

# Diseño de control robusto para la técnica de depósito directo de energía

A. Bejarano-Rincón \* A. Estrada \* J. M. Alvarado-Orozco \*

\* Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial, Av. Playa Pie de la Cuesta No. 702, CP 76125 (e-mail: a.bejarano@posgrado.cidesi.edu.mx, jose.estrada@cidosi.edu.mx, juan.alvarado@cidosi.edu.mx).

## Abstract:

Este artículo presenta una aplicación del diseño de control robusto conocido como método de la función implícita de Lyapunov para estabilización en tiempo finito. El diseño es aplicado a un proceso de manufactura aditiva conocida como Laser cladding. El modelo considerado para el proceso está basado en un balance de masa y energía. Dicho modelo es *altamente no lineal, de múltiple entrada - múltiple salida (MEMS) y presenta perturbaciones tanto aditivas como multiplicativas*. Se presentan resultados de simulación que ratifican que el objetivo de control es logrado satisfactoriamente.

*Keywords:* Control robusto, control MEMS, función de Lyapunov implícita, depósito de energía directa.

## 1. INTRODUCCIÓN

La investigación de los sistemas de control discontinuos ha atraído gran interés, debido a su robustez y facilidad de implementación, ver por ejemplo Bartolini et al. (2003). El control por modos deslizantes es uno de los primeros controladores robustos. Una de sus características más atractivas es su insensibilidad a perturbaciones en el canal de control (acopladas) (Draženović, 1969; Utkin et al., 2009).

El control de sistemas no lineales con incertidumbres paramétricas tanto aditivas como multiplicativas es un gran reto en el ámbito de control. Cuando este tipo de problemas se presenta y además el sistema es de múltiple entrada - múltiple salida (MEMS) se tiene un reto todavía mayor (S. V. Bayda, 1985; Bartolini et al., 2004; Bartolini and Punta, 2015). En el presente trabajo se ataca un problema práctico con las características arriba descritas usando un diseño basado en los resultados presentados en Polyakov et al. (2016).

En Polyakov et al. (2013) y Polyakov et al. (2016), se presenta una propuesta de diseño de control basada en el método de la función implícita de Lyapunov. Los controladores obtenidos son en sí controladores por modos deslizantes de alto orden. Una gran ventaja es que las condiciones para obtener los parámetros del control están

dadas como condiciones algebraicas mediante un sistema de desigualdades matriciales lineales.

Un ejemplo práctico de un sistema no lineal MEMS con perturbaciones tanto aditivas como multiplicativas se presenta en la tecnología de manufactura aditiva (MA). Esta tecnología permite la fabricación de objetos 3D capa por capa, a partir de un modelo CAD (*computer-aided design*, por sus siglas en inglés). El presente estudio se enfoca en el proceso conocido como *laser cladding* (LC, por sus siglas en inglés), una tecnología dentro de la categoría de depósito directo de energía (DED, por sus siglas en inglés) convencionalmente usada para metales (Everton et al., 2016). Durante el proceso de LC, un material de aporte en forma de polvo o alambre es fundido mientras está siendo depositado (Francois et al., 2017) usando una fuente láser como fuente de calor y creando una región sobre el sustrato conocida como “piscina fundida”.

En esta técnica, es bien conocido que las características finales de la parte manufacturada están directamente relacionadas a las características de la piscina fundida, tan bien como a la historia térmica de las capas solidificadas durante la construcción Bennett et al. (2016). Entre las características están las estructurales, mecánicas y dimensionales, las cuales son íntimamente relacionadas al proceso de fabricación (Guo et al., 2016; Muvvala et al., 2017). Entre las variables más críticas del proceso, se resaltan las siguientes: i) los parámetros del LC (por ejemplo, potencia, velocidad y flujo de polvo), ii) las propiedades del polvo y el sustrato (por ejemplo, calor específico, calor latente, absorción y emisividad) y iii)

\* El trabajo de A. Bejarano-Rincón es financiado por CONACYT (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología). Adicionalmente, agradecemos la financiación del proyecto de Problemas Nacionales número: 2015-01-863 y CONACYT-AEM, número: 275781, así como al proyecto Cátedra CONACYT No.576

propiedades ambientales (por ejemplo, temperatura ambiente, humedad y presión).

Varios estudios se han enfocado en el desarrollo de leyes de control, los cuales toman la potencia del láser, la velocidad o el flujo de polvo como las variables de entrada, para obtener la geometría deseada (Hofman et al., 2012; Ding et al., 2016; Devesse et al., 2016), así como la temperatura (Bi et al., 2007; Martinez et al., 2016) y su tasa de enfriamiento (Farshidianfar et al., 2016).

Debido a la alta sensibilidad de LC a las perturbaciones, Zeinali and Khajepour (2010b) propusieron o sugirieron la implementación de controladores robustos. En ese trabajo se diseñó un control de *altura* del cordón usando modos deslizantes con un estimador de incertidumbre en tiempo real. Como resultado, se obtuvo un seguimiento adecuado de la trayectoria deseada sin chattering. En Zeinali and Khajepour (2010a) se propone un control de *altura* por modos deslizantes con un modelo dinámico inverso difuso adaptativo.

Otros autores se han enfocado en el control de *temperatura* de la piscina fundida. Esto debido a que determina indirectamente el proceso de solidificación y por lo tanto, las propiedades microestructurales y mecánicas del material (Shamsaei et al., 2015). Entre los trabajos propuestos se destacan los de Salehi and Brandt (2006) y Devesse et al. (2014). Devesse et al. (2014) diseñó un esquema combinado de control con retroalimentación de estados y un controlador PI para regular la *temperatura* de la piscina fundida a través de la potencia del láser. La desventaja de esta solución es la necesidad de ajustar las ganancias de control cuando se cambia la referencia deseada.

Considerando los estudios antes mencionados, es claro que hacen falta propuestas de control que contemplen tanto altura como temperatura de los cordones en el proceso LC para garantizar la calidad geométrica y metalúrgica de las piezas. Para ello, es necesario un modelo que considere el comportamiento dinámico *tanto de altura como de temperatura* de un cordón. Adicionalmente, debido a la alta incertidumbre de este proceso, la robustez del controlador juega un papel clave, y deben considerarse incertidumbres en el diseño para lograr la calidad de piezas buscada.

En este trabajo, se usa un modelo de múltiple entrada y múltiple salida (dos entradas y dos salidas) reportado por Wang et al. (2017) para el diseño de un controlador robusto de altura y temperatura.

El control propuesto en este trabajo está basado en los resultados reportados en Polyakov et al. (2016). El diseño obtiene un control multivariable por modos deslizantes cuya construcción está basada en el método de la función implícita de Lyapunov (FIL). Las ventajas de robustez del control por modos deslizantes clásico son conservadas.

Este trabajo esta organizado como sigue. En la sección 2 se describe el modelo y sus consideraciones. En la sección 3 se tienen algunos preliminares tales como la función de

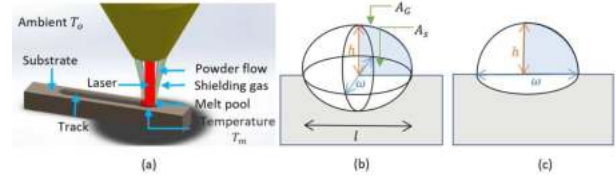


Fig. 1. Descripción del modelo físico: a) Esquema de láser cladding, y b) vista longitudinal y c) vistas de la sección transversal de la piscina fundida

Lyapunov implícita. En la sección 4 se tiene el diseño del controlador. En la sección 5 se presentan los resultados de la simulación. Finalmente, en la sección 6 se concluye.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo de control es el de regulación de altura y temperatura de cordón depositado en un proceso LC. En este estudio se utiliza el modelo dinámico MEMS del proceso propuesto por Wang et al. (2017) (Fig. 1a). Este modelo considera un balance de masa y energía en un dominio homogéneo y tiene como entradas la potencia y velocidad del láser. El modelo es descrito a continuación.

Se asume que la forma de la piscina fundida es una semi elipsoide (Fig. 1 b y c), con el mismo ancho ( $\omega$ ) y largo ( $l$ ), y una relación de aspecto fijo  $r = \omega/h$ , donde  $h$  es la altura del cordón, teniendo el sustrato como referencia.

El balance de conservación de masa está expresado como:

$$\dot{h} = -\frac{1}{2r}v + \frac{1}{h^2} \left( \frac{2\beta\eta}{\pi^2 r^2 \rho C_l (T_m - T_0)} \right) \tilde{Q} \quad (1)$$

Donde  $v$  es la velocidad del proceso,  $\rho$  es la densidad del material de alimentación (definido como invariante en el tiempo para el modelo),  $Q$  es la potencia del láser,  $Q_c$  denota la potencia crítica del láser para fundir el polvo metálico y  $\tilde{Q} = Q - Q_c$ .  $\beta$  es un coeficiente lineal obtenido de datos experimentales.

De la misma forma, la ecuación de conservación de energía se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{T} = \frac{1}{V(t)C_l\rho} \left\{ [-\rho A(t)C_s(T_m - T_0) + \rho A(t)e(t)]v + \right. \\ \left. \left[ -\frac{\beta\eta e(t)}{\pi C_l(T_m - T_0)} + \eta \right] \tilde{Q} + [\eta Q_c - A_s \alpha_s (T - T_m) \right. \\ \left. - A_G \alpha_G (T - T_0) - A_G \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) \right] \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

Donde  $e(t) = C_s(T_m - T_0) + L + C_l(T - T_m)$  es la energía interna específica de la piscina fundida,  $A_s = (\pi\omega l)/4$  y  $A_G = \pi/\sqrt[3]{2}(\omega l h)^{2/3}$  son el área de la interfaz al sustrato y a la superficie libre, respectivamente. También,  $V(t) = (\pi\omega l h)/6$  y  $A(t) = (\pi\omega h)/4$  corresponde al volumen y área de la sección transversal de la mitad de la elipsoide de la piscina fundida (representada por la región azul clara en las Figs. 1b y 1c), respectivamente. Los parámetros restantes y sus valores son mencionados en la Tabla 1.

Table 1. Parámetros del modelo

| Parámetro (unidad)   | Símbolo    | Valor                 |
|--|------------|-----------------------|
| Densidad (kg/m <sup>3</sup> )                                      | $\rho$     | 8145                  |
| Calor específico (material sólido) (J/kg K)                        | $C_s$      | 652                   |
| Calor específico (material fundido) (J/kg K)                       | $C_l$      | 778                   |
| Temperatura de fundición (K)                                       | $T_m$      | 1570                  |
| Temperatura ambiente (K)   | $T_0$      | 292                   |
| Calor latente específico de solidificación (J/kg)                  | $L$        | $2.5 \times 10^5$     |
| Coefficiente de convección $\Psi$ (W/(m <sup>2</sup> K))           | $\alpha_s$ | $1.23 \times 10^6$    |
| Coefficiente de transferencia de calor $\dagger$                   | $\alpha_G$ | 75                    |
| Relación de aspecto (ancho-altura) $\dagger$                       | $1/r$      | 0.2039                |
| Potencia crítica del láser $\Psi$ (W)                              | $Q^c$      | 132.63                |
| Coefficiente lineal $\Psi$   | $\beta$    | 0.3322                |
| Emisividad   | $\epsilon$ | 0.53                  |
| Constante de Stefan-Boltzmann (W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )) | $\sigma$   | $5.67 \times 10^{-8}$ |
| Eficiencia de transferencia del láser                              | $\eta$     | 0.4                   |

$\dagger$  Parámetros obtenidos experimentalmente por Wang et al. (2017)

$\Psi$  Obtenidos usando el método de ajuste de elemento finito y mínimos cuadrados

### 3. PRELIMINARES

#### 3.1 Función de Lyapunov Implícita

Considere el siguiente sistema en la forma controlable por bloques (Loukianov, 1998)

$$\dot{s} = \tilde{A} + \tilde{B}\tilde{u} + \tilde{d}(t, s) \quad (3)$$

donde

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & A_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_{23} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & A_{k-1k} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\tilde{B} = (0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ I_{n_k})^T \in \mathbb{R}^{n \times n_k} \quad (5)$$

El siguiente teorema presenta el método de función implícita de Lyapunov para análisis de estabilidad en tiempo finito (Korobov, 1980; Adamy and Flemming, 2004)

**Teorema 1 :** Existe una función continua  $Q: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  que satisface las siguientes condiciones:

- C1)  $Q$  es continuamente diferenciable en  $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ ;
- C2) Para algún  $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  existe  $V \in \mathbb{R}_+$  tal que  $Q(V, x) = 0$ ;
- C3) Sea  $\Omega = \{(V, x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n: Q(V, x) = 0\}$  y  $\lim_{x \rightarrow 0} V = 0^+$ ,  $\lim_{V \rightarrow 0^+} \|x\| = 0$ ,  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V = +\infty$ ;

- C4) La desigualdad  $\frac{\partial Q(V, x)}{\partial V} < 0$  permanece para todo  $V \in \mathbb{R}_+$  y  $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ ;
- C5) Existen  $c \in \mathbb{R}_+$  y  $\mu \in (0, 1]$  tal que  $\sup_{t \in \mathbb{R}_+, y \in F(t, x)} \frac{\partial Q(V, x)}{\partial x} y \leq cV^{1-\mu} \frac{\partial Q(V, x)}{\partial V}$ ,  $(V, x) \in \Omega$

Así, el origen del sistema (12) es globalmente estable en tiempo finito con un tiempo estimado de convergencia:  $T(x_0) \leq \frac{V_0^\mu}{c\mu}$  donde  $V_0 \in \mathbb{R}_+ : Q(V_0, x_0) = 0$

Basándose en el Teorema 1, es posible definir implícitamente una función de Lyapunov que asegure estabilidad en tiempo finito. Usando el teorema de funciones implícitas se tiene que  $\frac{\partial V}{\partial x} = -[\frac{\partial Q}{\partial V}]^{-1} \frac{\partial Q}{\partial x}$ , por lo que usando las condiciones C4) y C5) se obtiene  $\dot{V}(x) \leq -cV^{1-\mu}$  de donde se concluye estabilidad en tiempo finito.

#### 3.2 Control robusto en tiempo finito

En Polyakov et al. (2016), se propone un diseño de control robusto basado en el método de FIL. En dicho artículo se presentan resultados tanto como para estabilidad en tiempo finito como para estabilidad en tiempo fijo (donde una cota que es independiente de las condiciones iniciales es impuesta al tiempo de convergencia). En el presente trabajo utilizaremos el diseño propuesto para estabilidad en tiempo finito por lo que el resultado correspondiente se presenta a continuación

**Teorema 2** (Polyakov et al., 2016): Sean  $\mu \in (0, 1)$ ,  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $Y \in \mathbb{R}^{n_k \times n}$  tales que satisfacen el siguiente sistema de desigualdades matriciales:

$$\begin{aligned} \tilde{A}X + X\tilde{A}^T + \tilde{B}Y + Y^T\tilde{B}^T + H_\mu X + XH_\mu + R &\leq 0, \\ XH_\mu + H_\mu X &> 0, X > 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Entonces, existe una función  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  implícitamente definida por la ecuación  $Q(V, s) = 0$  con  $Q$  dada por la Ec. (7) para  $P = X^{-1}$ .

$$Q(V, s) = s^T D_r(V^{-1}) P D_r(V^{-1}) s - 1, \quad (7)$$

Donde  $s = (s_1, \dots, s_k)^T$ ,  $s_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $V \in \mathbb{R}_+$ ,  $D_r(\lambda)$  es la llamada matriz de dilatación.

Entonces, para cualquier perturbación continua  $\tilde{d}$  que satisfaga la desigualdad:

$$\begin{aligned} \tilde{d}^T D_r(V^{-1}) R^{-1} D_r(V)^{-1} \tilde{d} &\leq \\ \beta V^{-2\mu} s^T D_r(V^{-1}) (H_\mu P + P H_\mu) &\quad (8) \\ \text{con } V \in \mathbb{R}_+ : Q(V, s) = 0 \text{ y } \beta \in (0, 1) & \end{aligned}$$

el sistema en lazo cerrado es globalmente estable en tiempo finito y un tiempo estimado de convergencia puede obtenerse con la siguiente expresión:

$$T(x_0) \leq \frac{V_o^\mu}{c\mu} \quad (9)$$

donde  $V_o \in \mathbb{R}$

Proposición (Polyakov and Hetel, 2017): El teorema 2 sigue siendo válido para  $\mu = 1$  si a la desigualdad matricial Ec. (10) se le agrega la siguiente condición adicional:

$$\begin{pmatrix} X & Y^T \\ Y & u^2 I_m \end{pmatrix} \geq 0 \quad (10)$$

Donde  $0 < u_0 \leq u_{max} = \sup_{r \in \mathbb{R}_+ : \mathcal{B}(r) \subset \text{co}\{\mathcal{U}\}} r$ . Por lo tanto, el sistema (12) en lazo cerrado es globalmente estable en tiempo finito si  $V_{max} = +\infty$  y la ley de control tiene la forma:

$$\tilde{u} = V^{1-\mu} K D_r (V^{-1}) \quad (11)$$

donde  $K := YX^{-1}$  y  $V \in \mathbb{R}_+$ .

#### 4. DISEÑO DEL CONTROLADOR

El modelo MEMS correspondiente al proceso de LC, descrito por las Ecs. (1) y (2) puede ser expresado como:

$$\dot{x} = B(x, t)U + f(x, t) + \omega(t) \quad (12)$$

donde  $x = [x_1 \ x_2]^T = [h \ T]^T$  representa los estados del sistema,  $U = [u_1 \ u_2]^T = [v \ \tilde{Q}]^T$  es la entrada de control,  $\omega(t) = [\omega_1 \ \omega_2]^T$  representa las incertidumbres y  $\tilde{Q} = Q - Q_c$ . Las funciones  $B = [B_1 \ B_2]$  y  $f = [f_1 \ f_2]^T$  son definidas como:

$$B_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2r} \\ \frac{1}{C_l V} [Ae - AC_s(T_m - T_o)] \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \frac{2\beta\eta}{r^2 \rho \pi^2 C_l h^2 (T_m - T_o)} \\ \frac{1}{\rho C_l V} \left[ -\frac{\beta\eta e}{\pi C_l (T_m - T_o)} + \eta \right] \end{bmatrix}$$

$$f_1 = 0$$

$$f_2 = \frac{1}{\rho C_l V} [\eta Q^c - A_s \alpha_s (T - T_m) - A_G \alpha_G (T - T_o) - A_G \epsilon \sigma (T^4 - T_o^4)]$$

Por lo tanto, el objetivo es diseñar un controlador  $U$  para el sistema de LC descrito por la Ec. (12) que asegure que la referencia deseada  $x_d = [x_{d1} \ x_{d2}]^T = [h_d \ T_d]^T$  es alcanzada a pesar de la presencia de perturbaciones.

Definiendo  $s = x - x_d$ ,  $B = B_n + \Delta B$  y  $f = f_n + \Delta f$ , donde  $B_n$  y  $f_n$  son términos nominales y  $\Delta B$  y  $\Delta f$  son perturbaciones debido a incertidumbres y/o dinámicas no modeladas. El sistema de la Ec. (12) es expresado como:

$$\dot{s} = BU + f + \omega \quad (13)$$

y definiendo la ley de control como:

$$U = B_n^{-1}(-f_n + \tilde{u}) \quad (14)$$

Ahora, reemplazando la Ec. (14) en Ec. (13), se tiene:

$$\dot{s} = (B_n + \Delta B)u + f_n + \Delta f + \omega \quad (15)$$

por lo que

$$\dot{s} = I\tilde{u} + \Delta B B_n^{-1}[\tilde{u} - f_n] + \Delta f \quad (16)$$

tiene la forma del sistema Ec. (12) con  $A = 0$ ,  $B = I$  (de  $2 \times 2$ ) y  $\tilde{d} = \Delta B B_n^{-1}[\tilde{u} - f_n] + \Delta f + \omega$ .

Resolviendo el sistema de desigualdades matriciales de la Ec. (6) y Ec. (10) para  $\mu = 1$  y  $R = \text{diag}\{500; 1 \times 10^5\}$  se obtuvo:

$$P = \begin{bmatrix} 5.644 \times 10^{-10} & 0 \\ 0 & 5.644 \times 10^{-10} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.405398 & -1.071 \times 10^{-14} \\ 7.514 \times 10^{-15} & -1.4064254 \end{bmatrix}$$

Para las simulaciones el valor de la función implícita de Lyapunov fue calculado numéricamente usando el método de bisección. El valor de  $R$  fue escogido como una aproximación de las perturbaciones que pueden presentarse en el sistema.

#### 5. RESULTADOS

Los resultados para el sistema en lazo cerrado fueron obtenidos para tres referencias de alturas y dos referencias de temperaturas. Los valores nominales fueron tomados de la Tabla. 1. El controlador fue probado considerando las incertidumbres en el modelo presentadas en la Tabla 2 y adicionalmente una señal de perturbación  $\omega = [0.001 \sin(t); 5 \cos(3t)]$ .

Table 2. Incertidumbres consideradas para la simulación

| Incertidumbre | $\Delta\rho$ | $\Delta C_s$ | $\Delta C_l$ | $\Delta L$      | $\Delta\epsilon$ | $\Delta\alpha_s$      |
|---------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|------------------|-----------------------|
| Valor         | -100         | -50          | -60          | $1 \times 10^4$ | 0.02             | $\pm 1.4 \times 10^5$ |

Las condiciones iniciales usadas en el modelo son  $h_0 = 350\mu\text{m}$  y para  $T_0 = 1700\text{K}$ .

En la Fig. 2 se puede observar que los valores de altura y temperatura alcanzan los valores deseados en tiempos muy cortos. Adicionalmente, en temperatura se tienen dos picos en 3 y 5 segundos pero son debidos al cambio de referencia en altura.

También, en la Fig. 3 se tienen los errores correspondientes a altura y temperatura. La razón por la cual el error

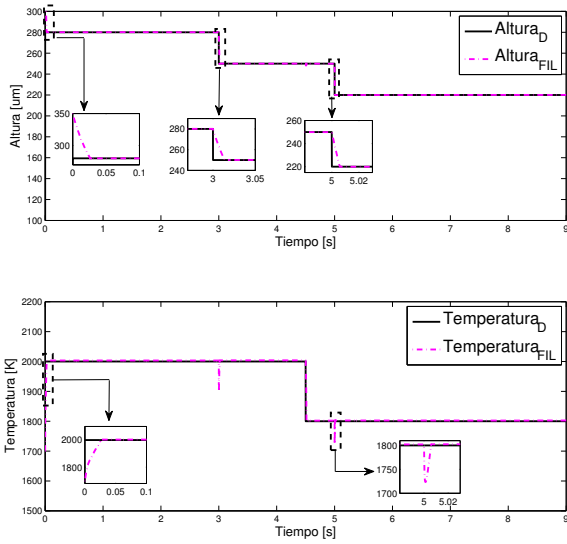


Fig. 2. Comportamiento de altura y temperatura

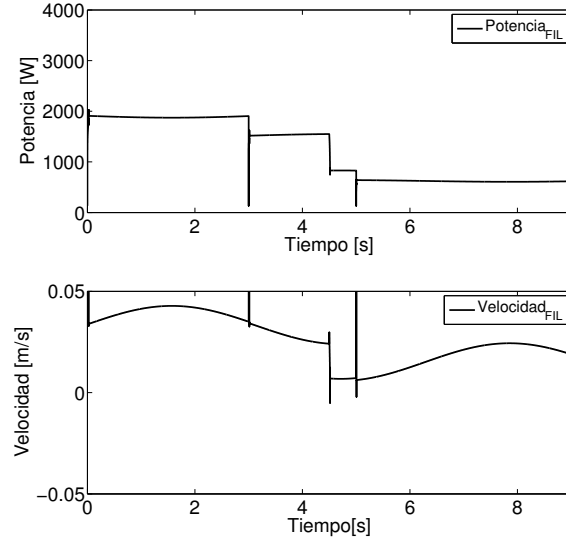


Fig. 4. Señales de control (potencia y velocidad)

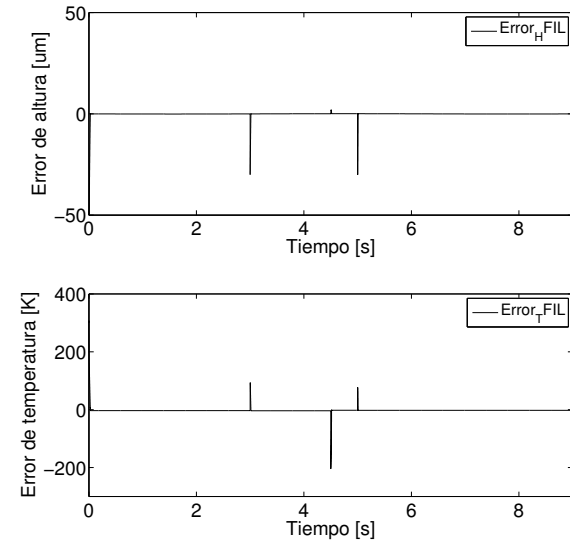


Fig. 3. Señales de error

no es llevado exactamente a cero es por consideraciones prácticas. La vecindad de convergencia está relacionada con el valor mínimo permitido en el computo por bisección de  $V$ . Los resultados mostrados consideran  $\min(V) = 1 \times 10^{-4}$  el cual permite llevar el error a un valor aceptable en la práctica, evitando el chattering.

Asimismo, en la Fig. 4 se muestran las señales de control de potencia y velocidad, las cuales permanecen en los rangos prácticos reales de operación.

## 6. CONCLUSIÓN

Se diseñó un controlador robusto usando la técnica de función de Lyapunov implícita para la tecnología de manufactura aditiva. El proceso considerado es sistema MEMS no lineal con incertidumbres aditivas y multiplicativas inherentes al proceso.

Para la obtención de parámetros del controlador se consideraron los rangos de incertidumbres paramétricas para proponer un estimado de la cota de las perturbaciones. Los resultados obtenidos en simulación muestran el buen desempeño, así como la viabilidad de aplicación de este tipo de controlador en la práctica.

## REFERENCES

- Adamy, J. and Flemming, A. (2004). Soft Variable-structure Controls: A Survey. *Automatica*, 40(11), 1821–1844. doi:10.1016/j.automatica.2004.05.017.
- Bartolini, G. and Punta, E. (2015). Multi-Input Sliding Mode Control of Nonlinear Uncertain Non-Affine Systems With Mono-Directional Actuation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(2).
- Bartolini, G., Punta, E., and Zolezzi, T. (2004). Simplex methods for nonlinear uncertain sliding-mode control. *IEEE Trans. Automatic Control*, 49(6), 922–933.
- Bartolini, G., Pisano, A., Punta, E., and Usai, E. (2003). A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of Control*, 76(9-10), 875–892.
- Bennett, J., Dudas, R., Cao, J., Ehmann, K., and Hyatt, G. (2016). Control of heating and cooling for direct laser deposition repair of cast iron components. In *2016 International Symposium on Flexible Automation (ISFA)*, 229–236. doi:10.1109/ISFA.2016.7790166.

- Bi, G., Schürmann, B., Gasser, A., Wissenbach, K., and Poprawe, R. (2007). Development and qualification of a novel laser-cladding head with integrated sensors. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(3–4), 555–561. doi: 10.1016/j.ijmachtools.2006.05.010.
- Devesse, W., De Baere, D., and Guillaume, P. (2014). Design of a Model-based Controller with Temperature Feedback for Laser Cladding. *Physics Procedia*, 56, 211–219. doi:10.1016/j.phpro.2014.08.165.
- Devesse, W., De Baere, D., Hinderdael, M., and Guillaume, P. (2016). Hardware-in-the-loop control of additive manufacturing processes using temperature feedback. *Journal of Laser Applications*, 28(2), 022302. doi: 10.2351/1.4943911.
- Ding, Y., Warton, J., and Kovacevic, R. (2016). Development of sensing and control system for robotized laser-based direct metal addition system. *Additive Manufacturing*, 10, 24–35. doi:10.1016/j.addma.2016.01.002.
- Draženović, B. (1969). The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, 5(3), 287–295.
- Everton, S.K., Hirsch, M., Stravroulakis, P., Leach, R.K., and Clare, A.T. (2016). Review of in-situ process monitoring and in-situ metrology for metal additive manufacturing. *Materials & Design*, 95, 431–445. doi: 10.1016/j.matdes.2016.01.099.
- Farshidianfar, M.H., Khajepour, A., and Gerlich, A. (2016). Real-time control of microstructure in laser additive manufacturing. *Int J Adv Manuf Technol*, 82(5–8), 1173–1186. doi:10.1007/s00170-015-7423-5.
- Francois, M.M., Sun, A., King, W.E., Henson, N.J., Turret, D., Bronkhorst, C.A., Carlson, N.N., Newman, C.K., Haut, T., Bakosi, J., Gibbs, J.W., Livescu, V., Vander Wiel, S.A., Clarke, A.J., Schraad, M.W., Blacker, T., Lim, H., Rodgers, T., Owen, S., Abdeljawad, F., Madison, J., Anderson, A.T., Fattebert, J.L., Ferencz, R.M., Hodge, N.E., Khairallah, S.A., and Walton, O. (2017). Modeling of additive manufacturing processes for metals: Challenges and opportunities. *Current Opinion in Solid State and Materials Science*, 21(4), 198–206. doi:10.1016/j.cossms.2016.12.001.
- Guo, Z.Q., Bi, G., and Wei, J. (2016). Design of a novel control strategy for laser-aided additive manufacturing processes. In *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 6091–6096. doi:10.1109/IECON.2016.7793430.
- Hofman, J.T., Pathiraj, B., van Dijk, J., de Lange, D.F., and Meijer, J. (2012). A camera based feedback control strategy for the laser cladding process. *Journal of Materials Processing Technology*, 212(11), 2455–2462. doi:10.1016/j.jmatprotec.2012.06.027.
- Korobov, V.I. (1980). A General Approach to the Solution of the Bounded Control Synthesis Problem in a Controllability Problem. *Math. USSR Sb.*, 37(4), 535–557. doi:10.1070/SM1980v037n04ABEH002094.
- Loukianov, A.G. (1998). Nonlinear block control with sliding mode. *Automation and Remote Control*, 7(59), 916–933.
- Martinez, S., Lamikiz, A., Ukar, E., Taberner, I., and Arrizubieta, I. (2016). Control loop tuning by thermal simulation applied to the laser transformation hardening with scanning optics process. *Applied Thermal Engineering*, 98, 49–60. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2015.12.037.
- Muvvala, G., Patra Karmakar, D., and Nath, A.K. (2017). Online monitoring of thermo-cycles and its correlation with microstructure in laser cladding of nickel based super alloy. *Optics and Lasers in Engineering*, 88, 139–152. doi:10.1016/j.optlaseng.2016.08.005.
- Polyakov, A., Efimov, D., and Perruquetti, W. (2016). Robust stabilization of MIMO systems in finite/fixed time. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 26(1), 69–90. doi:10.1002/rnc.3297.
- Polyakov, A. and Hetel, L. (2017). Relay Control Design for Robust Stabilization in a Finite-Time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(4). doi: 10.1109/TAC.2016.2591725.
- Polyakov, A., Efimov, D., and Perruquetti, W. (2013). Finite-time stabilization using implicit lyapunov function technique. In *9th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 140–145. Toulouse, France.
- S. V. Bayda, D.B.I. (1985). Vector method of design of sliding motion and simplex algorithms. 7, 830–837.
- Salehi, D. and Brandt, M. (2006). Melt pool temperature control using LabVIEW in Nd:YAG laser blown powder cladding process. *Int J Adv Manuf Technol*, 29(3–4), 273–278. doi:10.1007/s00170-005-2514-3.
- Shamsaei, N., Yadollahi, A., Bian, L., and Thompson, S.M. (2015). An overview of Direct Laser Deposition for additive manufacturing; Part II: Mechanical behavior, process parameter optimization and control. *Additive Manufacturing*, 8, 12–35. doi: 10.1016/j.addma.2015.07.002.
- Utkin, V., Guldner, J., and Shi, J. (2009). *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*, volume 31. CRC Press, New York, second edition. doi: 10.1201/9781420065619.
- Wang, Q., Li, J., Gouge, M., Nassar, A.R., Michaleris, P.P., and Reutzel, E.W. (2017). Physics-Based Multi-variable Modeling and Feedback Linearization Control of Melt-Pool Geometry and Temperature in Directed Energy Deposition. *J. Manuf. Sci. Eng.*, 139(2), 021013. doi:10.1115/1.4034304.
- Zeinali, M. and Khajepour, A. (2010a). Adaptive fuzzy sliding mode control design for laser metal deposition. In *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, 6115–6120. doi:10.1109/ACC.2010.5531585.
- Zeinali, M. and Khajepour, A. (2010b). Height Control in Laser Cladding Using Adaptive Sliding Mode Technique: Theory and Experiment. *J. Manuf. Sci. Eng.*, 132(4), 041016–041016–10. doi:10.1115/1.4002023.