

Consenso disparado por eventos de múltiples VANTs bajo el esquema líder-seguidor [★]

A. Vega-Alonzo ^{*} J. F. Guerrero-Castellanos ^{*}
A. Pulido-Flores ^{*} S. Durand ^{**} G. Mino-Aguilar ^{*}
N. Marchand ^{***}

^{*} Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP),
Facultad de Ciencias de la Electrónica, Puebla, México.

^{**} ICube laboratory, INSA Strasbourg – Strasbourg univ. – CNRS,
Strasbourg, France.

^{***} GIPSA-lab laboratory, Control Systems Dept., CNRS, Grenoble
univ. – Grenoble, France

Abstract: El artículo presenta resultados obtenidos del diseño y desarrollo de una estrategia de control disparado por eventos para aportar una solución al problema de consenso y formación bajo un esquema líder-seguidor; aplicado a un grupo de VANT tipo VTOL. En este trabajo, los vehículos transmiten información entre sus vecinos inmediatos a través de una red representada por un grafo dirigido y fuertemente conectado. El intercambio de información entre vehículos es activado mediante un control descentralizado, permitiendo a cada VANT decidir el momento de transmitir su estado a sus vecinos. La factibilidad del esquema de control propuesto para consenso y formación deseada son mostrados mediante simulaciones numéricas.

Keywords: Consenso, formación, disparo por eventos, esquema lider-seguidor, VANT, sistema cooperativo.

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo y empleo de estrategias de control cooperativo para un grupo de vehículos ha motivado el creciente interés dentro de la comunidad científica de control. La importancia e interés de tales estrategias se debe al aporte de atractivas soluciones a problemas de escalas grandes, empleando múltiples agentes coordinados para realizar tareas en conjunto pero siendo subsistemas independientes (Ren and Beard (2008); Lewis et al. (2013)). Una de las vertientes del control cooperativo que ha tenido un aumento considerable es el control cooperativo distribuido de redes de vehículos (Ahmed et al. (2016a,b)).

Enfocándose en abordar el problema de consenso y formación de vehículos aéreos no tripulados de despegue y aterrizaje vertical (VANT-VTOL) (Thunberg et al. (2016); Peng et al. (2019); Du et al. (2019)). La habilidad de los vehículos tipo VTOL de volar sobre obstáculos

y maniobrar en espacios confinados en conjunto con las aplicaciones emergentes, tales como el transporte (Nicoltra et al. (2014); Meissen et al. (2017)), observación o interacción; son factores que han impulsado el diseño de estrategias de control para dichos sistemas.

La mayoría de los trabajos reportados referentes a estrategias de control colaborativo para vehículos tipo VTOL, se desarrollan considerando una dinámica de tiempo continuo; asumiendo que cada vehículo puede transmitir y tener acceso continuo al estado de sus vecinos. Sin embargo, la comunicación continua entre agentes no es posible en la práctica. Por lo que es necesario abordar dicha problemática proponiendo un enfoque que decida la frecuencia con la que se debe comunicar cada agente con sus vecinos inmediatos. También es importante considerar que tanto en escenarios multi-agente como en los sistemas de control en red, el consumo energético tiene una correlación con la frecuencia de muestro, así como el procesamiento de señales de control y señales para los actuadores. Dichas tareas periódicas pueden provocar ineficiencias y dificultades. Por lo cual, se propone un enfoque denominado disparado por eventos, el cual se enfoca en reducir la comunicación hasta que se cumpla una condición específica, es decir, cuando

^{*} Los autores agradecen el apoyo del FONCICYT mediante el convenio SEP-CONACYT-ANUIES-ECOS-NORD y con número de proyecto Mex. 296702 and Fra. M18M02. Este proyecto también fue apoyado por la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la BUAP con número de proyecto 100305333-VIEP2019.

un evento es generado (Årzén (1999); Åström and Bernhardsson (2002); Tabuada (2007); Anta and Tabuada (2010); Mazo Jr et al. (2009); Marchand et al. (2013)), permitiendo reducir el ancho de banda de comunicación en una red de multi-agentes.

El artículo esta estructurado de la siguiente manera: la sección 2 contiene los preliminares matemáticos, abordando la teoría de grafos, la comunicación disparada por eventos entre agentes y el modelado de un vehículo aéreo de tipo VTOL. En la sección 3 se expone el diseño de control interno enfocado al control de la orientación de un vehículo. En la sección 4 comprende el diseño y desarrollo de la propuesta de control cooperativo disparado por eventos aplicado a múltiples VANT. La sección 5, contiene los resultados obtenidos de validez la efectividad de la ley de control propuesta. Finalmente, la sección 5 esta dedicada a las conclusiones.

2. PRELIMINARES

2.1 Teoría de grafos

La interacción de un sistema multi-agente puede ser representada mediante grafos. La teoría de grafos es un recurso que permite definir la topología de comunicación entre los agentes y desde el punto de vista de control, permite establecer propiedades de estabilidad. Considerar que $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ consiste en un conjunto de vértices (o nodos) $\mathcal{V} = 1, \dots, N$ y enlaces \mathcal{E} . Si hay un enlace (i, j) entre los nodos i y j , entonces i y j se llaman adyacentes, es decir, $\mathcal{E} = (i, j) \in \mathcal{V} \times \mathcal{V} : i, j \text{ adyacente}$. \mathcal{G} es llamada no dirigida si $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathcal{E}$. La matriz de adyacencia A esta definida por $a_{ij} = 1$ si i y j son adyacentes, y $a_{ij} = 0$ en caso contrario. Un camino desde i hasta j es una secuencia de diferentes nodos, iniciando desde i y terminando con j , de modo que cada par de nodos consecutivos es adyacente. Si hay un camino de i a j , entonces i y j son llamados conectados. Si todos los pares de nodos en \mathcal{G} son conectados, entonces \mathcal{G} es llamado conectado. La distancia $d(i, j)$ entre dos nodos es el número de enlaces de la ruta más corta desde i hasta j . El diámetro d de \mathcal{G} es la máxima distancia $d(i, j)$ sobre todos los pares de nodos. La matriz de grados D de \mathcal{G} es la matriz diagonal con elementos d_i igual a la cardinalidad del conjunto vecino del nodo i , $N_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. La matriz Laplaciana \mathcal{L} de \mathcal{G} es definida como $\mathcal{L} = D - A$. Para grafos conectados, \mathcal{L} tiene exactamente un sólo valor propio igual a cero y dichos valores propios pueden ser listados en orden decreciente, $0 = \lambda_1(\mathcal{G}) < \lambda_2(\mathcal{G}) \leq \dots \leq \lambda_N(\mathcal{G})$. $\bar{\mathcal{G}}$ representa el grafo que contiene al grafo \mathcal{G} y al líder.

2.2 Comunicación entre agentes basada en eventos

Un grafo teniendo como nodos sistemas dinámicos es denotado por (\mathcal{G}, x) , siendo \mathcal{G} el grafo que contiene N nodos y $x = (x_1^T \cdots x_N^T)^T$ un vector de estado global,

donde los estados de cada nodo evolucionan de acuerdo a la dinámica

$$\dot{x}_i = f(x_i, u_i) \quad (1)$$

donde $x_i \in \chi \subset \mathbb{R}^n$ y $u_i \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$. La transmisión de información entre agentes basada en eventos relaciona dos funciones principales (Guinaldo et al. (2016)).

- Una función de evento: $e_i : \chi \times \chi \rightarrow \mathcal{R}$ que indica si es necesario que el agente i transmita ($e_i > 0$) o no ($e_i \leq 0$) su estado al agente j , con $j \in N_i$. La función de evento toma como entrada el valor actual del estado del agente i , x_i y una memoria m_i de x_i la última vez que e_i fue positivo.
- Control distribuido estático $u_i(x_i, m_i, m_j)$. Estático significa que los estados son medidos y no son estimados por algún otro sistema dinámico, por ejemplo un observador. Que el control dependa de las memorias de los estados x_i y x_j con $j \in N_i$, significa que el control del agente i depende del estado transmitido por el propio agente la última vez que ocurrió un evento y el estado proveniente del agente j , así como del estado actual del agente i , i.e. x_i . El término distribuido se debe a que el control del agente i solo depende del conjunto N_i el cual es un subconjunto del conjunto total de nodos, i.e. $N_i \subset \mathcal{V}$.

2.3 Modelado

En primer lugar, se asume que un VANT tipo VTOL se puede ser modelado como un cuerpo rígido. También, se considera dos sistemas de referencia ortogonales: $\mathbf{E}^b = [e_1^b, e_2^b, e_3^b]$ representa el sistema de referencia móvil del cuerpo rígido; localizado en el centro de masa del cuerpo rígido y el sistema de referencia inercial $\mathbf{E}^f = [e_1^f, e_2^f, e_3^f]$, localizado en algún punto del punto del espacio (ver figura 1). La rotación del sistema de referencia móvil \mathbf{E}^b con respecto del sistema de referencia inercial \mathbf{E}^f es representado por la matriz orientación $R \in SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : R^T R = I, \det R = 1\}$.

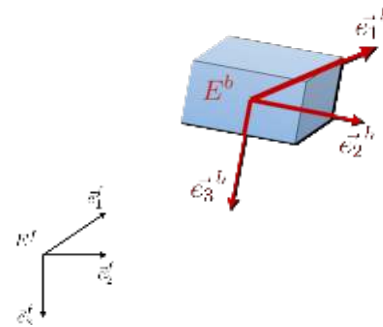


Fig. 1. Sistemas de referencia móvil e inercial.

Dada una matriz de rotación, se define un cuaternión $q \in \mathbb{S}^3$ como:

$$q := \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ e_v \sin \frac{\beta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_v \end{pmatrix} \in \mathbb{S}^3 \quad (2)$$

donde $q_0 \in \mathbb{R}$, conocido como el componente escalar y $q_v = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T \in \mathbb{R}^3$, conocido como el componente vectorial. El cuaternión q representa un elemento de $SO(3)$ a través del mapeo $\mathcal{R} : \mathbb{S}^3 \rightarrow SO(3)$ definido como:

$$\mathcal{R} := I_3 + 2q_0[q_v^\times] + 2[q_v^\times]^2 \quad (3)$$

Tenga en cuenta que $R = \mathcal{R}(q) = \mathcal{R}(-q)$ por cada $q \in \mathbb{S}^3$, *i.e.* los cuaterniones q y $-q$ representan la misma orientación física. Denotado por $\omega = (\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3)^T$, se refiere a la velocidad angular del sistema del cuerpo rígido (\mathbf{E}^b), relativo al sistema de referencia inercial (\mathbf{E}^f). Por lo que las ecuaciones de la cinemática están dadas por:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_v \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -q_v^T \\ I_3 q_0 + [q_v^\times] \end{pmatrix} \omega = \frac{1}{2} \Xi(q) \omega \quad (4)$$

El error de orientación es usado para cuantificar la diferencia entre dos orientaciones. Si q define la orientación actual del cuaternión y q_d es el cuaternión deseado, *i.e.* la orientación deseada, ahora, el cuaternión que representa el error de orientación entre la orientación actual y la orientación deseada es dado por:

$$\tilde{q} = q_d^{-1} \otimes q = (\tilde{q}_0 \ \tilde{q}_v^T)^T \quad (5)$$

donde q^{-1} es la rotación complementaria del cuaternión q que viene dada por $q^{-1} = (q_0 \ -q_v^T)^T$ y \otimes denota la multiplicación del cuaternión (Guerrero-Castellanos et al. (2011)). Para el estudio del movimiento de un cuerpo rígido se consideran dos conceptos: el movimiento de rotación y el movimiento de translación. De acuerdo con lo anterior y con Guerrero-Castellanos et al. (2011), el modelo de seis grados de libertad (orientación y posición) del sistema puede ser separado en movimiento de translación y movimientos de rotación, obteniendo los siguientes sistemas:

$$\Sigma_T : \begin{cases} \dot{p} = v \\ \dot{v} = -g e_3^f + \frac{1}{m} R^T T e_3^b \end{cases} \quad (6)$$

$$\Sigma_R : \begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2} \Xi(q) \omega \\ J \dot{\omega} = -[\omega^\times] J \omega + \Gamma \end{cases} \quad (7)$$

donde J es la matriz de inercia expresado en E^b y ω son las velocidades angulares, g es la aceleración de la gravedad.

Se puede observar que 6 y 7 constituyen un sistema en cascada, donde Σ_T representa la dinámica traslacional; la cual depende de Σ_R . No obstante, Σ_R que representa la dinámica rotacional no depende de Σ_T . Por lo que es posible partir de diseñar un control independiente para Σ_R .

3. DISEÑO DE CONTROL INTERNO

En esta sección, nos enfocamos en el diseño del control interno propuesto para estabilizar el sistema descrito en (7)

3.1 Control de orientación

En primer lugar, se propone una ley de control robusta para estabilizar la orientación.

Definición 1. Dada una constante positiva M , una función continua, no decreciente $\sigma_M : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; definida por:

$$\begin{aligned} (1) \sigma_M(s) &= s \text{ si } |s| < M; \\ (2) \sigma_M(s) &= \text{sign}(s)M \text{ cualquier otro caso;} \end{aligned} \quad (8)$$

Por lo que se obtiene el siguiente resultado; inspirado y reportado en Guerrero-Castellanos et al. (2011) para la estabilización de la orientación de cuerpos rígidos.

Proposición 1. Considere la dinámica de rotación del *i*th cuerpo rígido descrito por (7) y el error de orientación definido en (5) con las siguientes entradas de control acotadas: $\Gamma = (\Gamma^1 \ \Gamma^2 \ \Gamma^3)^T$ tal que

$$\Gamma^l = -\sigma_{M^l} \left(\frac{\kappa \omega^l}{\rho^l} + \kappa \tilde{q}_v^l \right) \quad (9)$$

donde $i \in \mathcal{V}$. $\sigma_{M^l}(\cdot)$ con $l \in \{1, 2, 3\}$ son funciones de saturación como se define en (8). M^l representa el límite físico del *j*th torque del cuerpo rígido. κ es un parámetro real, tal que, $0 < \kappa \leq \min_l M^l/2$. ρ^l son parámetros estrictamente positivos. Las entradas (9) estabilizan asintóticamente el cuerpo rígido a la orientación deseada q_d (*i.e.* $\tilde{q}_0 = 1, \tilde{q}_v = 0, \omega = 0$) con un dominio de atracción para el error de orientación y velocidad angular igual a $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}^3 \setminus (-1 \ 0^T \ 0^T)^T$.

Demostración. La prueba es presentada en Guerrero-Castellanos et al. (2011) y Teel (1992). \square

Se busca diseñar una ley de control para estabilizar un grupo de VANTS-VTOL a una cierta posición deseada en el espacio (consenso), al mismo tiempo que se resuelve el problema de la estabilización de la orientación. Concidero (6) y (7) y observe que la matriz de rotación R_i puede ser parametrizada en función de los ángulos de Euler a través de mapeo $\mathcal{R}(\phi, \theta, \psi) : \mathbb{R}^3 \rightarrow SO(3)$.

$$R = \mathcal{R}(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ C\psi S\theta S\phi - S\psi C\theta S\phi S\theta S\psi + C\psi C\phi C\theta S\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi C\theta C\phi S\theta S\psi - C\psi S\phi C\theta S\phi & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi S\theta \\ C\psi C\phi S\theta + S\psi S\phi S\theta S\psi C\phi - C\psi S\phi C\theta C\phi & S\psi C\theta S\phi - C\psi S\theta S\phi & C\psi C\phi C\theta \end{pmatrix}, \quad (10)$$

Se asume que empleando la ley de control (9), tiene la capacidad de estabilizar la dinámica del ángulo de guiñada (yaw) del VANT, que es $\psi_i = 0$. Posteriormente, después de un tiempo suficientemente largo, el sistema (6) se convierte en:

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{p}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{T}{m} \cos \phi \sin \theta \\ -\frac{T}{m} \sin \phi \\ \frac{T}{m} \cos \phi \cos \theta + g \end{pmatrix} \quad (12)$$

donde θ y ϕ pueden ser consideraras entradas para controlar (11)-(12). Con una elección apropiada como la propuesta en Sepulchre et al. (1997); Zavala et al. (2003), es posible transformar en tres dobles integradores. Por lo cual, se define:

$$\begin{aligned} \theta_d &:= \arctan\left(\frac{r_1}{r_3 + g}\right), \\ \phi_d &:= \arctan\left(\frac{-r_2}{\sqrt{r_1^2 + (r_3 + g)^2}}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

donde r_{1_i} , r_{2_i} y r_{3_i} serán definidas mas adelante. Se elige un empuje positivo como entrada de control

$$T = m\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + (r_3 + g)^2} \quad (14)$$

Considerando (13)-(14), se obtiene:

$$\Sigma_1 := \begin{cases} \dot{p}_1 = v_1 \\ \dot{v}_1 = r_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\Sigma_2 := \begin{cases} \dot{p}_2 = v_2 \\ \dot{v}_2 = r_2 \end{cases} \quad (16)$$

$$\Sigma_3 := \begin{cases} \dot{p}_3 = v_3 \\ \dot{v}_3 = r_3 \end{cases} \quad (17)$$

Se puede notar que para cada doble integrador se pueden seleccionar entradas de control para realizar regulación o seguimiento de trayectorias. El diseño de las entradas de control para los dobles integradores es abordada en la siguiente sección, abordando el control cooperativo disparado por eventos.

4. CONTROL COOPERATIVO DISPARADO POR EVENTOS

Esta sección, se enfoca en el diseño de una ley de control para el consenso y formación de un grupo de VANTs-VTOL. Considerar un grupo de N -VANTs modelados como cuerpos rígidos (ver imagen) y descritos en (6) y (7). Entonces, asumimos que las señales de control T , θ_d y ϕ_d son aplicadas en un lazo de control interno.

Por lo cual, para la propuesta de control aplicado al consenso con esquema líder-seguidor, cada vehículo puede ser modelado como (15)-(17), es decir:

$$\Sigma_{1_i} := \begin{cases} \dot{p}_{1_i} = v_{1_i} \\ \dot{v}_{1_i} = r_{1_i} \end{cases} \quad (18)$$

$$\Sigma_{2_i} := \begin{cases} \dot{p}_{2_i} = v_{2_i} \\ \dot{v}_{2_i} = r_{2_i} \end{cases} \quad (19)$$

$$\Sigma_{3_i} := \begin{cases} \dot{p}_{3_i} = v_{3_i} \\ \dot{v}_{3_i} = r_{3_i} \end{cases} \quad (20)$$

con $i \in \mathcal{V}$. Se definen las variables: $\xi_{1_i} = p_{1_i}$, $\xi_{2_i} = v_{1_i}$, $\xi_{3_i} = p_{2_i}$, $\xi_{4_i} = v_{2_i}$, $\xi_{5_i} = p_{3_i}$, $\xi_{6_i} = v_{3_i}$. El sistema (18)-(20) puede ser escrito como:

$$\dot{\xi}_i = \bar{A}\xi_i + \bar{B}\bar{u}_i \quad (21)$$

donde $\xi_i = (\xi_{1_i} \xi_{2_i} \xi_{3_i} \xi_{4_i} \xi_{5_i} \xi_{6_i})^T$, $\bar{u}_i = (0 \ r_{1_i} \ 0 \ r_{2_i} \ 0 \ r_{3_i})^T$, $\bar{A} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\bar{B} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$. Además, la dinámica de un líder etiquetada con 0, está dada por:

$$\dot{\xi}_0 = \bar{A}\xi_0 \quad (22)$$

donde $\xi_0 \in \mathbb{R}^6$. El vehículo líder puede considerarse como un sistema de comando exo-sistema que genera la referencia o trayectoria deseada. El objetivo es diseñar controladores locales \bar{u}_i para todos los nodos seguidores.

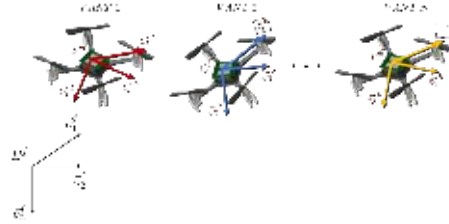


Fig. 2. Grupo de N -VANTs.

Definición 2. El consenso disparado por eventos bajo un esquema líder-seguidor del sistema (21)-(22) se dice que es conseguido prácticamente si, para cada vehículo $i \in \mathcal{V}$, existe una retroalimentación de estado local \bar{u}_i que depende de m_i y m_j , con $j \in \mathcal{N}_i$ (conjunto vecino del nodo i), tal que el sistema en lazo-cerrado satisfase:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\xi_i(t) - \xi_0(t)\| = \Delta, \quad i = 1, \dots, N$$

para cualquier condición inicial $\xi_i(0)$, $i = 0, 1, \dots, N$. Observe que m_i es el último estado transmitido por el vehículo i , i.e. $m_i(t) = \xi_i(t_k^i)$, $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i[$, donde t_0^i, t_1^i, \dots es la secuencia de eventos del vehículo i .

A continuación se describe el resultado principal.

Proposición 2. Considere el sistema de multi-vehículos (21)-(22), bajo la siguiente ley de control:

$$\bar{u}_i = K \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (m_j - m_i) + g_i(\xi_0 - m_i) \right] \quad (23)$$

con $K = \rho \bar{B}^T P$, siendo P una solución a la ecuación de Riccati.

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} - 2\rho P \bar{B} \bar{B}^T P = -Q$$

Supongamos que la función de disparo está dada por:

$$e_i(\xi_i, m_i) = \bar{e}_{i_1} \wedge \bar{e}_{i_2} \wedge \bar{e}_{i_3} \wedge \bar{e}_{i_4} \quad (24)$$

donde $e_{i_s} = |\bar{e}_{i_s}| - \delta$ con $\bar{e}_{i_s} = m_{i_s} - \xi_{i_s}$ y $\bar{e}_{i_s} = 1$ si $e_{i_s} \geq 0$ y $\bar{e}_{i_s} = 0$ en cualquier otro caso. $\delta \in \mathbb{R}_+$, $i \in \mathcal{V}$ y $s = \{1, 2, 3, 4\}$. Todos los agentes siguen al líder desde cualquier condición inicial y convergen en un vecindario dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\varepsilon(t)\| = \frac{2\sqrt{N}\delta \|\tilde{B}\| \bar{\alpha}}{\lambda_1^{\tilde{A}}} = \Delta$$

donde $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)^T$ y $\varepsilon_i = \xi_i - \xi_0$. Además, $\lambda_1^{\tilde{A}} = \lambda_{\min}(\tilde{A})$ siendo $\tilde{A} = I_N \otimes \tilde{A} - \tilde{B}$, $\bar{\alpha} = \|R\| \|R^T\|$, con R una matriz que diagonaliza la matriz \tilde{A} . $\tilde{B} = -H \otimes \bar{B}K$, con $H = \mathcal{L} + G$.

4.1 Control de formación

El control de formación se caracteriza por los patrones geométricos que deben realizar un grupo de vehículos. La ley de control de consenso disparado por eventos bajo un esquema líder-seguidor (23) puede ser extendido a formación líder-seguidor. En el presente aporte, los seguidores deben moverse a lo largo de la trayectoria de un líder o una referencia mientras mantienen una forma deseada.

Sea Υ sea un conjunto relativo, de distancias deseadas entre agentes, es decir:

$$\Upsilon = \{\varrho_{ij} \in \mathbb{R} \mid \varrho_{ij} > 0, i, j = 1, \dots, N, i \neq j\} \quad (25)$$

con $\varrho_{ij} = \varrho_{ji}$ y donde se asume que Υ es una formación factible, es decir, hay puntos $\zeta_1, \dots, \zeta_N \in \mathbb{R}^4$ tal que:

$$\|\zeta_i - \zeta_j\| = \varrho_{ij} \quad (26)$$

El algoritmo de consenso es extendido al control de formación si la formación está representada por vectores de posición relativa de agentes vecinos. En el presente trabajo, la ley de control (23) se convierte en:

$$\bar{u}_i = K \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} (m_j - m_i) - (\zeta_j - \zeta_i) + g_i(\xi_0 - m_i) \right] \quad (27)$$

Tenga en cuenta que se requiere que los seguidores logren alcanzar una referencia con velocidad cero (similar al caso regulación), es decir, el segundo, el cuarto y el sexto componente de los vectores ζ_i , ζ_j deben ser cero i.e., $\zeta_{i_2} = \zeta_{i_4} = \zeta_{i_6} = \zeta_{j_2} = \zeta_{j_4} = \zeta_{j_6} = 0$ for all $i, j = 1, \dots, N$.

5. RESULTADOS

En esta sección, se verifica el algoritmo de control propuesto. Con el objetivo de probar y validar la eficiencia del la ley de control diseñada; se realizaron tanto un conjunto de simulaciones numéricas. Para las simulaciones el vehículo VANT considerado fue un mini-helicóptero de cuatro-rotores, modelados como (6)-(7).

Con la finalidad de ilustrar el algoritmo de control propuesto se realizaron simulaciones numéricas con VTOL de escala reducida; denominados *Crazyfly*.

Durante las pruebas realizadas se consideró que la interconexión entre los VANTs (agentes) hace referencia al grafo presentado en la figura 3. Donde la estructura empleada se refiere al enfoque líder-seguidor, puesto únicamente el agente 1 (VANT 1) recibe información del Líder.



Fig. 3. Grafo de interconexión entre agentes.

5.1 Resultados en simulación

Los resultados reportados fueron obtenidos mediante el software MATLAB/Simulink, donde se desarrollo tanto el modelo matemático de cada uno de los VANTs como la propuesta de control de consenso disparado por eventos. Para las simulaciones se consideraron 4 vehículos, además se definieron dos formaciones alrededor del consenso del líder para validar la ley de control propuesto, ver tabla 1.

Agente	Primera formación ($\zeta_{i_1}, \zeta_{i_2}, \zeta_{i_3}, \zeta_{i_4}, \zeta_{i_5}, \zeta_{i_6}$)	Segunda formación ($\zeta_{i_1}, \zeta_{i_2}, \zeta_{i_3}, \zeta_{i_4}, \zeta_{i_5}, \zeta_{i_6}$)
VANT 1	(2,0,2,0,1,0)	(0,0,0,0,1.5,0)
VANT 2	(-2,0,2,0,1,0)	(-4,0,0,0,1.5,0)
VANT 3	(-2,0,-2,0,1,0)	(-4,0,-4,0,1.5,0)
VANT 4	(2,0,-2,0,1,0)	(0,0,-4,0,1.5,0)

Tabla 1. Formaciones deseada para cada agente.

Para cada agente se establecieron condiciones iniciales diferente de cero, tanto en posición como en orientación, como se muestra en la tabla 2.

Los resultados obtenidos se presentan a modo de gráficas en las Figuras 4-6. En las cuales se muestra como los cuatro agentes alcanzan las dos formaciones deseadas.

Agente	$\xi_i(0)$	θ_0, ϕ_0, ψ_0
VANT 1	(2,0,3,0,0,0)	(2,2,-5)
VANT 2	(-1.5,0,1,0,0,0)	(10,-15,4)
VANT 3	(-1,0,-1.3,0,0,0)	(-5,10,-8)
VANT 4	(0.8,0,-1.3,0,0,0)	(-15 7 -2)

Tabla 2. Condiciones iniciales para cada agente.

Por un lado, la primer formación es alcanzada en su totalidad aproximadamente en el segundo 10. Por otro lado, la segunda formación es activada en el segundo 30 y alcanzada aproximadamente en el segundo 42. Otro camino para verificar la eficiencia del algoritmo de control, fue el ingreso de una perturbación en la posición del agente 1 en el segundo 61. En la Figura 4, se muestra la evolución de las posiciones de los 4 VANT alrededor del eje x . Se observa el comienzo de cada agentes desde sus condiciones iniciales, aproximadamente al segundo 10 han alcanzado la primera formación. La segunda formación es activada al segundo 30 y aproximadamente al segundo 42 ha sido alcanzada. La perturbación crea alteraciones en las posiciones de los agentes pero el control logra conducir a los vehículos a la formación.

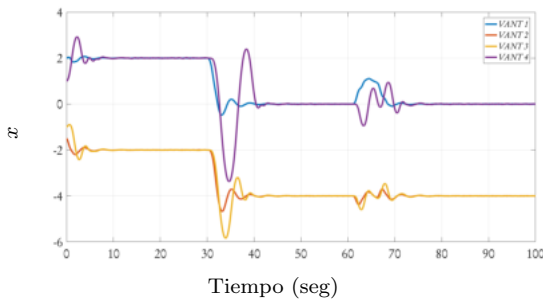


Fig. 4. Evolución de la posición en el eje x .

En la Figura 5, se muestra la evolución de las posiciones de los vehículos en el eje y . Los vehículos comienzan desde sus condiciones iniciales, aproximadamente al segundo 10 han alcanzado la primera formación, mientras la segunda formación se consigue aproximadamente al segundo 44. También se muestra la presencia y estabilización de la perturbación después del segundo 61.

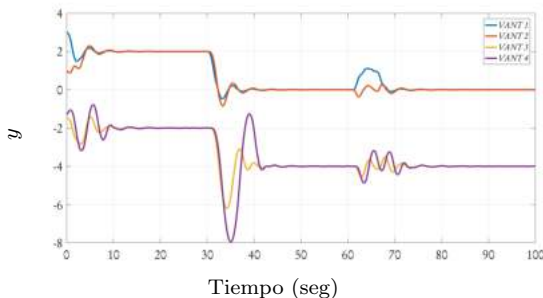


Fig. 5. Evolución de la posición en el eje y .

En la Figura 6, se presenta la evolución de los agentes en el eje z , el cual se refiere a la altura. Las formaciones deseadas tienen dos alturas: para la primera formación se desea mantener una altura de 1 metros, mientras que en la segunda es de 1.5 metros. Antes de la perturbación se mantiene la formación pero se eleva 0.5 metros para llegar a 2 metros. Se puede observar que tiene ligeras variaciones durante la perturbación.

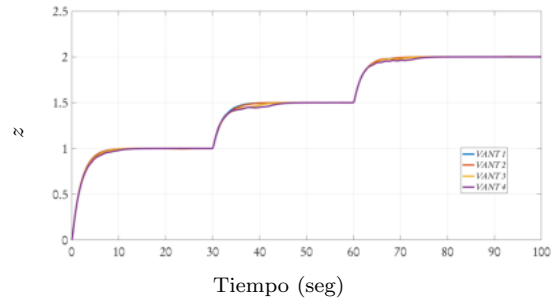


Fig. 6. Evolución de la posición en el eje z .

Se considera que un evento es generado cada ocasión que un agente transmite información a su vecino. En la Figura 7, se presenta la evolución de los eventos por cada agente. Considerando que se emplea un tiempo de muestreo de 0.01 segundos durante 100 segundos, entonces bajo un enfoque de tiempo continuo se tendrían que efectuar 10000 transmisiones por cada agente. Sin embargo, mediante el enfoque disparado por eventos nos permite reducir la tasa de transmisión: el agente uno transmitió 2072 veces, el agente 2 transmitió 2140 veces, el agente 3 transmitió 3169 veces y el agente 4 transmitió 4621 veces. Se puede observar que los mayores aumentos en la tasa de transmisión ocurrieron debido a los cambios de formación y a la perturbación.

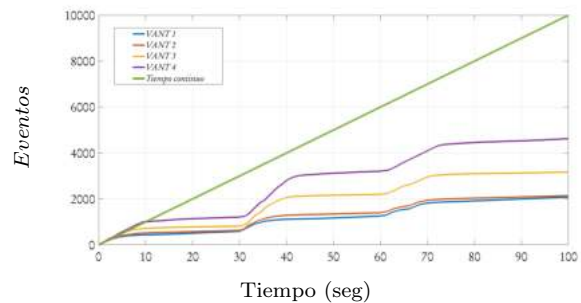


Fig. 7. Número de eventos.

En la Figura 8, se presenta la evolución de la posición en los cuatro vehículos VTOL alrededor de los ejes (x, y, z) . La trayectoria que muestran comienza desde las condiciones iniciales 2, posteriormente los VANTs son conducidos a la primera formación aproximadamente en el tiempo 10 segundos, después se alcanza la segunda formación aproximadamente en el tiempo 42, finalmente se mantiene la formación en los ejes (x, y) mientras se aumenta la altura a 2 metros; donde es inducida la perturbación.

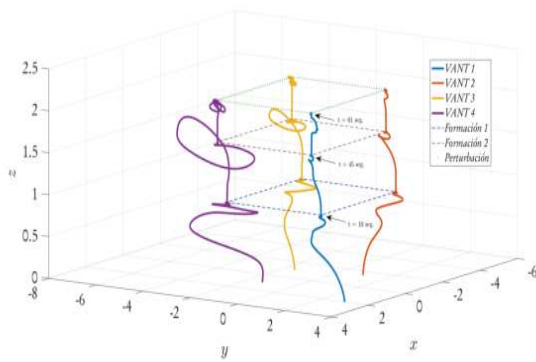


Fig. 8. Trayectoria de los VANTs.

6. CONCLUSIONES

El trabajo propone una estrategia de control colaborativo bajo un esquema líder seguidor, aplicado al problema de consenso y formación de múltiples VANTs tipo VTOL. Se validaron mediante simulaciones numéricas las estrategias de control desarrolladas: control de orientación y control de formación. La estrategia de control planteada, reduce la tasa de transmisiones entre agentes; demostrando su eficacia. Como trabajo a futuro se abordará la implementación de experimentos en tiempo real.

REFERENCIAS

- Ahmed, N., Cortes, J., and Martinez, S. (2016a). Distributed control and estimation of robotic vehicle networks: Overview of the special issue. *IEEE Control Systems*, 36(2), 36–40.
- Ahmed, N., Cortes, J., and Martinez, S. (2016b). Distributed control and estimation of robotic vehicle networks: Overview of the special issue-part II. *IEEE Control Systems*, 36(4), 18–21.
- Anta, A. and Tabuada, P. (2010). To sample or not to sample: Self-triggered control for nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55(9), 2030–2042.
- Årzén, K.E. (1999). A simple event-based PID controller. In *Preprints 14th World Congress of IFAC*. Beijing, P.R. China.
- Åström, K.J. and Bernhardsson, B. (2002). Comparison of riemann and lebesgue sampling for first order stochastic systems. In *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002*, volume 2, 2011–2016. IEEE.
- Du, H., Zhu, W., Wen, G., Duan, Z., and Lü, J. (2019). Distributed formation control of multiple quadrotor aircraft based on nonsmooth consensus algorithms. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 49(1), 342–353.
- Guerrero-Castellanos, J.F., Madrigal-Sastre, H., Durand, S., Marchand, N., Guerrero-Sánchez, W.F., and Salmerón, B.B. (2011). Design and implementation of an attitude and heading reference system (ahrs). In *2011 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*, 1–5. doi:10.1109/ICEEE.2011.6106610.
- Guerrero-Castellanos, J.F., Marchand, N., Hably, A., Lesecq, S., and Delamare, J. (2011). Bounded attitude control of rigid bodies: Real-time experimentation to a quadrotor mini-helicopter. *Control Engineering Practice*, 19(8), 790–797.
- Guinaldo, M., Sánchez, J., and Dormido, S. (2016). Distributed adaptive control of linear multi-agent systems with event-triggered communications. *Applied Mathematics and Computation*, 274, 195 – 207. doi:https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.10.090.
- Lewis, F.L., Zhang, H., Hengster-Movric, K., and Das, A. (2013). *Cooperative control of multi-agent systems: optimal and adaptive design approaches*. Springer Science & Business Media.
- Marchand, N., Durand, S., and Guerrero-Castellanos, J.F. (2013). A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 58(5), 1332–1337.
- Mazo Jr, M., Anta, A., and Tabuada, P. (2009). On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, 3767–3772. IEEE.
- Meissen, C., Klausen, K., Arcak, M., Fossen, T.I., and Packard, A. (2017). Passivity-based formation control for uavs with a suspended load. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 13150 – 13155. 20th IFAC World Congress.
- Nicotra, M.M., Garone, E., Naldi, R., and Marconi, L. (2014). Nested saturation control of an uav carrying a suspended load. In *2014 American Control Conference*, 3585–3590. doi:10.1109/ACC.2014.6859222.
- Peng, X., Guo, K., and Geng, Z. (2019). Full state tracking and formation control for under-actuated vtol uavs. *IEEE Access*, 7, 3755–3766.
- Ren, W. and Beard, R.W. (2008). *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control*. Springer.
- Sepulchre, R., Jankovic, M., and Kokotović, P.V. (1997). *Constructive Nonlinear Control*. Springer, London.
- Tabuada, P. (2007). Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 52(9), 1680–1685.
- Teel, A.R. (1992). Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *Systems Control Letters*, 18(3), 165 – 171. doi:https://doi.org/10.1016/0167-6911(92)90001-9.
- Thunberg, J., Goncalves, J., and Hu, X. (2016). Consensus and formation control on $se(3)$ for switching topologies. *Automatica*, 66, 109 – 121. doi:https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.12.035.
- Zavala, A., Fantoni, I., and Lozano, R. (2003). Global stabilization of a pvtol aircraft model with bounded inputs. *International Journal of Control*, 76(18), 1833–1844.