

# Enfoque descentralizado para el control de un manipulador aéreo.

Yarai E. Tlatelpa-Osorio\* H. Rodríguez-Cortés\*  
J. A. Acosta\*\*

\* Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN.  
(e-mail: {ytlatelpa, hrodriguez}@cinvestav.mx)

\*\* Depto. de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla. (e-mail: jaar@us.es)

---

## Resumen:

Este trabajo aborda el problema de control de un Manipulador Aéreo No Tripulado en el plano desde un enfoque conocido como descentralizado, en el que la dinámica del manipulador se considera como una perturbación para la dinámica del cuatrirotor sobre el que va montado. El problema de control se resuelve mediante el uso de un estimador de fuerzas y momentos externos. Para el manipulador, al ser completamente actuado, se propone un control por par calculado. La solución propuesta se valida por medio de simulaciones numéricas.

*Keywords:* Manipulador Aéreo No Tripulado, estimador, perturbaciones, control.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

El uso de Vehículos Aéreos No Tripulados (VANT) sigue en aumento, tanto como plataforma de investigación en el área de control, así como vehículos de servicio. Sus aplicaciones son diversas y han evolucionado desde lidiar con las perturbaciones debidas a su entorno o a la interacción con otros vehículos, hasta tareas de agarre y manipulación de objetos. Los Manipuladores Aéreos (MANT), se han vuelto objeto de estudio por sus posibles aplicaciones, como lo son, el montaje de estructuras y la inspección industrial, en Ruggiero et al. (2018), se presenta un compendio de conceptos y trabajos alrededor de esta clase de robos aéreos.

El problema de control de los MANTs se ha abordado desde diferentes enfoques, diferenciándose dos principalmente, el centralizado y el descentralizado.

En el enfoque centralizado se considera al sistema Manipulador Aéreo como un todo, obteniendo modelos matemáticos que lo describan. En Lippiello and Ruggiero (2012), se usa el formalismo de Euler-Lagrange para obtener el modelo que describe al MANT, además, se diseña un controlador cartesiano de impedancia para el efector final del MANT. Otros ejemplos de trabajos que abordan el control de manipuladores aéreos con este enfoque son Suarez et al. (2017) y Lippiello et al. (2018), donde la particularidad es el uso de dos manipuladores.

En el enfoque descentralizado, se considera a la base voladora, típicamente un VANT del tipo multirotor, y al manipulador como dos sistemas por separado, cuyas dinámicas son consideradas como perturbaciones externas

recíprocamente. En Suarez et al. (2017), se propone un controlador para los manipuladores basados en la cinemática inversa, mientras que para la base voladora se propone un control por backstepping. Otros ejemplos se encuentran en Ruggiero et al. (2015) y Tognon et al. (2017).

El presente trabajo aborda el problema de control de un MANT en el plano desde el enfoque descentralizado, considerando la dinámica del manipulador, en este caso, un brazo robótico de 2 GDL como perturbaciones externas sobre la dinámica del cuatrirotor. Para el manipulador, se considera una base en vuelo libre y el modelo se obtiene siguiendo el algoritmo recursivo de Newton-Euler presentado en Luh et al. (1980). Se propone controlar la dinámica del cuatrirotor haciendo uso del estimador de fuerzas y momentos externos presentado en Tlatelpa-Osorio et al. (2016), mientras que para la dinámica del manipulador se propone el uso de un control por par calculado, Spong and Vidyasagar (2008).

Este trabajo se organiza de la siguiente forma. La sección 2 presenta los modelos dinámicos del MANT en el plano. En la sección 3 se desarrolla las estrategias de control implementada y finalmente, en la sección 4 se muestran los resultados obtenidos en simulaciones numéricas y conclusiones.

## 2. MODELO DINÁMICO DEL MANT EN EL PLANO

El modelo matemático que describe la dinámica del MANT en el plano se obtiene a partir del cálculo de las fuerzas y momentos generados en la base móvil del

manipulador, en este caso un cuatrirotor. Las fuerzas y momentos en la base del manipulador se obtienen mediante el algoritmo recursivo Newton-Euler.

El algoritmo recursivo Newton-Euler está dividido en dos etapas, la iteración hacia afuera y la iteración hacia adentro. La iteración hacia afuera consiste en la transformación de velocidades y aceleraciones desde el eslabón uno al eslabón  $N$ , mientras que la iteración hacia adentro permite analizar la propagación de fuerzas y momentos desde el efector final a la base del manipulador. Este algoritmo permite considerar las condiciones de frontera entre la base en vuelo libre (cuatrirotor) y el manipulador, así como obtener las fuerzas y momentos de reacción en el cuatrirotor debidos a la dinámica del manipulador.

En este trabajo, se aproximan los 2 eslabones del manipulador a un solo eslabón de masa  $m$  ubicada en el centro de masa, en Téllez (2010) se presenta el método a seguir para calcular el centro de masa de  $N$  eslabones. En el modelo que se presenta a continuación, se considera el manipulador con un solo eslabón equivalente de masa  $m$  ubicada en el centro de masa de los eslabones. La distancia  $L$  entre el cuatrirotor y el centro de masa, se considera constante en este modelo, de tal forma que se pierde un grado de libertad en el manipulador, Acosta et al. (2014).

La figura 1 muestra un MANT con un manipulador de 2 grados de libertad, con todos los marcos de referencia asociados a cada eslabón, así como un marco de referencia inercial  $(x_e, z_e)$  y un marco de referencia fijo en el centro de masa del cuatrirotor  $(x_b, z_b)$ . Por otro lado, la figura 2, muestra la aproximación del MANT con 2 eslabones a un solo eslabón equivalente de masa  $m$ , longitud  $L$  que rota con ángulo  $\gamma$ . A partir del diagrama de cuerpo libre

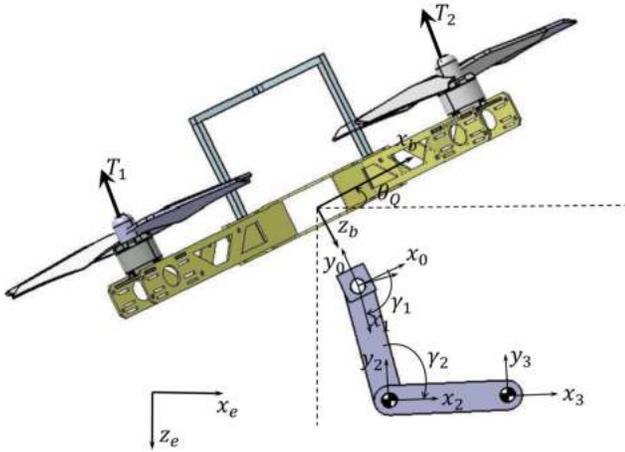


Fig. 1. Marcos de referencia.

de la figura 2 se obtienen las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos

$$M\ddot{X} = Mge_2^e - T_T R_B^e(\theta_Q)e_2^b + R_B^e(\theta_Q)f_b \quad (1)$$

$$J\dot{q} = M_b + n_b \quad (2)$$

$$\tau = L^2 m (\dot{q} + \ddot{\gamma}) - Lm \sin(\gamma)\dot{v}_x - Lm \cos(\gamma)\dot{v}_z \quad (3)$$

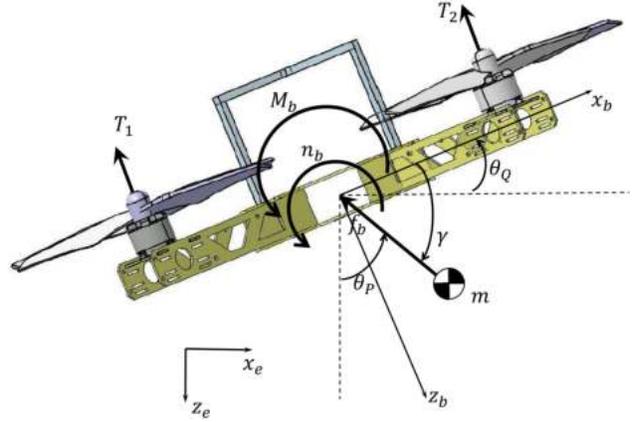


Fig. 2. Diagrama de cuerpo libre del MANT, aproximando el manipulador a una masa  $m$ .

donde  $M$  es la masa del cuatrirotor,  $X \in \mathbb{R}^2$  es la posición del cuatrirotor en el plano  $(x_e, z_e)$ ,  $g$  es la aceleración debida a la gravedad,  $e_2 = [0 \ 1]^T$ ,  $J$  es la inercia del cuatrirotor,  $q$  es la velocidad angular del cuatrirotor en ejes cuerpo,  $M_b$  es la entrada de control y  $n_b$  es el momento de reacción en la base debida al eslabón equivalente. La matriz  $R_B^e(\theta_Q)$  es la matriz de rotación que relaciona al marco referencia fijo al cuerpo del cuatrirotor con el marco de referencia inercial.

$$R_B^e(\theta_Q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_Q) & \sin(\theta_Q) \\ -\sin(\theta_Q) & \cos(\theta_Q) \end{bmatrix} \quad (4)$$

La fuerza  $T_T$  es la suma de los empujes  $T_i$ ,  $i = 1, 2$ , generados por los rotores del cuatrirotor en el plano,  $f_b$  es la fuerza de reacción en la base del cuatrirotor expresada en las coordenadas del marco de referencia  $(x_b, z_b)$ , es decir

$$f_b = R_0^B f_0$$

La fuerza de reacción  $f_0$  es la fuerza en la base debida al eslabón equivalente calculada a partir del algoritmo recursivo Newton Euler. La matriz  $R_0^B$  es la matriz que va del marco de referencia  $(x_0, y_0, z_0)$  en la base del manipulador al marco de referencia en el cuerpo del cuatrirotor  $(x_b, y_b, z_b)$ , ver figura 1.

Para el caso de una base en vuelo libre, las condiciones  $\omega_0$  y  $v_0$  dependen del estado del vehículo. De tal forma que se tienen las siguientes ecuaciones de frontera, para la iteración hacia afuera.

$$\omega_0 = R_B^0 q \quad (5)$$

$$\dot{\omega}_0 = R_B^0 \dot{q} \quad (6)$$

$$\dot{v}_0 = R_B^0 [\dot{V}_b + \dot{q} \times P_0 + q \times (q \times P_0)] \quad (7)$$

en donde  $R_B^0$  es la matriz de rotación que relaciona al marco de referencia fijo al cuerpo del cuatrirotor con el marco de referencia 0 fijo a la base del manipulador,  $P_0$  es la distancia entre estos dos marcos de referencia. El vector  $V_b = [v_x \ v_z]^T$  es la velocidad del cuatrirotor en ejes cuerpo. Las expresiones para  $f_b$  y  $n_b$  obtenidas son

$$f_b = \begin{bmatrix} -m(c_\gamma Lq^2 + 2c_\gamma Lq\dot{\gamma} + c_\gamma L\dot{\gamma}^2 + \dot{v}_x + s_\gamma L\dot{q} + s_\gamma L\ddot{\gamma}) \\ -m(-s_\gamma Lq^2 - 2s_\gamma Lq\dot{\gamma} - s_\gamma L\dot{\gamma}^2 + \dot{v}_z - g + c_\gamma L\dot{q} + c_\gamma L\ddot{\gamma}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$n_b = Lm(L\dot{q} + L\ddot{\gamma} - s_\gamma \dot{v}_x - c_\gamma \dot{v}_z). \quad (9)$$

donde se usa la notación  $c_x = \sin(x)$  y  $s_x = \cos(x)$ . Tomando en cuenta las siguientes relaciones entre las aceleraciones en el marco de referencia cuerpo y el marco de referencia inercial, así como entre los ángulos  $\gamma$  y  $\theta_P$ ,  $\theta_Q$ ,

$$\ddot{X} = R_B^e(\theta_Q)\dot{V}_b \quad (10)$$

$$\gamma = -\frac{\pi}{2} - \theta_Q + \theta_P \quad (11)$$

es posible escribir las ecuaciones que describen al MANT como

$$\bar{M}\ddot{X} = \bar{M}ge_2^e - T_T R_B^e(\theta_Q)e_2^b - mL \begin{bmatrix} s_{\theta_P}\dot{\theta}_P^2 - c_{\theta_P}\ddot{\theta}_P \\ -c_{\theta_P}\dot{\theta}_P^2 - s_{\theta_P}\ddot{\theta}_P \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$J\ddot{\theta}_Q = M_b + Lm(s_{\theta_P}g - \tau) \quad (13)$$

$$\left(\frac{m + \bar{M}}{\bar{M}}\right) L\ddot{\theta}_P = s_{(\theta_Q - \theta_P)}\frac{T_T}{\bar{M}} + s_{\theta_P}g - \tau \quad (14)$$

donde  $\bar{M} = M + m$ . En la ecuación (12), podemos ver que el tercer término del lado derecho de la igualdad depende únicamente de los estados del eslabón equivalente de un grado de libertad. Por otro lado, en la dinámica de rotación en la ecuación (13) aparecen términos cruzados en el primer término del lado derecho de la igualdad.

En la ecuación (14) que describe la dinámica del eslabón equivalente, también hay términos cruzados con la dinámica del cuatrirotor.

### 3. ESTRATEGIA DE CONTROL

Se diseña un controlador siguiendo un enfoque descentralizado, por lo que se considera que la dinámica del manipulador perturba al cuatrirotor, mientras que la dinámica del cuatrirotor es considerada en las condiciones de frontera del manipulador. Es por esto por lo que conocer la naturaleza de las perturbaciones es importante.

El diagrama de la figura 3, representa la estructura general de la estrategia de control a implementar.

En la dinámica de rotación del cuatrirotor en (13), no es evidente que los términos de perturbación solo dependen de los estados del manipulador, ya que aparecen los términos  $s_{\theta_P}$  y  $\tau$ . Ya que  $\tau$  y  $M_b$  son entradas de control, se propone una primera retroalimentación que desacople la dinámica del manipulador con la del cuatrirotor como

$$M_b = \tau + \bar{M}_b \quad (15)$$

$$\tau = s_{(\theta_Q - \theta_P)}\frac{T_T}{\bar{M}} + s_{\theta_P}g - \bar{\tau} \quad (16)$$

Al sustituir en (13) y (14) respectivamente, tenemos la dinámica de rotación del cuatrirotor como sigue

$$J\ddot{\theta}_Q = \bar{M}_b + Lmgs_{\theta_P} \quad (17)$$

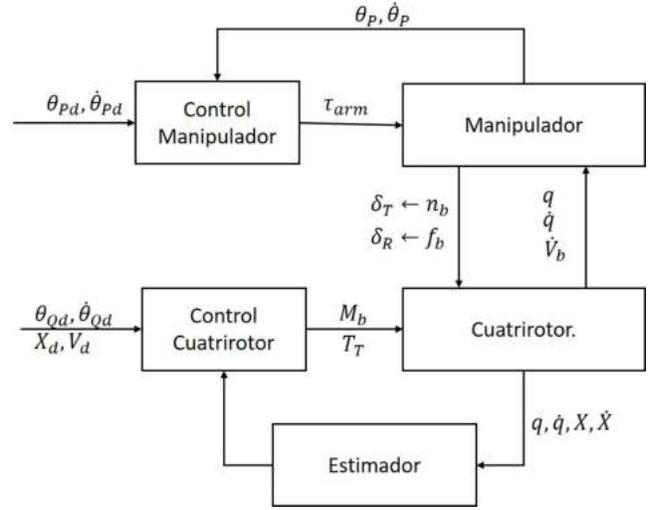


Fig. 3. Esquema general de control para el MANT.

y la dinámica del eslabón equivalente como

$$\left(\frac{m + \bar{M}}{\bar{M}}\right) L\ddot{\theta}_P = \bar{\tau} \quad (18)$$

. Siendo el segundo término del lado derecho de la ecuación (17), la perturbación en la dinámica del cuatrirotor que solamente depende de los estados del manipulador. La nueva entrada de control para la dinámica rotacional del cuatrirotor es  $\bar{M}_b$ , mientras que para la dinámica del eslabón equivalente es  $\bar{\tau}$ .

Este primer lazo de control nos permite ver al sistema MANT como un cuatrirotor con perturbaciones exógenas  $\delta_T(t)$  y  $\delta_R(t)$  para traslación y rotación respectivamente, las cuales son estimadas y compensadas en la estrategia de control propuesta

$$\bar{M}\ddot{X} = \bar{M}ge_2^e - T_T R_B^e(\theta_Q)e_2^b - mL \underbrace{\begin{bmatrix} s_{\theta_P}\dot{\theta}_P^2 - c_{\theta_P}\ddot{\theta}_P \\ -c_{\theta_P}\dot{\theta}_P^2 - s_{\theta_P}\ddot{\theta}_P \end{bmatrix}}_{\delta_T(t)} \quad (19)$$

$$J\ddot{\theta}_Q = \bar{M}_b + \underbrace{Lmgs_{\theta_P}}_{\delta_R(t)} \quad (20)$$

$$\left(\frac{m + \bar{M}}{\bar{M}}\right) L\ddot{\theta}_P = \bar{\tau} \quad (21)$$

#### 3.1 Estimador de fuerzas y momentos externos.

El modelo dinámico del cuatrirotor se reescribe como sigue

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= f_1(\zeta_1, R_b^e e_2, T_T) + \delta_T \\ \dot{\zeta}_2 &= f_2(\theta_Q, \bar{M}_b) + \delta_R \end{aligned}$$

con  $\zeta_1 = m\dot{X}$ ,  $\zeta_2 = J\dot{\theta}_Q$ ,

$$f_1 = mge_2 - T_T R_b^e(\Phi)e_2$$

$$f_2 = \bar{M}_b$$

Los errores de estimación de fuerzas externas se definen como,

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}_1 &= \delta_T - \eta_1 + \beta_1(\zeta_1) \\ \tilde{\delta}_2 &= \delta_T - \eta_2 + \beta_2(\zeta_1) \\ \tilde{\delta}_3 &= \delta_T - \eta_3 + \beta_3(\zeta_1)\end{aligned}\quad (22)$$

mientras que el error de estimación de momentos externos como sigue

$$\tilde{\delta}_4 = \delta_R - \eta_4 + \beta_4(\zeta_2)$$

donde  $\eta_i, i = 1, 2, 3, 4$  son los estados del estimador y  $\beta_i(\zeta_1), i = 1, 2, 3, \beta_4(\zeta_2)$  son funciones definidas en el proceso de diseño. Note que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta}_i = 0, \quad i = 1, 2, 3$$

implica

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_1 - \beta_1(\zeta_1) &= \delta_T \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_2 - \beta_2(\zeta_1) &= \dot{\delta}_T \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_3 - \beta_3(\zeta_1) &= \ddot{\delta}_T \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \eta_4 - \beta_4(\zeta_2) &= \delta_R\end{aligned}$$

Definiendo la dinámica de los estados del estimador como

$$\begin{aligned}\dot{\eta}_1 &= \eta_2 - \beta_2(\zeta_1) + \frac{\partial \beta_1}{\partial \zeta_1} [f_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)] \\ \dot{\eta}_2 &= \eta_3 - \beta_3(\zeta_1) + \frac{\partial \beta_2}{\partial \zeta_1} [f_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)] \\ \dot{\eta}_3 &= \frac{\partial \beta_3}{\partial \zeta_1} [f_1 + \eta_1 - \beta_1(\zeta_1)]\end{aligned}$$

y seleccionando  $\beta_i(\zeta), i = 1, 2, 3$  tal que

$$\frac{\partial \beta_1}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_1, \quad \frac{\partial \beta_2}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_2, \quad \frac{\partial \beta_3}{\partial \zeta_1} = -\Gamma_3, \quad (23)$$

con  $\Gamma_i, i = 1, 2, 3$  matrices definidas positivas, la dinámica del estimador de fuerzas externas resulta como

$$\dot{\tilde{\delta}}_1^{(3)} + \Gamma_1 \tilde{\delta}_1 + \Gamma_2 \dot{\tilde{\delta}}_1 + \Gamma_3 \ddot{\tilde{\delta}}_1 = \delta_T^{(3)} \quad (24)$$

Siguiendo el mismo procedimiento para el estimador de momentos externos, la dinámica resulta como

$$\dot{\tilde{\delta}}_4 + \Gamma_4 \tilde{\delta}_4 = \dot{\delta}_R \quad (25)$$

donde

$$\dot{\eta}_4 = \frac{\partial \beta_4}{\partial \zeta_2} [f_2 + \eta_4 - \beta_4(\zeta_2)]$$

con

$$\frac{\partial \beta_4}{\partial \zeta_2} = -\Gamma_4 \quad (26)$$

siendo  $\Gamma_4$  una matriz definida positiva.

### 3.2 Control de posición y orientación del cuatrorotor.

El diseño del controlador comienza por definir el error de seguimiento de trayectoria como

$$\tilde{X} = X - X_d$$

donde  $X_d$  es la posición de referencia por lo que resulta

$$\ddot{\tilde{X}} = ge_2 - \frac{T_T}{M} R_B^e(\theta_Q) e_2 + \frac{\delta_T(t)}{M} - \ddot{X}_d \quad (27)$$

La dinámica vertical es controlada directamente con  $T_T$ , mientras que la dinámica horizontal en  $(x_e)$  se controla modificando el ángulo  $\theta_Q$ .

Primero reescribimos el término  $T_T r_3$  multiplicándolo por uno

$$T_T R_B^e(\theta_Q) e_2 = \frac{T_T}{r_{2d}^\top r_2} [(r_{2d}^\top r_2) r_2]$$

donde  $r_2 = R_B^e(\theta_Q) e_2$ . Ahora, sumando y restando el siguiente término al lado derecho de la ecuación

$$\frac{1}{m} \frac{T_T}{r_{2d}^\top r_2} r_{2d}$$

Se obtiene

$$\ddot{\tilde{X}} = ge_3 + \frac{\delta_T(t)}{m} - \ddot{X}_d - \frac{1}{m} \frac{T_T}{r_{2d}^\top r_2} r_{2d} - \frac{1}{m} \Theta$$

en donde el término  $\Theta$  es

$$\Theta = \frac{T_T}{r_{2d}^\top r_2} [(r_{2d}^\top r_2) r_2 - r_{2d}]$$

Definiendo las entradas de control  $T_T$  y  $r_{2d}$  como

$$T_T = u^\top r_2 \quad (28)$$

$$r_{2d} = \frac{u}{\|u\|} \quad (29)$$

donde  $u$  es una nueva entrada de control. Para alcanzar el objetivo de control se define  $u$  como

$$u = \bar{M} \left[ K_P (X - X_d) + K_D (\dot{X} - \dot{X}_d) + ge_2 + \ddot{X}_d \right] + \hat{\delta}_T \quad (30)$$

donde  $\hat{\delta}_T = \eta_1 - \beta_1$  es la perturbación externa estimada. Resultando en lazo cerrado

$$\ddot{\tilde{X}} = -K_P \tilde{X} - K_D \dot{\tilde{X}} + \frac{\tilde{\delta}_1}{m} - \frac{1}{m} \Theta$$

donde  $K_P$  y  $K_D$  son matrices de ganancias definidas positivas. Debido a la naturaleza subactuada de la dinámica

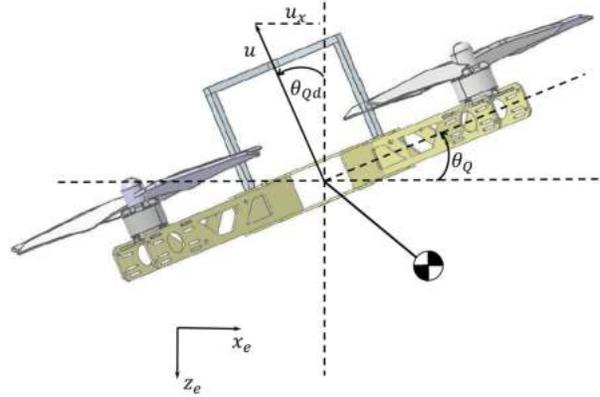


Fig. 4. Ángulo  $\theta_{Qd}$ .

de traslación, se define el ángulo deseado  $\theta_{Qd}$ , a partir del diagrama de la figura 4, donde  $u_x$  es la componente en  $x$  del vector de control  $u$ .

$$\theta_{Qd} = \text{asin} \left( \frac{u_x}{\|u\|} \right) \quad (31)$$

Se define el error de seguimiento en orientación como

$$\tilde{\theta}_Q = \theta_Q - \theta_{Qd} \quad (32)$$

Por lo que la dinámica del error es

$$\ddot{\tilde{\theta}}_Q = \frac{1}{J} (\bar{M}_b + \delta_R(t)) - \ddot{\theta}_{Qd} \quad (33)$$

Con lo que se define la entrada de control de orientación del cuatrirotor

$$\bar{M}_b = J(-K_{pr}(\theta_Q - \theta_{Qd}) - K_{dr}(\dot{\theta}_Q - \dot{\theta}_{Qd}) + \ddot{\theta}_{Qd}) - \hat{\delta}_R \quad (34)$$

donde  $K_{pr}$  y  $K_{dr}$  son ganancias positivas,  $\hat{\delta}_R = \eta_4 - \beta_4$  es la perturbación en orientación estimada.

### 3.3 Control del eslabón equivalente

Para controlar el eslabón equivalente, se propone

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{M}}{L(m + \bar{M})} \left[ -K_{pa}(\theta_P - \theta_{Pd}) - K_{da}(\dot{\theta}_P - \dot{\theta}_{Pd}) + \ddot{\theta}_{Pd} \right] \quad (35)$$

En donde  $K_{pa}$  y  $K_{da}$  son ganancias positivas.

Las siguientes ecuaciones describen la dinámica en lazo cerrado del sistema

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{X}}_1 &= \tilde{X}_2 \\ \dot{\tilde{X}}_2 &= -K_P \tilde{X}_1 - K_D \tilde{X}_2 - \frac{1}{m} \frac{T_T}{r_{2d}^\top r_2} [(r_{2d}^\top r_2) r_2 - r_{2d}] + \frac{1}{m} \chi_1 \\ \dot{\tilde{\theta}}_Q &= \dot{\theta}_Q - \dot{\theta}_{Qd} \\ J \ddot{\tilde{\theta}}_Q &= -K_{PR} \tilde{\theta}_Q - K_{DR} \dot{\tilde{\theta}}_Q + F(\tilde{\delta}_1, \dot{\tilde{\delta}}_1, \ddot{\tilde{\delta}}_1, \tilde{\delta}_3) + \tilde{\delta}_4 \\ \dot{\tilde{\theta}}_P &= \dot{\theta}_P - \dot{\theta}_{Pd} \\ \ddot{\tilde{\theta}}_P &= -K_{pa} \tilde{\theta}_P - K_{da} \dot{\tilde{\theta}}_P \\ \dot{\chi} &= A_\chi \chi + [0_{2 \times 2} \quad 0_{2 \times 2} \quad I_{2 \times 2}]^\top \delta_T^{(3)} \\ \dot{\tilde{\delta}}_4 &= -\Gamma_4 \tilde{\delta}_4 + \dot{\delta}_M \end{aligned} \quad (36)$$

donde  $\tilde{X}_1 = \tilde{X}$ ,  $\chi_1 = \tilde{\delta}_1$ ,  $\chi_2 = \dot{\tilde{\delta}}_1$  y  $\chi_3 = \ddot{\tilde{\delta}}_1$

$$A_\chi = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -\Gamma_3 & -\Gamma_2 & -\Gamma_1 \end{bmatrix},$$

$F(\tilde{\delta}_1, \dot{\tilde{\delta}}_1, \ddot{\tilde{\delta}}_1, \tilde{\delta}_3)$  contiene a todos los términos de los errores de estimación que no se pueden reconstruir producto de las derivadas temporales del ángulo deseado  $\theta_{Qd}$  dadas por

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{Qd} &= \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u_x^2}{\|u\|^2}}} \right) \left( \frac{u_z^2 \dot{u}_x - u_x u_z \dot{u}_z}{\|u\|^3} \right) \quad (37) \\ \ddot{\theta}_{Qd} &= -\frac{2u_x}{\|u\|^7} (u_z^2 \dot{u}_x - u_x u_z \dot{u}_z)^2 + \\ &\left( \frac{1}{\|u\|^6 \sqrt{1 - \frac{u_x^2}{\|u\|^2}}} \right) \left\{ (u_z \dot{u}_x \dot{u}_z - u_x \dot{u}_z^2 + u_z^2 \ddot{u}_x \right. \\ &\left. - u_x u_z \ddot{u}_z) \|u\|^3 - 3\|u\| (u_x \dot{u}_x + u_z \dot{u}_z) (u_z^2 \dot{u}_x - u_x u_z \dot{u}_z) \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

con

$$\dot{u} = \bar{M} \left( K_P \tilde{X} + K_D \dot{\tilde{X}} \right) + \hat{\delta}_2 + K_D \tilde{\delta}_1 - \dot{\tilde{\delta}}_1 \quad (39)$$

$$\ddot{u} = \bar{M} \left( -\bar{K}_P \dot{\tilde{X}} - \bar{K}_D \ddot{\tilde{X}} \right) + \hat{\delta}_3 + \bar{K}_D \tilde{\delta}_1 + \dot{\tilde{\delta}}_1 + \ddot{\tilde{\delta}}_1 + \tilde{\delta}_3 \quad (40)$$

donde  $\tilde{X} = -K_P \tilde{X} - K_D \dot{\tilde{X}}$ ,  $\bar{K}_P = K_D K_P$  y  $\bar{K}_D = K_P + K_D^2$ .

de Tlatempa-Osorio et al. (2016) se tiene que  $\delta_T^{(3)}$  y  $\delta_R$  están acotadas por valores pequeños y asumiendo que la dinámica del estimador es mucho más rápida que la de rotación y traslación en lazo cerrado, se puede inferir la estabilidad local asintótica de la dinámica de lazo cerrado.

## 4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Variable	Símbolo	Valor
masa del cuatrirotor	M	1.0 kg
Inercia cuatrirotor	J	0.0435
longitud eslabón equivalente	L	0.02 m
masa equivalente	m	0.2 kg

Tabla 1. Tabla de parámetros del MANT.

Variable	Valor	Variable	Valor
$K_P$	diag{6.2, 6.2}	$K_{dr}$	25
$K_D$	diag{8.4, 8.4}	$K_{pa}$	30
$K_{pr}$	30	$K_{da}$	30

Tabla 2. Tabla de ganancias.

La simulación consiste en que el cuatrirotor sigue una trayectoria circular  $x_d = 0.5 \cos(0.5t)$ ,  $z_d = -0.5 + 0.5 \sin(0.5t)$ , ver figura 5 mientras el eslabón equivalente sigue la trayectoria  $\theta_{Pd} = \frac{\pi}{4} \sin(2\pi ft)$  donde  $f$  es la frecuencia  $f = 0.05 Hz$  y  $t$  el tiempo en segundos.

La tabla 1 resume los parámetros del manipulador aéreo empleados para la simulación, mientras que la tabla 2, resume las ganancias usadas para los controladores y el estimador de fuerzas y momentos externos.

La figura 6 muestra el error de estimación de los momentos externos, mientras que la figura 7, muestra el error de estimación de las fuerzas externas.

Finalmente, en la figura 9 tenemos el error de orientación del cuatrirotor y en la figura 10 se puede observar el error de seguimiento de trayectoria del cuatrirotor en el plano.

### 4.1 Conclusiones.

A partir de la implementación propuesta en el presente trabajo, se logra estimar las perturbaciones provocadas por la dinámica de un eslabón equivalente montado en un cuatrirotor. El eslabón equivalente sigue la trayectoria deseada. Como trabajo a futuro, se debe agregar al modelo la dinámica de la longitud  $L$ , para tener una equivalencia correcta con el manipulador de dos eslabones.

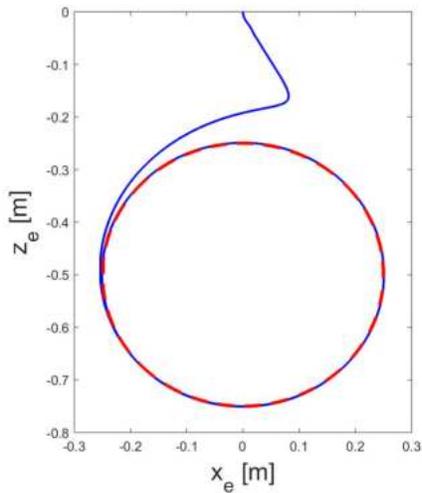


Fig. 5. Trayectoria seguida por el manipulador (línea continua), la trayectoria deseada se muestra con una línea discontinua.

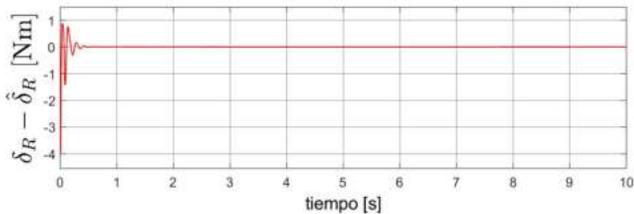


Fig. 6. Error de estimación de momentos externos.

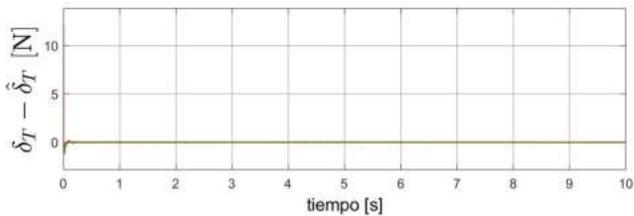


Fig. 7. Error de estimación de fuerzas externas.

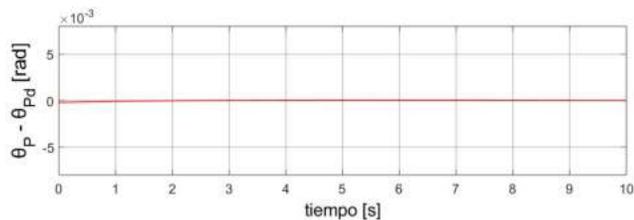


Fig. 8. Error de seguimiento del manipulador.

## BIBLIOGRAFÍA

Acosta, J., Sanchez, M., and Ollero, A. (2014). Robust control of underactuated aerial manipulators via ida-pbc. In *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*, 673–678. IEEE.

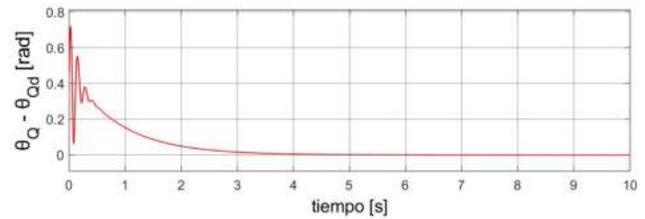


Fig. 9. Error de orientación del cuatrirotor.

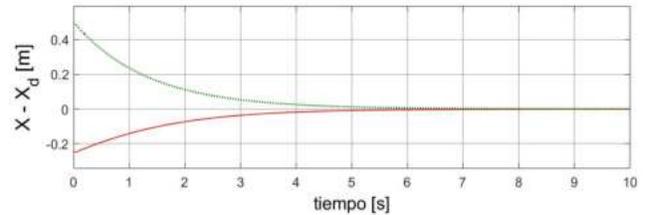


Fig. 10. Error de traslación del cuatrirotor.

Lippiello, V., Fontanelli, G.A., and Ruggiero, F. (2018). Image-based visual-impedance control of a dual-arm aerial manipulator. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3), 1856–1863.

Lippiello, V. and Ruggiero, F. (2012). Cartesian impedance control of a uav with a robotic arm. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(22), 704–709.

Luh, J.Y., Walker, M.W., and Paul, R.P. (1980). On-line computational scheme for mechanical manipulators. *J. DYN. SYS. MEAS. & CONTR.*, 102(2), 69–76.

Ruggiero, F., Lippiello, V., and Ollero, A. (2018). Aerial manipulation: A literature review. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3), 1957–1964.

Ruggiero, F., Trujillo, M.A., Cano, R., Ascorbe, H., Viguria, A., Pérez, C., Lippiello, V., Ollero, A., and Siciliano, B. (2015). A multilayer control for multirotor uavs equipped with a servo robot arm. In *2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, 4014–4020. IEEE.

Spong, M.W. and Vidyasagar, M. (2008). *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons.

Suarez, A., Soria, P.R., Heredia, G., Arrue, B.C., and Ollero, A. (2017). Anthropomorphic, compliant and lightweight dual arm system for aerial manipulation. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2017 IEEE/RSJ International Conference on*, 992–997. IEEE.

Téllez, D.A.V. (2010). *Integración y planificación de marcha en un robot bípedo de 10 grados de libertad (gdl)*. Master's thesis, Cinvestav IPN.

Tlatempa-Osorio, Y.E., Corona-Sánchez, J.J., and Rodríguez-Cortés, H. (2016). Quadrotor control based on an estimator of external forces and moments. In *2016 ICUAS*, 957–963. IEEE.

Tognon, M., Yüksel, B., Buondonno, G., and Franchi, A. (2017). Dynamic decentralized control for protocentric aerial manipulators. In *2017 IEEE ICRA*, 6375–6380. IEEE.