

Fusión de Sensores para Navegación Autónoma en Cuatrirrotores

A. Gómez-Casasola* H. Rodríguez-Cortés*

* *Sección de Mecatrónica, Departamento de Ingeniería Eléctrica,
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto
Politécnico Nacional CINVESTAV, Av. IPN 2508, Col. San Pedro
Zacatenco, Ciudad de México, México*

Abstract:

Este artículo propone un observador determinístico para fusionar la información de los acelerómetros y de un algoritmo de localización y mapeo simultáneo monocular. La fusión de estos sensores permite observar a la velocidad traslacional y al factor de escala de la posición en el plano Cartesiano. La posición y la velocidad traslacional son fundamentales para lograr que un cuatrirrotor navegue sin la ayuda de sensores externos, tales como el sistema de posicionamiento global o sistemas de cámaras infrarrojas. El observador se diseña siguiendo la metodología de Inmersión e Invarianza. Bajo suposiciones estándar se muestra convergencia asintótica local de los errores de observación. Por medio de simulaciones numéricas se evalúa el funcionamiento del observador propuesto.

Keywords: SLAM, cuatrirrotor, escala, estimador, velocidades.

1. INTRODUCCIÓN

Las aplicaciones de los vehículos aéreos se han incrementado exponencialmente en los últimos años, ver Gupte et al. (2012). Las aplicaciones recientes demandan que el vehículo aéreo tenga la capacidad para navegar de forma autónoma en un ambiente no estructurado, ver Zhou et al. (2017). Aunque los problemas de regulación, seguimiento de trayectorias y seguimiento de caminos han sido resueltos de forma adecuada, utilizando diferentes técnicas de control lineal o no lineal, su implementación aún se realiza mayoritariamente en ambientes controlados. Por ejemplo, ambientes en los que se dispone de un sistema de posicionamiento global diferencial o de un sistema de cámaras infrarrojas.

La principal limitación para lograr la navegación autónoma en un vehículo aéreo es la ausencia de un sensor abordo que pueda medir la posición y la velocidad traslacional, ver Valenti et al. (2014). La fusión de sensores surge como una alternativa con grandes posibilidades de éxito. La localización y mapeo simultáneos (SLAM), revisar Durrant-Whyte and Bailey (2006) para mayores detalles, es un algoritmo de visión computacional ampliamente utilizado en robótica para el posicionamiento espacial de robots o vehículos en ambientes donde está limitada la utilización de otros sistemas de posicionamiento tales como el sistema de posicionamiento global (GPS), ver Khairuddin et al. (2015). De hecho, el algoritmo SLAM proporciona la matriz homogénea, la cual contiene la orientación de la cámara así como su posición. Debido a la baja ve-

locidad de procesamiento del algoritmo SLAM, con un máximo de 30Hz, en vehículos aéreos se prefiere obtener la orientación a partir del Sistema de Referencia de Orientación y Rumbo, el cual puede entregar la orientación del vehículo hasta a una velocidad de 1000Hz. Sin embargo, la posición contenida en la matriz homogénea sí es utilizable para el propósito de navegación autónoma. En el caso de que el algoritmo SLAM procese imágenes de cámaras estereoscópicas o RGB-D, la posición tiene una escala real; sin embargo, cuando se utiliza una cámara monocular la posición que entrega SLAM está en una escala desconocida, la cual cambia cada vez que se reinicia el algoritmo. Es importante conocer el factor de escala para poder trasladar las mediciones de posición obtenidas por el SLAM a la escala real, así como para retroalimentarlas en controladores de posición.

En la literatura se han propuesto diferentes métodos para calcular el factor de escala, la mayoría dependientes de sensores ópticos o sistemas de visión externos como OptiTrack o Vicon. En el trabajo de Martinez-Carranza et al. (2015), el factor de escala se calcula como el cociente de una posición conocida, utilizando un sensor adicional y la posición que entrega SLAM. El factor de escala se calcula una sola vez ya que todos los experimentos subsecuentes se realizan en el mismo entorno, con las mismas condiciones iniciales, por lo que el factor de escala se mantiene prácticamente constante. En caso de que se quiera trabajar en diferentes entornos será necesario recalcularlo el factor de escala. En los trabajos de Lv et al. (2016) y Esrafilian and Taghirad (2016) se utiliza un

sensor láser y ultrasónico, respectivamente, para tener una medición de distancia real y compararla con la distancia proporcionada por el algoritmo SLAM. Este enfoque tiene la desventaja de que se necesita agregar un sensor extra (láser o ultrasónico) al sistema para calcular el factor de escala. Además, el factor de escala solamente se calcula en el eje donde está instalado el sensor, por lo que se asume igual en los otros dos ejes.

Con el objetivo de evitar el uso de sensores extras, en el trabajo de Nieto-Hernandez et al. (2019) se propone un estimador para el factor de escala, determinístico, basado en modelo; el cual requiere la orientación, las velocidades y aceleraciones traslacionales, y la posición calculada por el SLAM. El trabajo incluye simulaciones numéricas y pruebas experimentales para validar la teoría presentada. Un detalle a considerar en el estimador propuesto en Nieto-Hernandez et al. (2019) es que no existe un sensor que mida directamente la velocidad traslacional de un vehículo aéreo. Las velocidades traslacionales pueden obtenerse a partir de un sensor visual y un algoritmo de flujo óptico, ver Grabe et al. (2012), o a partir de la aceleración, como en Martin and Salaun (2010) y Leishman et al. (2014).

Después de una revisión sobre la información que mide un acelerómetro en un vehículo aéreo en vuelo, los trabajos de Martin and Salaun (2010) y Leishman et al. (2014) proponen observadores de orientación y de velocidad traslacional a partir de las mediciones de los acelerómetros. En el trabajo de Martin and Salaun (2010) se propone que los acelerómetros en el plano Cartesiano miden a la velocidad traslacional a partir de una constante particular que depende del aleo de las hélices del cuatrirrotor. En ambos trabajos se proponen observadores tipo Lu- enberger para observar la velocidad traslacional y la orientación del cuatrirrotor alrededor de los ejes Cartesianos. En el trabajo de Mahony et al. (2012) se presenta un estimador de velocidades en el plano horizontal también basado en el aleo de las hélices implementando un filtro complementario.

Este artículo es una continuación del trabajo de Nieto-Hernandez et al. (2019), proponiendo un observador determinístico basado en modelo para fusionar la información de los acelerómetros y de un algoritmo de localización y mapeo simultáneo monocular. La fusión de estos sensores permite observar a la velocidad traslacional y al factor de escala de la posición en el plano Cartesiano sin necesidad de agregar sensores extra al sistema y sin depender de las condiciones iniciales del entorno. La posición y la velocidad traslacional son fundamentales para lograr que un cuatrirrotor navegue sin la ayuda de sensores externos, tales como el sistema de posicionamiento global o sistemas de cámaras infrarrojas. El observador se diseña siguiendo la metodología de Inmersión e Invarianza (I&I) que es una técnica que permite definir errores de observación no lineales ofreciendo versatilidad en el diseño del observador. Bajo suposiciones estándar se muestra convergencia asintótica local

de los errores de observación. Por medio de simulaciones numéricas se evalúa el funcionamiento del observador propuesto.

Este artículo tiene la siguiente organización. En la Sección 2 se presenta el modelo del cuatrirrotor y los modelos de los sensores que se asumen disponibles. La Sección 3 establece el problema de observación y describe los desarrollos necesarios para diseñar al observador así como el estudio de sus propiedades de estabilidad. La Sección 4 muestra los resultados de simulación. Finalmente, la Sección 5 presenta conclusiones sobre este trabajo.

2. MODELO DINÁMICO DEL CUATRIRROTOR

Las siguientes ecuaciones describen el comportamiento dinámico de un cuatrirrotor, ver Corona-Sánchez and Rodríguez-Cortés (2013).

$$\begin{aligned} m\dot{V}^b &= -m\hat{\Omega}V^b + mgR^\top e_3 - T_T e_3 - \mu V_h \\ \dot{R} &= R\hat{\Omega} \\ J\dot{\Omega} &= -\hat{\Omega}J\Omega + M^b \end{aligned} \quad (1)$$

con m la masa del cuatrirrotor, $V^b = [u \ v \ w]^\top$ la velocidad traslacional en ejes cuerpo, $\Omega = [p \ q \ r]^\top$ la velocidad angular, g la aceleración debido a la gravedad, T_T el empuje total, μ un parámetro particular para cada cuatrirrotor introducido en Martin and Salaun (2010), $e_3 = [0 \ 0 \ 1]^\top$, $V_h = [u \ v \ 0]^\top$, J la matriz de inercias del cuatrirrotor, M^b los momentos aplicados, $\hat{\Omega}$ una matriz antisimétrica definida como

$$\hat{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

y R la matriz de rotación de ejes cuerpo a ejes inerciales representada como

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

En este trabajo se asume que se tiene acceso a los siguientes sensores.

Acelerómetro.

La reinterpretación de la medición de un acelerómetro abordado de un vehículo aéreo que realizaron los trabajos de Martin and Salaun (2010) y Leishman et al. (2014) permite establecer que un acelerómetro tiene información acerca de la velocidad traslacional del vehículo en los ejes Cartesianos.

$$y_1 = a_h = -\frac{\mu}{m}V \quad (3)$$

con y_1 la medición de los acelerómetros instalados en los ejes X^b y Y^b , esto es $a_h = [a_x \ a_y]^T$, y con $V = [u \ v]^T$.

Posición escalada.

Se asume que el vehículo tiene instalada una cámara monocular a partir de la cual se obtiene la posición del cuatrirrotor por medio de un algoritmo SLAM. Por lo tanto, se tiene acceso a

$$X_s = \begin{bmatrix} k_x x \\ k_y y \\ k_z z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \text{diag}(K_s)X$$

con X_s la medición de la posición que entrega el algoritmo SLAM, k_x , k_y y k_z los factores de escala en los ejes $X^i Y^i Z^i$. El operador $\text{diag}(A)$ representa una matriz diagonal cuyos elementos son los elementos del vector A . $K_s = [k_x \ k_y \ k_z]^T$ y X es la posición del cuatrirrotor en la escala real. Debido a que únicamente se utilizará el plano Cartesiano, tenemos

$$y_2 = \begin{bmatrix} k_x x \\ k_y y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \text{diag}(K)X_h \quad (4)$$

con $K = [k_x \ k_y]^T$ y $X_h = [x \ y]^T$.

Orientación y velocidad angular.

Se asume que el cuatrirrotor tiene instalado abordo un sistema de referencia de orientación y rumbo (AHRS). Por lo tanto, la orientación del cuatrirrotor representada por la matriz de rotación $y_3 = R$ es medible, así como su velocidad angular $y_4 = \Omega$.

Velocidad vertical.

El enfoque de estimación en este artículo se centra únicamente en la estimación de velocidades traslacionales y factor de escala en el plano Cartesiano (ejes x y y). Durante el diseño del observador resulta necesaria la medición de la velocidad vertical w . Esto se puede realizar midiendo la posición vertical por medio de un sensor láser, ultrasónico o equivalente y una derivada numérica, por lo tanto

$$y_5 = w \quad (5)$$

3. DISEÑO DEL ESTIMADOR

En esta Sección se presenta el diseño del observador para reconstruir la velocidad traslacional V y el factor de escala K en el plano Cartesiano a partir de las mediciones de aceleración, posición escalada, orientación y velocidad angular. El observador se diseña siguiendo la técnica de Inmersión e Invarianza propuesta en Astolfi et al. (2007).

El problema de observación puede plantearse en la forma siguiente. Asuma que se tiene acceso a las salidas y_i , $i = 1, \dots, 5$. Diseñar un sistema dinámico de la forma

$$\dot{\rho} = \alpha(\rho, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$$

con $\rho \in \mathbb{R}^4$, tal que existan dos funciones $\eta \in \mathbb{R}^2$ y $\xi \in \mathbb{R}^2$ que dependan de la información disponible y que asintóticamente reconstruyan a la velocidad traslacional V y al factor de escala K , esto es

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \eta(\rho, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) &= V \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \xi(\rho, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) &= K \end{aligned} \quad (6)$$

Estimador de velocidades.

A partir del modelo dinámico del cuatrirrotor descrito en la ecuación (1), se tiene

$$\dot{V}^b = -\hat{\Omega}V^b + gR^\top e_3 - \frac{T_T}{m}e_3 - \frac{\mu}{m}V_h \quad (7)$$

Se considera que las velocidades traslacionales y rotacionales son pequeñas, por lo tanto el término de Coriolis se desprecia, por lo tanto

$$\dot{V}^b = gR^\top e_3 - \frac{T_T}{m}e_3 - \frac{\mu}{m}V_h \quad (8)$$

En forma vectorial, la ecuación (8) se expresa como sigue

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_T/m \end{bmatrix} - \frac{\mu}{m} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Debido a que los acelerómetros no contienen información sobre la velocidad vertical, en los cálculos que siguen se considera el modelo siguiente

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \end{bmatrix} - \frac{\mu}{m} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R_v = \begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \end{bmatrix} \quad (11)$$

se tiene

$$\dot{V} = gR_v - \frac{\mu}{m}V \quad (12)$$

Considerando el modelo del acelerómetro (3)

$$\dot{V} = gR_v + y_1 \quad (13)$$

Para el diseño del estimador, se define el error de observación como

$$\tilde{V} = V - \hat{V} + \beta_v(\sigma) \quad (14)$$

donde

$$\dot{\sigma} = -\frac{\mu}{m}V \quad (15)$$

Obteniendo la dinámica del error

$$\dot{\tilde{V}} = \dot{V} - \dot{\hat{V}} + \frac{\partial \beta_v}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \quad (16)$$

Sustituyendo \dot{V} de (13), $\dot{\sigma}$ de (15) y V del error de estimación (14) se tiene

$$\dot{\hat{V}} = gR_v + y_1 - \dot{V} - \frac{\mu}{m} \frac{\partial \beta_v}{\partial \sigma} (\tilde{V} + \hat{V} - \beta_v) \quad (17)$$

Ahora se define a $\hat{\dot{V}}$ en términos de las señales conocidas, como

$$\hat{\dot{V}} = gR_v + y_1 - \frac{\mu}{m} \frac{\partial \beta_v}{\partial \sigma} (\hat{V} - \beta_v) \quad (18)$$

Al sustituir (18) en (17) se obtiene

$$\dot{\hat{V}} = -\frac{\mu}{m} \frac{\partial \beta_v}{\partial \sigma} \tilde{V} \quad (19)$$

La función $\beta_v(\sigma)$ se define para garantizar que el error de observación converja a cero, por lo tanto

$$\beta_v(\sigma) = \Gamma_v \sigma \quad (20)$$

donde

$$\Gamma_v = \begin{bmatrix} \gamma_{vx} & 0 \\ 0 & \gamma_{vy} \end{bmatrix} \quad (21)$$

es la ganancia del estimador.

De esta forma la dinámica del error de estimación queda como

$$\dot{\hat{V}} = -\frac{\mu}{m} \Gamma_v \tilde{V} \quad (22)$$

Por lo tanto

$$\eta = \hat{V} - \beta_v \quad (23)$$

Estimador del factor de escala

Considerando un observador de velocidades cuyo error de observación es (14), se tiene acceso a

$$V - \tilde{V} = \hat{V} - \beta_v = \eta \quad (24)$$

El error de estimación se define como

$$\tilde{K} = K - \hat{K} + \beta(y_2, \eta) \quad (25)$$

La derivada con respecto al tiempo del error de estimación es

$$\dot{\tilde{K}} = -\dot{\hat{K}} + \frac{\partial \beta}{\partial y_2} \dot{y}_2 + \frac{\partial \beta}{\partial \eta} \dot{\eta} \quad (26)$$

$\dot{\eta} = \dot{V} - \dot{\hat{V}}$ y $\dot{y}_2 = \text{diag}\{K\} \dot{X}_h$, por lo que es necesario definir \dot{X}_h . Para el caso tridimensional $\dot{X} = RV^b$, sin embargo, para el plano Cartesiano la relación correspondiente se obtiene como sigue. En forma vectorial, $\dot{X} = RV^b$ se expande como

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ur_{11} + vr_{12} + wr_{13} \\ ur_{21} + vr_{22} + wr_{23} \\ ur_{31} + vr_{32} + wr_{33} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Las velocidades en el plano Cartesiano son

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ur_{11} + vr_{12} + wr_{13} \\ ur_{21} + vr_{22} + wr_{23} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Ahora se busca una expresión en donde V aparezca explícitamente. La ecuación anterior puede reescribirse como

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + w \begin{bmatrix} r_{13} \\ r_{23} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Al sustituir V y \dot{X}_h se obtiene

$$\dot{X}_h = R_h V + w R_k \quad (30)$$

con

$$R_h = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$R_k = \begin{bmatrix} r_{13} \\ r_{23} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Es a partir de la expresión (30) que surge la necesidad de poder medir w , como se especificó en la Sección 2, ecuación (5).

$$\dot{y}_2 = \text{diag}\{K\}(R_h V + y_5 R_k) \quad (33)$$

Al sustituir \dot{y}_2 y $\dot{\eta}$ en (26), usando K , \dot{V} y $\hat{\dot{V}}$ de las ecuaciones (25), (13) y (22), respectivamente, se obtiene la expresión siguiente

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{K}} = & -\dot{\hat{K}} + \frac{\partial \beta}{\partial y} \text{diag}\{\tilde{K} + \hat{K} - \beta\}(R_h V + y_5 R_k) \\ & + \frac{\partial \beta}{\partial \eta} (gR_v + y_1 + \frac{\mu}{m} \Gamma_v \tilde{V}) \end{aligned} \quad (34)$$

Finalmente, al sustituir V de la ecuación (24), la dinámica del error de estimación del factor de escala queda como sigue

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{K}} = & -\dot{\hat{K}} + \frac{\partial \beta}{\partial y} \text{diag}\{\tilde{K} + \hat{K} - \beta\}(R_h(\eta + \tilde{V}) + y_5 R_k) \\ & + \frac{\partial \beta}{\partial \eta} (gR_v + y_1 + \frac{\mu}{m} \Gamma_v \tilde{V}) \end{aligned} \quad (35)$$

A partir de la ecuación (35) se define la dinámica de los estados del estimador en función de las señales conocidas. En este caso, se tiene

$$\dot{\tilde{K}} = \frac{\partial \beta}{\partial y} \text{diag}\{\hat{K} - \beta\}(R_h \eta + y_5 R_k) + \frac{\partial \beta}{\partial \eta} (gR_v + y_1) \quad (36)$$

Al sustituir $\dot{\tilde{K}}$, la dinámica del error queda como

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{K}} = & \frac{\partial \beta}{\partial y} [\text{diag}\{\tilde{K}\}(R_h \eta + y_5 R_k) + \text{diag}\{\tilde{K} + \hat{K} - \beta\} R_h \tilde{V}] \\ & + \frac{\partial \beta}{\partial \eta} (\frac{\mu}{m} \Gamma_v \tilde{V}) \end{aligned} \quad (37)$$

Nuevamente, la función $\beta(y_2, \eta)$ se define para garantizar que el error de observación converja a cero. Por lo tanto

$$\beta(y_2, \eta) = -\Gamma_k \text{diag}\{y_2\}(R_h \eta + y_5 R_k) \quad (38)$$

donde

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} \gamma_{kx} & 0 \\ 0 & \gamma_{ky} \end{bmatrix} \quad (39)$$

es la ganancia del estimador.

Haciendo la sustitución de $\eta = V - \tilde{V}$, y considerando \dot{X}_h de la ecuación (30), se tiene

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{K}} &= -\Gamma_k \text{diag}\{\dot{X}_h\} \text{diag}\{\dot{X}_h\} \tilde{K} \\ &+ \Gamma_k [\text{diag}\{\dot{X}_h\} \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} + \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{\dot{X}_h\} \\ &- \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{R_h \tilde{V}\}] \tilde{K} \\ &- \Gamma_k [\text{diag}\{\dot{X}_h - R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{K\} R_h \\ &- \frac{\mu}{m} \text{diag}\{y_2\} R_h \Gamma_v] \tilde{V} \end{aligned} \quad (40)$$

Finalmente

$$\xi = \hat{K} - \beta \quad (41)$$

Se establecen las siguientes Suposiciones.

Suposición 1 La siguiente identidad se mantiene

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \text{diag}\{\dot{X}_h(\tau)\} \text{diag}\{\dot{X}_h(\tau)\} d\tau = \infty$$

Suposición 2 Existen las entradas de control T_T y M^b que regulan la velocidad traslacional y el ángulo de guiñada a las referencias deseadas.

La siguiente Proposición resume el resultado principal de este trabajo.

Proposición 1 Bajo las Suposiciones 1 y 2, existen ganancias Γ_v y Γ_k tales que los sistemas dinámicos (18) y (36) son localmente un observador para la velocidad traslacional en el plano Cartesiano y un estimador del factor de escala, respectivamente. La velocidad traslacional y el factor de escala son reconstruidos en (23) y (41).

Prueba Considere la siguiente función de Lyapunov

$$V_v = \frac{1}{2} \tilde{V}^\top \tilde{V}$$

Su derivada con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de (22) es

$$\dot{V}_v = -\frac{\mu}{m} \tilde{V}^\top \tilde{V}$$

por lo tanto, el error de observación converge a cero exponencialmente. Notar que si se considera que \tilde{V} es igual a cero en la dinámica del error de estimación (40), se tiene

$$\dot{\tilde{K}} = -\Gamma_k \text{diag}\{\dot{X}_h\} \text{diag}\{\dot{X}_h\} \tilde{K}$$

Por lo tanto, se puede considerar la siguiente función de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} \tilde{K}^\top \tilde{K}$$

cuya derivada con respecto al tiempo es

$$\dot{V}_k = -\Gamma_k \tilde{K}^\top \text{diag}\{\dot{X}_h\} \text{diag}\{\dot{X}_h\} \tilde{K}$$

Al considerar la Suposición 1, se puede concluir que el error de estimación converge asintóticamente a cero. Para completar la prueba, se mostrará que el término de interconexión

$$\begin{aligned} \Psi &= \Gamma_k [\text{diag}\{\dot{X}_h\} \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} + \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{\dot{X}_h\} \\ &- \text{diag}\{R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{R_h \tilde{V}\}] \tilde{K} \\ &- \Gamma_k [\text{diag}\{\dot{X}_h - R_h \tilde{V}\} \text{diag}\{K\} R_h \\ &- \frac{\mu}{m} \text{diag}\{y_2\} R_h \Gamma_v] \tilde{V} \end{aligned}$$

satisface las condiciones de la Proposición 4.11 de Sepulchre et al. (1997). La Suposición 2 implica que existen constantes positivas κ_i , $i = 0, \dots, 5$ tales que $\|\dot{X}_h\| \leq \kappa_0$, $\|R_h\| \leq \kappa_1$, $\|y_2\| \leq \kappa_2$, $\|\Gamma_k\| \leq \kappa_3$, $\|K\| \leq \kappa_4$, $\|\Gamma_v\| \leq \kappa_5$; como consecuencia

$$\begin{aligned} \|\Psi\| &\leq \kappa_3 (2\kappa_0 \kappa_1 \|\tilde{V}\| + \kappa_1^2 \|\tilde{V}\|^2) \|\tilde{K}\| \\ &+ \kappa_3 ((\kappa_0 + \kappa_1 \|\tilde{V}\|) \kappa_4 \kappa_1 + \frac{\mu}{m} \kappa_2 \kappa_1 \kappa_5) \|\tilde{V}\| \end{aligned}$$

Esto implica que la suposición 4.5 de Sepulchre et al. (1997) se satisface, como resultado el sistema en cascada (22) y (40) es localmente asintóticamente estable.

4. SIMULACIÓN

Se diseñó un programa en Simulink que simula un cuatrirrotor haciendo el seguimiento de una trayectoria circular con un controlador de posición y orientación no lineal. De esta simulación se tiene acceso a todos los parámetros necesarios para los estimadores y_i , $i = 1, \dots, 5$. Se calculan las dinámicas de los estimadores (18) y (36), y se les aplica una integración numérica para obtener \hat{V} y \hat{K} . Se calculan β_v y β y se sustituyen en (23) y (41) para obtener η y ξ , los cuales convergen a las estimaciones de velocidad traslacional V y factor de escala K , respectivamente, como se especificó en (6).

Para el estimador de velocidades se utilizaron las condiciones iniciales $u(0) = 0.2$ y $v(0) = -0.2$, $\hat{V}(0) = [0 \ 0]^T$ y ganancias $\gamma_{vx} = 7$ y $\gamma_{vy} = 7$. Para el caso del estimador del parámetro K se escogieron como valores reales $k_x = 0.3$ y $k_y = 0.2$, con condiciones iniciales $\hat{K}(0) = [0 \ 0]^T$ y ganancias $\gamma_{kx} = 8$ y $\gamma_{ky} = 8$.

En la Fig. 1 y Fig. 2 se muestran los errores de estimación de \tilde{V} y \tilde{K} , respectivamente; en color rojo el eje x y en azul el y . De estas gráficas se puede observar que ambos errores convergen a cero. Además, se observa que \tilde{V} converge a cero antes que \tilde{K} , lo que deja en evidencia la interconexión en cascada del error de observación y el error de estimación.

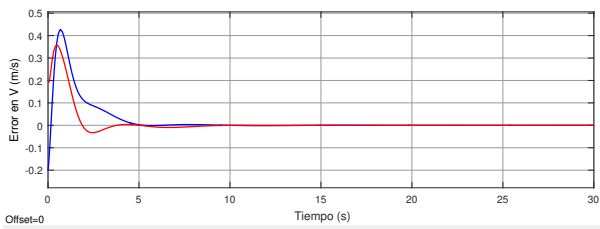


Fig. 1. Error de estimación de velocidades traslacionales

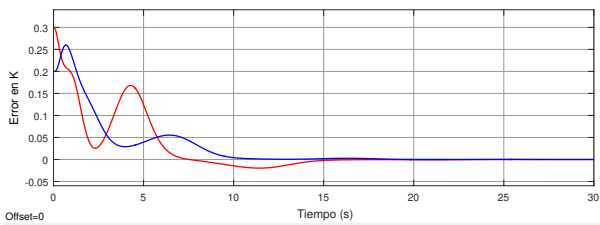


Fig. 2. Error de estimación del factor de escala

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un estimador determinístico basado en modelo del factor de escala para un algoritmo SLAM monocular en fusión con un estimador de velocidades traslacionales. Por medio de este estimador se pueden calcular las posiciones y velocidades reales de un cuatrirrotor, necesarias para aplicaciones como navegación autónoma, sin la necesidad de agregar sensores extra al sistema y considerando cualquier entorno, a diferencia de trabajos presentados anteriormente.

En futuros trabajos se hará una implementación de este estimador en un cuatrirrotor real como un método adicional de validación a la teoría propuesta, la extensión del estimador al eje vertical, así como un algoritmo de navegación completo utilizando la metodología presentada.

REFERENCES

- Astolfi, A., Karagiannis, D., and Ortega, R. (2007). *Non-linear and adaptive control with applications*. Springer Science & Business Media.
- Corona-Sánchez, J.J. and Rodríguez-Cortés, H. (2013). Trajectory tracking control for a rotary wing vehicle powered by four rotors. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70(1), 39–50. doi:10.1007/s10846-012-9760-z. URL <https://doi.org/10.1007/s10846-012-9760-z>.
- Durrant-Whyte, H. and Bailey, T. (2006). Simultaneous localization and mapping: part i. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 13(2), 99–110. doi:10.1109/MRA.2006.1638022.
- Esfahlian, O. and Taghirad, H.D. (2016). Autonomous flight and obstacle avoidance of a quadrotor by monocular slam. In *2016 4th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)*, 240–245. doi:10.1109/ICRoM.2016.7886853.
- Grabe, V., Bühlhoff, H.H., and Giordano, P.R. (2012). On-board velocity estimation and closed-loop control of a quadrotor uav based on optical flow. In *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 491–497. IEEE.
- Gupte, S., Paul Infant Teenu Mohandas, and Conrad, J.M. (2012). A survey of quadrotor unmanned aerial vehicles. In *2012 Proceedings of IEEE Southeastcon*, 1–6. doi:10.1109/SECon.2012.6196930.
- Khairuddin, A.R., Talib, M.S., and Haron, H. (2015). Review on simultaneous localization and mapping (slam). In *2015 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering (ICCSCE)*, 85–90. doi:10.1109/ICCSCE.2015.7482163.
- Leishman, R.C., Macdonald, J.C., Beard, R.W., and McLain, T.W. (2014). Quadrotors and accelerometers: State estimation with an improved dynamic model. *IEEE Control Systems Magazine*, 34(1), 28–41. doi:10.1109/MCS.2013.2287362.
- Lv, Q., Ma, J., Wang, G., and Lin, H. (2016). Absolute scale estimation of orb-slam algorithm based on laser ranging. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, 10279–10283. doi:10.1109/ChiCC.2016.7554983.
- Mahony, R., Kumar, V., and Corke, P. (2012). Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor. *IEEE robotics & automation magazine*, 19(3), 20–32.
- Martin, P. and Salaun, E. (2010). The true role of accelerometer feedback in quadrotor control. In *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1623–1629. doi:10.1109/ROBOT.2010.5509980.
- Martinez-Carranza, J., Loewen, N., Marquez, F., Garcia, E.O., and Mayol-Cuevas, W. (2015). Towards autonomous flight of micro aerial vehicles using orb-slam. In *2015 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS)*, 241–248. doi:10.1109/RED-UAS.2015.7441013.
- Nieto-Hernandez, L., Gomez-Casasola, A.A., and Rodriguez-Cortes, H. (2019). Monocular slam position scale estimation for quadrotor autonomous navigation. In *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 1359–1364. doi:10.1109/ICUAS.2019.8797951.
- Sepulchre, R., Jankovic, M., and Kokotovic, P. (1997). *Constructive Nonlinear Control*. Communications and control engineering. Springer-Verlag London.
- Valenti, R.G., Dryanovski, I., Jaramillo, C., Strom, D.P., and Xiao, J. (2014). Autonomous quadrotor flight using onboard rgb-d visual odometry. In *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 5233–5238. doi:10.1109/ICRA.2014.6907628.
- Zhou, Z., Li, Y., Zhang, J., and Rizos, C. (2017). Integrated navigation system for a low-cost quadrotor aerial vehicle in the presence of rotor influences. *Journal of Surveying Engineering*, 143(1), 05016006. doi:10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000194.