de salida o la instrumentación requerida es muy costosa o simplemente no existe tal sensor que pueda medir dicha variable.

Hoy en día existen procesos que constan de una gran cantidad de equipos y sistemas para realizar una tarea específica, esto los vuelve propensos a la ocurrencia de fallas en algún actuador, componente o sensor. La no atención a este tipo de fallas puede degradar el desempeño del proceso, reducir la vida de los componentes, generar paros no programados (lo cual puede desembocar en grandes pérdidas económicas) e incluso si no se atiende a tiempo puede ocurrir un desastre de mayor magnitud en la tarea desarrollada.

Mediante el enfoque de sistemas lineales con parámetros variantes (LPV), es posible obtener una representación de una familia de modelos lineales partiendo de un modelo no lineal. Una clase particular de los sistemas LPV es

la cuasi-LPV, en esta representación las funciones de ponderación, que permiten la interpolación entre modelos, están en términos de variables de estado medibles. Existen diversos trabajos que abordan el diseño de observadores para sistemas LPV como en Daafouz et al. (2002) donde se propone un observador para sistemas LPV en tiempo discreto. Otros trabajos más recientes como en Bolajraf et al. (2010) se presenta un observador LPV intervalar con incertidumbre en la salida. Rodrigues et al. (2015) muestra un observador para sistemas descriptor LPV con retardo. En Chen et al. (2019) se muestra un observador en modos deslizantes para sistemas LPV para estimar falla en sensores, por mencionar algunos.

El observador dinámico generalizado (GDO) fue propuesto inicialmente por Middleton et al. (1989) y Marquez (2003) donde ellos vieron los sistemas como un mapeo de entrada a estado y buscaron errores de estimación pequeñas en presencia de excitaciones persistentes. En la literatura existen diversos trabajos mediante el uso de GDO como en Osorio Gordillo et al. (2015) se trata el diseño de un observador GDO H_∞ para sistemas singulares LPV con perturbaciones. En Pérez Estrada et al. (2017) se propone un observador de dinámica generalizada para sistemas LPV aplicado a un modelo de un intercambiador de calor de tubería doble, entre otros trabajos.

Algunos otros investigadores han puesto su atención en el diseño de observadores de aprendizaje (LO) estos obser-

vadores tienen la característica de que incluyen un retardo en las variables estimadas, lo que les da la capacidad de reconstruir la variable estimada con mayor precisión. En Chen and Chowdhury (2007) se presenta el diseño de un LO para sistemas LPV para estimar estados, en Jia et al. (2012) se propone un observador de aprendizaje de entradas desconocidas (LUIO). En Chen et al. (2014) se diseña un LO para la generación de residuos para la detección de fallas para un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI) aplicado a una batería.

Este trabajo se enfoca en los observadores de aprendizaje con una estructura generalizada para la estimación de fallas en actuadores en sistemas no lineales con representación lineal de parámetros variantes (LPV). En este trabajo se presenta el desarrollo de un observador dinámico generalizado de aprendizaje (GDLO) para la estimación simultánea de estados y fallas en actuador. Este observador reduce el tiempo de convergencia de la falla estimada considerablemente. Los resultados del enfoque propuesto se demuestran utilizando el modelo de un robot de articulación flexible de un eslabón.

2. PRELIMINARES

Considere el sistema cuasi-LPV en su forma politópica como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t))(A_i x(t) + Bu(t) + Gf(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas medibles, $f(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de falla en actuador. A_i , B , C y G son matrices reales conocidas, $\rho(t) \in \mathbb{R}^r$ es el vector de r parámetros variables **que incluyen la no linealidad**.

Las funciones de ponderación están definidas como

$$\sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) = 1, \quad 0 \leq \mu_i(\rho(t)) \leq 1$$

donde $k = 2^r$ es el número de modelos locales lineales. $\mu_i(\rho(t)) = \mu(\bar{\rho}_i, \underline{\rho}_i, \rho_i(t), t)$, $\bar{\rho}_i$ y $\underline{\rho}_i$ representan el valor máximo y mínimo de ρ_i , respectivamente.

Suposición 1. El sistema (1) es observable si

$$\text{rango} [C \ CA_i \ \dots \ CA_i^{n-1}]^T = n, \quad \forall_i \in [1, \dots, k].$$

Suposición 2. Se asume que

1. $\text{rango}(CG) = \text{rango}(G)$

2. $\text{rango} \begin{bmatrix} A_i - sI_n & G \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + \text{rango}(G)$, $s \in \mathbb{C}_+$

La condición 1 implica que $p \geq m$ el número de salidas medibles debe ser mayor o igual al número de fallas (Edwards and Tan (2006)). La condición (2) garantiza que la tripleta (A_i, G, C) no pose ceros invariantes, $\forall_i \in [1, \dots, k]$ (Edwards et al. (2007)).

Suposición 3. Se asume que la falla tiene un comportamiento abrupto, por lo tanto $\dot{f}(t) = 0$.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Considerando el sistema cuasi-LPV (1) el observador de aprendizaje generalizado para la estimación de fallas en actuador se muestra como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) &= \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [N_i \zeta(t) + H_i v(t) + F_i y(t)] + \\ & \quad Ju(t) + TG\hat{f}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [S_i \zeta(t) + L_i v(t) + M_i y(t)] \quad (3)$$

$$\hat{x}(t) = \zeta(t) + Qy(t) \quad (4)$$

$$\dot{\hat{f}}(t) = \hat{f}(t - \tau) + \Phi(C\hat{x}(t) - y(t)) \quad (5)$$

donde $\zeta(t) \in \mathbb{R}^{q_0}$ representa el vector de estados del observador, $v(t) \in \mathbb{R}^{q_1}$ es un vector auxiliar, $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es la estimación de $x(t)$ y $\hat{f}(t)$ es la estimación de $f(t)$. Las matrices N_i , H_i , F_i , S_i , L_i , M_i , Q , J , T , Φ , son matrices desconocidas de dimensiones apropiadas las cuales deben determinarse tal que $\hat{x}(t)$ converja asintóticamente a $x(t)$ y que $\hat{f}(t)$ converja asintóticamente a $f(t)$.

3.1 Estudio de la dinámica del error

El siguiente lema muestra las condiciones de existencia para el observador (2)-(5).

Lema 1

1) Existe una matriz $T \in \mathbb{R}^{q_0 \times n}$ tal que:

- $N_i T + F_i C - T A_i = 0$.
- $J = T B$.
- $M_i C + S_i T = 0$.
- $T + Q C = I_n$

2) La matriz $\begin{bmatrix} N_i & H_i \\ S_i & L_i \end{bmatrix}$ es Hurwitz $\forall_i \in [1, \dots, k]$.

Demostración:

Considerando $e_f(t) = \hat{f}(t) - f(t)$ y $e_x(t) = \zeta(t) - T x(t)$, la derivada de $e_x(t)$ se expresa como

$$\dot{e}_x(t) = \dot{\zeta}(t) - T \dot{x}(t) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [N_i e_x(t) + (N_i T + F_i C - T A_i) x(t) + \\ & \quad H_i v(t)] + (J - T B) u(t) + T G e_f(t) \end{aligned} \quad (7)$$

para simplificar la expresión de $e_x(t)$, se proponen las siguientes consideraciones:

$$(a) \ N_i T + F_i C - T A_i = 0 \quad (8)$$

$$(b) \ J = T B \quad (9)$$

quedando como

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [N_i e_x(t) + H_i v(t)] + T G e_f(t) \quad (10)$$

Considerando la definición de $e_x(t)$, las ecuaciones (3) y (4) pueden ser reescritas como

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [(S_i T + M_i C)x(t) + S_i e_x(t) + L_i v(t)] \quad (11)$$

$$\hat{x}(t) = e_x(t) + (T + QC)x(t) \quad (12)$$

Si se cumplen las siguientes condiciones

$$(c) \quad S_i T + M_i C = 0 \quad (13)$$

$$(d) \quad T + QC = I \quad (14)$$

las ecuaciones (11) y (12) pueden reescribirse como

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [S_i e_x + L_i v(t)] \quad (15)$$

$$e_x(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (16)$$

Agrupando las ecuaciones (10) y (15) la dinámica del error de estimación puede ser escrita como

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) \begin{bmatrix} N_i & H_i \\ S_i & L_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} TG \\ 0 \end{bmatrix} e_f(t) \quad (17)$$

donde si $e_f(t) = 0$, y las matrices $\begin{bmatrix} N_i & H_i \\ S_i & L_i \end{bmatrix}$ son Hurwitz, entonces la dinámica del error de estimación del GDLO es estable. ■

Usando la definición de $e_f(t)$ tenemos

$$e_f(t) = \hat{f}(t) - f(t) \quad (18)$$

$$= \hat{f}(t - \tau) + \Phi C(\hat{x}(t) - x(t)) - f(t) \quad (19)$$

sumando y restando el término $f(t - \tau)$ se obtiene

$$e_f(t) = \hat{f}(t - \tau) - f(t - \tau) + \Phi C(\hat{x}(t) - x(t)) + f(t - \tau) - f(t) \quad (20)$$

considerando $\tilde{f}(t) = f(t - \tau) - f(t)$, puede reescribirse como

$$e_f(t) = e_f(t - \tau) + \Phi C e_x(t) + \tilde{f}(t) \quad (21)$$

De la ecuación (21) al considerar fallas abruptas se supone que $f(t - \tau) = f(t)$ en un tiempo finito, por lo tanto $\tilde{f}(t) = 0$, pudiendo expresar (21) como

$$e_f(t) = e_f(t - \tau) + \Phi C e_x(t) \quad (22)$$

3.2 Caracterización de las matrices del observador

En esta sección se presenta la solución general a las condiciones (a) - (d) del Lema 1.

Tomando la condición (d) del Lema 1 puede reescribirse como

$$[T \quad Q] \Sigma = I \quad (23)$$

donde $\Sigma = \begin{bmatrix} I \\ C \end{bmatrix}$. La solución general de (23) se puede expresar como

$$T = \Sigma^+ \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \quad y \quad Q = \Sigma^+ \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (24)$$

Considerando la condición (a) del Lema 1 y sustituyendo el valor de T de la ecuación (14) tenemos

$$N_i = K_i C + T A_i \quad (25)$$

donde $K_i = N_i Q - F_i$.

Haciendo uso de la condición (c) del Lema 1 y considerando la ecuación (14) tenemos

$$S_i = Z_i C \quad (26)$$

donde $Z_i = S_i Q - M_i$.

Utilizando la caracterización de las matrices N_i y S_i , la dinámica del error (17) puede reescribirse, quedando como

$$\dot{\varphi}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) (\mathbb{A}_{1i} + \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2) \varphi(t) + \mathbb{B} e_f(t) \quad (27)$$

donde: $\mathbb{A}_{1i} = \begin{bmatrix} T A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbb{A}_2 = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} TG \\ 0 \end{bmatrix}$,

$$\mathbb{Y}_i = \begin{bmatrix} K_i & H_i \\ Z_i & L_i \end{bmatrix}, \quad \varphi(t) = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}.$$

De la misma forma, el error de estimación de la falla (22) puede reescribirse como

$$e_f(t) = e_f(t - \tau) + \mathbb{C} \varphi(t) \quad (28)$$

donde $\mathbb{C} = [\Phi C \quad 0]$.

3.3 Análisis de estabilidad del GDLO

El siguiente teorema muestra las condiciones de estabilidad necesarias para que el GDLO pueda estimar simultáneamente los estados y fallas en actuador.

Teorema 1. La estimación de variables de estado y fallas del sistema (1) se puede asegurar si existe una matriz

$X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} > 0$ tal que las siguientes LMIs sean satisfechas.

$$C^{T\perp} [X_1 (T A_i) + (T A_i)^T X_1] C^{T\perp T} < 0 \quad (29)$$

y

$$\begin{bmatrix} -\gamma I & \mathbb{B}^T X + \mathbb{C} \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

donde $\gamma > 0$, matrices \mathbb{B} y \mathbb{C} están definidas en (27).

Entonces la matriz de parámetros \mathbb{Y}_i se obtiene como se muestra a continuación

$$\mathbb{Y}_i = X^{-1} (-\sigma \mathcal{B}^T + \sqrt{\sigma} \mathcal{L} \Gamma_i^{1/2})^T \quad (31)$$

donde

$$\Gamma_i = \sigma \mathcal{B} \mathcal{B}^T - \mathcal{Q}_i > 0$$

la matriz \mathcal{Q}_i puede ser expresada como

$$\mathcal{Q}_i = \begin{bmatrix} X_1 (T A_i) + (T A_i)^T X_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad y \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} C^T & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \quad y \quad \mathcal{L}$$

es una matriz arbitraria tal que $\|\mathcal{L}\| < 1$ y $\sigma > 0$ es un escalar tal que $\Gamma_i > 0$.

Demostración: Considerando la siguiente función de Lyapunov

$$\mathcal{V}(t) = \varphi^T(t)X\varphi(t) + \int_{t-\tau}^t e_f(t)^T e_f(t) dt \quad (32)$$

donde X es una matriz simétrica positiva definida. La derivada de la función de Lyapunov (32) con respecto del tiempo queda:

$$\dot{\mathcal{V}}(t) \leq \varphi(t)^T X \dot{\varphi}(t) + \dot{\varphi}(t)^T X \varphi(t) + e_f(t)^T e_f(t) - e_f(t-\tau)^T e_f(t-\tau) \quad (33)$$

sustituyendo (27) en la ecuación (33) tenemos

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(t) \leq & \varphi(t)^T [X(\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2) + (\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{Y}_{i1} \mathbb{A}_2)^T X] \varphi(t) + \\ & 2\varphi(t)^T X \mathbb{B} e_f(t) + e_f(t)^T e_f(t) - \\ & e_f(t-\tau)^T e_f(t-\tau) \end{aligned} \quad (34)$$

sustituyendo (28) en (34) queda como

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(t) \leq & \varphi^T [X(\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2) + (\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{Y}_{i1} \mathbb{A}_2)^T X] \varphi(t) + \\ & 2\varphi^T(t) [X\mathbb{B} + \mathbb{C}^T] e_f(t-\tau) + \\ & \varphi^T(t) [2X\mathbb{B} + \mathbb{C}^T] \mathbb{C} \varphi(t) \end{aligned} \quad (35)$$

Tomando en cuenta la siguiente restricción

$$\mathbb{B}^T X = -\mathbb{C} \quad (36)$$

podemos obtener la siguiente equivalencia para uno de los términos de la ecuación (35)

$$\varphi(t)^T [2X\mathbb{B} + \mathbb{C}^T] \mathbb{C} \varphi(t) = -\varphi(t)^T \mathbb{C}^T \mathbb{C} \varphi(t) < 0 \quad (37)$$

Es importante notar que la ecuación (37) está formada por un término cuadrático y al contener el signo negativo, la condición de ser negativo definido se cumplirá siempre y cuando $\varphi(t) \neq 0$.

Utilizando (36) y (37), la ecuación (35) puede ser escrita como

$$\dot{\mathcal{V}}(t) \leq \varphi^T(t) [X\mathbb{A}_{i1} + Y_{fi}\mathbb{A}_2 + \mathbb{A}_{i1}^T X + \mathbb{A}_2^T Y_{fi}^T] \varphi(t) \quad (38)$$

donde $Y_{fi} = X\mathbb{Y}_i$.

Si la condición

$$X\mathbb{A}_{i1} + Y_{fi}\mathbb{A}_2 + \mathbb{A}_{i1}^T X + \mathbb{A}_2^T Y_{fi}^T < 0 \quad (39)$$

se cumple, entonces $\dot{\mathcal{V}}(t) < 0$.

La ecuación (39) puede ser escrita como:

$$\mathcal{Q}_i + \mathcal{B}\mathcal{X}_i + (\mathcal{B}\mathcal{X}_i)^T < 0 \quad (40)$$

donde $\mathcal{X}_i = Y_{fi}^T$, $\mathcal{Q}_i = X\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{A}_{i1}^T X$, $\mathcal{B} = \mathbb{A}_2^T$. De acuerdo al lema de eliminación (Skelton et al., 1998), existe una matriz \mathcal{X}_i que satisface (40) si y solo si se cumple la siguiente condición:

$$\mathcal{B}^\perp \mathcal{Q}_i \mathcal{B}^{\perp T} < 0 \quad (41)$$

donde $\mathcal{B}^\perp = \mathbb{A}_2^{\perp T} = [C^{\perp T} \ 0]$. Utilizando la definición de \mathcal{Q}_i se obtiene (29). Si (41) es satisfecha, la matriz de parámetros \mathbb{Y}_i es obtenida con en (31).

Si la condición (41) se satisface, La condición (41) puede ser resuelta usando una herramienta estándar de desigualdades matriciales lineales (LMIs), sin embargo la condición (36) es una igualdad matricial que es difícil de resolver usando las herramientas de LMIs. Para resolver este problema, la ecuación (36) se puede reescribir como (Jia et al., 2016)

$$(\mathbb{B}^T X + \mathbb{C})^T (\mathbb{B}^T X + \mathbb{C}) \leq \gamma I \quad (42)$$

donde γ es un escalar positivo. Utilizando el lema del complemento de Schur (Boyd et al., 1994), la ecuación (42) puede ser escrita como

$$\begin{bmatrix} -\gamma I & \mathbb{B}^T X + \mathbb{C} \\ * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (43)$$

De forma que (43) es ahora un problema de desigualdades, al igual que (39).

El problema de diseño se simplifica en considerar un escalar $\gamma > 0$ para solucionar las desigualdades (41) y (43) de forma que se obtiene una matriz $X > 0$. Para después obtener la matriz de parámetros \mathbb{Y}_i como se muestra en (31). ■

4. CASO PARTICULAR

4.1 Observador de aprendizaje proporcional integral

El observador GDLO (2)-(5) tiene una estructura generalizada, considerando las matrices $L_i = 0$, $S_i = C$ y $M_i = CQ - I$ se obtiene un observador de aprendizaje proporcional integral (PILO) para la estimación de fallas en actuador como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}(t) = & \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [N_i \zeta(t) + H_i v(t) + F_i y(t)] + \\ & Ju(t) + TG\hat{f}(t) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\dot{v}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\rho(t)) [C\hat{x}(t) - y(t)] \quad (45)$$

$$\hat{x}(t) = \zeta(t) + Qy(t) \quad (46)$$

$$\hat{f}(t) = \hat{f}(t-\tau) + \Phi(C\hat{x}(t) - y(t)) \quad (47)$$

la dinámica del error de estimación (27) se vuelve

$$\dot{\varphi}(t) = (\mathbb{A}_{i1} + \mathbb{Y}_i \mathbb{A}_2) \varphi(t) + \mathbb{B} e_f(t) \quad (48)$$

donde $\mathbb{A}_{i1} = \begin{bmatrix} TA_i & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbb{A}_2 = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$, $\mathbb{B} = \begin{bmatrix} TG \\ 0 \end{bmatrix}$,

$$\mathbb{Y}_i = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} [K_i \ H_i], \varphi(t) = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ v(t) \end{bmatrix}.$$

el error de estimación de la falla (22) queda como

$$e_f(t) = e_f(t-\tau) + \mathbb{C} \varphi(t) \quad (49)$$

donde $\mathbb{C} = [\Phi C \ 0]$. Consecuentemente, el Teorema 1 puede ser aplicado directamente a las dinámicas de estimación (48) y (49) para obtener las matrices del observador proporcional integral.

5. APLICACIÓN AL CASO DE ESTUDIO

5.1 Descripción del modelo

Considere un robot de articulación flexible de un eslabón mediante un motor de CD, las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del robot se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{b_V x_2(t)}{J} - \frac{k(x_1(t) - x_3(t))}{J} + \frac{k_\tau}{J}(U(t)) \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= -\frac{Mgl \text{sen}(x_3(t))}{I} - \frac{k(x_3(t) - x_1(t))}{I} \\ y_1(t) &= x_1(t), \quad y_2(t) = x_2(t), \quad y_3(t) = x_3(t) \end{aligned} \quad (50)$$

donde $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ y $x_4(t)$ son la posición del motor, la velocidad del motor, la posición del eslabón y la velocidad del eslabón respectivamente. $U(t)$ es el par de entrada del actuador, $y_1(t)$, $y_2(t)$ y $y_3(t)$ son las salidas medibles del sistema. Los parámetros se muestran en la Tabla 1 (Jia et al., 2014).

Tabla 1. Definición de parámetros

Parámetro	Valor	Definición
g	$9,81m/s^2$	Gravedad
M	$0,31Kg$	Masa del eslabón
l	$0,15m$	Centro de masa del eslabón
k	$0,18Nm/rad$	Coefficiente de elasticidad
b_v	$0,0083Nms/rad$	Coefficiente de fricción viscosa
K_τ	$0,08Nm/V$	Ganancia de amplificación
J	$0,0037Kgm^2$	Inercia del motor
I	$0,0093Kgm^2$	Inercia del eslabón

5.2 Formulación LPV

Las ecuaciones dinámicas que describen el comportamiento del robot de articulación flexible (50), contienen una no linealidad en el estado $x_4(t)$ ($\text{sen}(x_3(t))$). Estas ecuaciones pueden representarse mediante un enfoque lineal utilizando una representación cuasi-LPV, además si se considera la presencia de fallas en el actuador. El modelo (50) puede expresarse en espacio de estados como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + Bu(t) + Gf(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (51)$$

donde $f(t)$ es el vector de fallas, $U(t) = u(t)$,

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}, \quad A(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{b_V}{J} & \frac{k}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{I} & 0 & \rho(t) & 0 \end{bmatrix}, \quad B = G = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_\tau}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix},$$

siendo $\rho(t) \in \mathbb{R}^r$ el vector de r parámetros variables que incluyen la no linealidad que está expresada como:

$$\rho(t) = -\frac{k}{I} - \frac{Mgl \text{sen}(x_3(t))}{I x_3(t)} \quad (52)$$

Las funciones de ponderación se encuentran definidas como:

$$\mu_1(\rho(t)) = \frac{\bar{\rho} - \rho(t)}{\bar{\rho} - \underline{\rho}}, \quad \mu_2(\rho(t)) = \frac{\rho(t) - \underline{\rho}}{\bar{\rho} - \underline{\rho}} \quad (53)$$

donde $\bar{\rho}$ y $\underline{\rho}$ son el límite superior e inferior de $\rho(t)$, respectivamente. Cada función de ponderación debe satisfacer las siguientes restricciones:

$$0 \leq \mu_i(\rho(t)) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^s \mu_i(\rho(t)) = 1 \quad (54)$$

donde $s = 2^r$ es número de combinaciones posibles de los límites de los parámetros variables. Para el caso de estudio se considera $r = 1$.

Ahora, el sistema (51) puede ser expresado en su formato cuasi-LPV como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^s \mu_i(\rho(t))(A_i x(t)) + Bu(t) + Gf(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (55)$$

donde $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{b_V}{J} & \frac{k}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{I} & 0 & \bar{\rho} & 0 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{b_V}{J} & \frac{k}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{I} & 0 & \underline{\rho} & 0 \end{bmatrix}$, las

matrices B , G y C están definidas en (51). Considerando el valor máximo de $\rho = -66,33$, el valor mínimo de $\rho = -70$ y sustituyendo los valores de los parámetros de la Tabla 1 las matrices son

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48,64 & -1,25 & 48,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 19,35 & 0 & -70 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48,64 & -2,24 & 48,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 19,35 & 0 & -66,30 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = G = \begin{bmatrix} 0 \\ 21,62 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Para evaluar el desempeño del observador propuesto se considera el siguiente escenario de fallas

$$f(t) = \begin{cases} 0,2Nm & 20s \leq t \leq 35s \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

la entrada $u(t)$ es considerada constante en $1Nm$. Las condiciones iniciales de simulación son $x(t) = [0,5 \ 0 \ 0,5 \ 0]^T$ y para el observador $\hat{x}(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Se considera una incertidumbre paramétrica de +10% en el coeficiente de elasticidad (b_v) resultando en $0,0091Nms/rad$ para esta simulación y una incertidumbre paramétrica de +11% en el coeficiente de fricción viscosa (k) resultando en $0,20Nm/rad$ para esta simulación, ambas incertidumbres consideradas como desgaste en los materiales.

Los resultados de la simulación muestran que tanto el GDLLO como el PILO son capaces de estimar correctamente

los estados del sistema en el momento de aparición de la falla como se muestra en la Fig. (1) y logran estimar la falla ocurrida en actuador como se muestra en la Fig.(2), reduciendo considerablemente el tiempo de convergencia para la estimación de la falla. En la Fig.(3) se puede ver el error de estimación de la falla y su evolución durante la simulación, en donde se observa que el error de estimación de la falla es muy pequeño, así mismo el error de estimación de estados también es muy pequeño a pesar de la incertidumbre paramétrica.

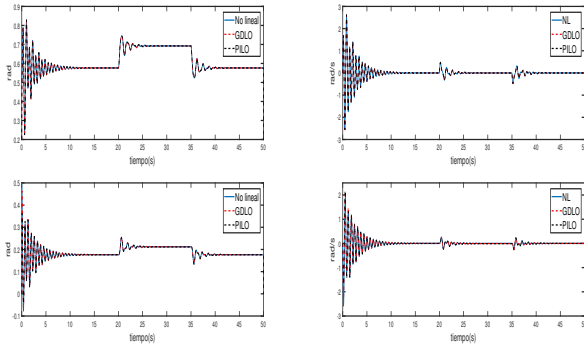


Figura 1. Comparación entre las variables de estado del sistema no lineal y sus estimaciones.

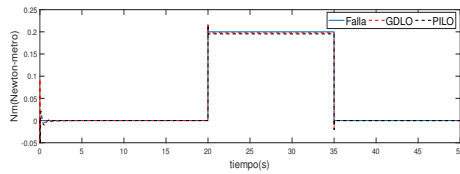


Figura 2. Estimación de la falla.

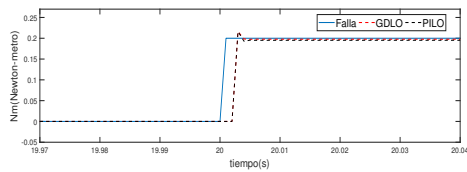


Figura 3. Zoom de la estimación de la falla.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el diseño de un observador de aprendizaje generalizado (GDLO) para la estimación de estados y fallas que ocurren en actuador. El GDLO tiene una estructura que permite estimar las fallas con precisión debido a la parte de aprendizaje.

Para comprobar la efectividad del GDLO y del PILO en la estimación de fallas, se realizó una simulación en un robot de articulación flexible de un eslabón como caso de estudio, en donde se puede observar el desempeño del GDLO y del PILO como caso particular para la estimación de estados y fallas en actuador, aportando así una nueva metodología para reducir el tiempo de convergencia para la estimación de fallas y mostrando un

error de estimación pequeño a pesar de la incertidumbre paramétrica (contemplada en simulación) utilizando la estructura del observador generalizado.

REFERENCIAS

- Bolajraf, M., Tadeo, F., Alvarez, T., and Rami, M.A. (2010). State-feedback with memory for controlled positivity with application to congestion control. *IET control theory & applications*, 4(10), 2041–2048.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., and Balakrishnan, V. (1994). *Linear matrix inequalities in system and control theory*, 15.
- Chen, L., Edwards, C., and Alwi, H. (2019). Sensor fault estimation using LPV sliding mode observers with erroneous scheduling parameters. *Automatica*, 101, 66–77.
- Chen, W., Chen, W.T., Saif, M., Li, M.F., and Wu, H. (2014). Simultaneous fault isolation and estimation of lithium-ion batteries via synthesized design of Luenberger and learning observers. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22(1), 290–298.
- Chen, W. and Chowdhury, F.N. (2007). Simultaneous identification of time-varying parameters and estimation of system states using iterative learning observers. *International Journal of Systems Science*, 38(1), 39–45.
- Daafouz, J., Riedinger, P., and Jung, C. (2002). Stability analysis and control synthesis for switched systems: a switched Lyapunov function approach. *IEEE transactions on automatic control*, 47(11), 1883–1887.
- Edwards, C. and Tan, C.P. (2006). A comparison of sliding mode and unknown input observers for fault reconstruction. *European Journal of control*, 12(3), 245–260.
- Edwards, C., Yan, X.G., and Spurgeon, S.K. (2007). On the solvability of the constrained Lyapunov problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(10), 1982–1987.
- Jia, Q.X., Zhang, Y.C., Chen, W., and Shen, Y. (2012). A novel fault reconstruction approach to satellite attitude control system via learning unknown input observer and h_∞ techniques. In *American Control Conference (ACC)*, 5160–5162.
- Jia, Q., Chen, W., Jin, Y., Zhang, Y., and Li, H. (2014). A new strategy for fault estimation in Takagi-Sugeno fuzzy systems via a fuzzy learning observer, 3228–3233.
- Jia, Q., Chen, W., Zhang, Y., and Li, H. (2016). Fault reconstruction for Takagi-Sugeno fuzzy systems via learning observers. *International Journal of Control*, 89(3), 564–578.
- Marquez, H.J. (2003). A frequency domain approach to state estimation. *Journal of the Franklin Institute*, 340(2), 147–157.
- Middleton, R.H., Goodwin, G.C., and Longman, R.W. (1989). A method for improving the dynamic accuracy of a robot performing a repetitive task. *The International Journal of Robotics Research*, 8(5), 67–74.
- Osorio Gordillo, G.L., Darouach, M., Boutat-Baddas, L., and Astorga Zaragoza, C.M. (2015). Generalized dynamic observers for LPV singular systems.
- Pérez Estrada, A.J., Osorio Gordillo, G.L., Darouach, M., and Olivares Peregrino, V.H. (2017). Generalized dynamic observers for LPV systems. Congreso Nacional de Control Automático. Monterrey, Nuevo León, México.
- Rodrigues, M., Hamdi, H., Theilliol, D., Mechmeche, C., and BenHadj Braiek, N. (2015). Actuator fault estimation based adaptive polytopic observer for a class of LPV descriptor systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 25(5), 673–688.
- Skelton, R., Iwasaki, T., and Grigoriadis, K. (1998). A unified algebraic approach to linear control design. *Google Scholar*, 121–199.