

Seguimiento de Trayectoria de un Vehículo *AutoNOMO*

Adonai Rosas-Vilchis* Alejandra Ferreira de Loza**
 Luis T. Aguilar***

* Universidad Tecnológica de Tijuana
 (e-mail: adonai.rosas@uttijuana.edu).

** Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, Instituto Politécnico
 Nacional, Avenida Instituto Politécnico Nacional 1310 Col. Nueva
 Tijuana, Tijuana, B.C., 22435 (e-mail: dferreira@citedi.mx).

*** Instituto Politécnico Nacional, Avenida Instituto Politécnico
 Nacional 1310 Col. Nueva Tijuana, Tijuana, B.C., 22435 (e-mail:
 laguilarb@ipn.mx).

Resumen: Se presenta el problema del control de seguimiento de trayectoria para un vehículo *AutoNOMO*. El planteamiento del problema es similar al control de seguimiento de un robot no holonómico tipo automóvil, se considera el modelo cinemático del vehículo. Para el diseño del controlador, primero se explota una transformación local para llevar al sistema a una forma en cadena. Luego, la dinámica del error de seguimiento se transforma en una forma tipo triangular. De esta manera, el sistema se puede dividir en dos subsistemas interconectados. Se propone un controlador de tiempo finito homogéneo para estabilizar la coordenada cartesiana x . En consecuencia, los efectos de x quedan desacoplados de la dinámica restante. Posteriormente, la metodología de backstepping se utiliza para estabilizar las coordenadas restantes. La estabilidad del sistema en lazo cerrado se analiza utilizando la teoría de Lyapunov. Simulaciones y experimentos ilustran la viabilidad del enfoque propuesto.

Palabras clave: Vehículo autónomo, robot móvil, control *backstepping*, control en tiempo finito, controlador homogéneo

1. INTRODUCCIÓN

Los vehículos autónomos (sin conductor) son sistemas complejos capaces de detectar el medio ambiente y tomar decisiones para moverse sin la intervención humana. Un automóvil autónomo debe operar en diversas condiciones ambientales garantizando la seguridad de los pasajeros y peatones. Antes de que los vehículos autónomos se vuelvan completamente funcionales, es necesario un trabajo intensivo de investigación y una gran cantidad de pruebas. En este contexto, es habitual el uso de vehículos autónomos a escala para verificación (Berntorp et al., 2018). Los vehículos a escala son una herramienta útil para encontrar cualquier inconveniente en el sensado y los lazos de control involucrados antes de implementar los algoritmos en un vehículo de talla normal. El vehículo autónomo en estudio, denominado *AutoNOMO*, fue donado por la Universidad Libre de Berlín con fines de investigación y educación (Universidad Libre de Berlín, 2019).

El *AutoNOMO* puede analizarse como un robot móvil similar a un automóvil (i.e., *car-like robot*). Asimismo, en términos de cinemática, sensado y habilidades de com-

putación el *AutoNOMO* es comparable a un vehículo autónomo de talla normal (ver Fig. 1). El *AutoNOMO* posee todos los sensores disponibles en un vehículo autónomo de talla normal, es decir: un escáner láser giratorio RPLIDAR, acelerómetros y giroscopios, codificadores, cámaras y un GPS interior (cámara de ojo de pez). Para mayores detalles consulte Universidad Libre de Berlín (2019).



Fig. 1. Vehículo *AutoNOMO*.

Los robots de tipo automóvil, como el *AutoNOMO*, son sistemas no lineales subactuados y con restricciones no holonómicas. Por simplicidad, el diseño de control para tales sistemas complejos se maneja comúnmente utilizando modelos cinemáticos. Dicha simplificación es válida siempre y cuando el vehículo cumpla el supuesto de rodar sin deslizarse. La literatura describe una gran diversidad de métodos para controlar robots móviles. En de Luca et al. (1998) se exponen diversos enfoques de control los cuales requieren transformar el modelo cinemático a la llamada forma de cadena. A su vez, existen otros enfoques de control que demandan transformaciones adicionales, por ejemplo (Jiang and Nijmeier, 1999).

Los enfoques variantes en el tiempo como los de de Luca et al. (1998) y Jiang y Nijmeier (1999) dan como resultado una convergencia lenta a la trayectoria deseada. Alternativamente, los enfoques de tiempo finito no solo convergen más rápido sino que también proporcionan un diseño más simple (Guldner y Utkin 1994; Michalek y Kozłowski 2011). Alternativamente, se han explotado métodos de control predictivo del modelo (MPC) (consulte Nascimento et al. (2018) y sus referencias). Sin embargo, la carga computacional de las estrategias de MPC puede ser una limitación en las aplicaciones prácticas.

Este artículo trata el problema de seguimiento de trayectoria del vehículo *AutoNOMO*. La estrategia de control explota el modelo cinemático del vehículo. Primeramente se transforma el sistema en una forma tipo triangular para posteriormente proponer un enfoque de control de desacoplamiento. La clave de la estrategia propuesta es la estabilización en tiempo finito de las coordenadas cartesianas x . Como resultado, su efecto se desvanece en las dinámicas restantes. Por lo tanto, las entradas de control pueden diseñarse de manera independiente, simplificando de esta manera la síntesis del controlador. La estrategia propuesta, inspirada en Jiang y Nijmeier (1999), resulta en un diseño más sencillo al tiempo que mejora el desempeño pues provee una tasa de convergencia más rápida que otros controladores. El análisis de Lyapunov proporciona información para garantizar la estabilidad asintótica bajo condiciones iniciales cercanas a la trayectoria deseada.

Organización del Artículo. En la sección 2 se introduce el modelo cinemático y se define el enunciado del problema. En la sección 3 se diseña el controlador y se hace el análisis de estabilidad del sistema de lazo cerrado. En la sección 4 se presentan resultados de simulación y experimentales usando el vehículo *AutoNOMO*. Finalmente, en la sección 5 se ofrecen las conclusiones.

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El modelo cinemático de un vehículo, tomado de Murray y Sastry (1993), viene dado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos(\theta), & \dot{y} &= v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{\ell} \tan(\varphi), & \dot{\varphi} &= u \end{aligned} \quad (1)$$

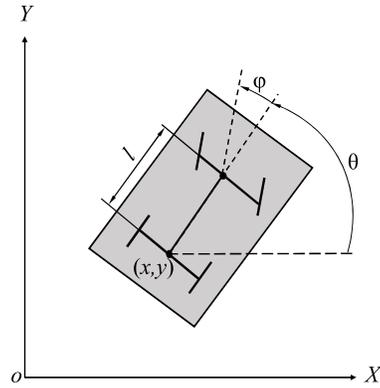


Fig. 2. Modelo cinemático del vehículo.

donde $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ son las coordenadas cartesianas (véase Fig. 2), $\theta \in \mathbb{R}$ es el ángulo de orientación con respecto al eje X y $\varphi \in \mathbb{R}$ es el ángulo de dirección, $v \in \mathbb{R}$ y $u \in \mathbb{R}$ son las entradas de control, v corresponde a la velocidad lineal y u es la velocidad de dirección, ℓ es la distancia entre las llantas frontales y las posteriores. En este trabajo se asume que todas las variables de salida se pueden medir.

El vehículo *AutoNOMO* en particular, tiene una restricción en el ángulo de rotación de dirección debido a limitantes mecánicas, es decir, $|\varphi| \leq \bar{\varphi}$ con $\bar{\varphi} \approx 0.66$ rad. Además, las velocidades lineales y de la dirección son acotadas, es decir, existen constantes positivas \bar{v} y \bar{u} tales que $|v| \leq \bar{v}$ y $|u| \leq \bar{u}$.

Con el fin de resolver el problema de seguimiento de trayectorias, primero se transforma el modelo cinemático (1) en la forma de cadena.

Considérese el siguiente cambio de coordenadas (de Luca et al., 1998)

$$x_1 = x, \quad x_2 = \frac{1}{\ell} \frac{\tan(\varphi)}{\cos(\theta)}, \quad x_3 = \tan(\theta), \quad x_4 = y, \quad (2)$$

con las transformaciones de entrada

$$u_1 = \frac{v}{\cos(\theta)}; \quad u_2 = -3 \frac{\sin(\theta) \sin^2(\varphi)}{\ell \cos^2(\theta)} v + \ell \cos^3(\theta) \cos^2(\varphi) u. \quad (3)$$

Nótese que con las transformaciones de estado (2) y de entrada (3) se excluye la orientación $\theta = \pi/2 \pm \kappa\pi$, con $\kappa \in \mathbb{N}$. En consecuencia, solo ciertas trayectorias se pueden seguir. Por lo tanto, se hace la siguiente suposición.

A1. El ángulo de orientación está limitado a moverse en $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$.

Por lo tanto, aplicando (2)–(3) al sistema (1) se llega a

$$\dot{x}_1 = u_1, \quad \dot{x}_2 = u_2, \quad \dot{x}_3 = x_2 u_1, \quad \dot{x}_4 = x_3 u_1. \quad (4)$$

La principal ventaja de la forma en cadena (4) sobre (1) es que el sistema presenta una estructura potencialmente lineal. Este hecho se hace evidente cuando la variable u_1 , que se refiere a la velocidad del vehículo hacia adelante, se considera como un parámetro que varía en el tiempo

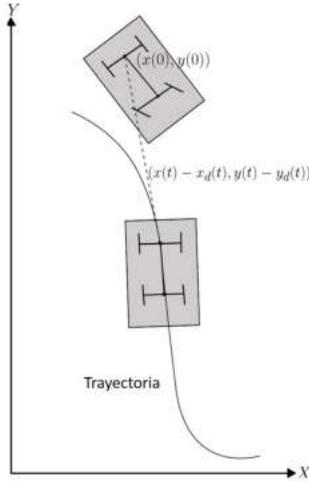


Fig. 3. Motivación: Seguimiento de trayectoria de un vehículo.

en lugar de una entrada de control. Sin embargo, el seguimiento de una trayectoria requiere que ambas entradas de control estén disponibles, por lo que no podemos ignorar u_1 .

El objetivo es que el *AutoNOMO* siga una trayectoria suave predefinida dada en términos de su posición cartesiana, es decir

$$x = x_d, \quad y = y_d, \quad \forall t \geq 0. \quad (5)$$

donde $x_d, y_d \in \mathbb{R}$ son funciones suaves que representan la trayectoria deseada. La Figura 3 ilustra el objetivo de control deseado.

Un punto crítico es encontrar una trayectoria factible; es decir, una trayectoria generada a partir de la evolución de un vehículo de referencia no holonómico. Por lo tanto se propone el siguiente sistema de referencia:

$$\dot{x}_1^d = u_1^d, \quad \dot{x}_2^d = u_2^d, \quad \dot{x}_3^d = x_2^d u_1^d, \quad \dot{x}_4^d = x_3^d u_1^d, \quad (6)$$

donde $x_1^d, \dots, x_4^d \in \mathbb{R}$ denotan las coordenadas deseadas mientras que $u_1^d, u_2^d \in \mathbb{R}$ denotan las entradas de control de referencia.

Ahora, definiendo $\tilde{x}_i = x_i - x_i^d$ con $i \in 1, \dots, 4$ como los errores de seguimiento de las coordenadas y $\tilde{u}_j = u_j - u_j^d$ con $j \in 1, 2$ como las nuevas entradas se tiene la dinámica del error como

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{u}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= \tilde{u}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{x}_2 u_1^d + x_2 \tilde{u}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_4 &= \tilde{x}_3 u_1^d + x_3 \tilde{u}_1. \end{aligned} \quad (7)$$

El *objetivo de control* es que el sistema (1) siga la trayectoria deseada generada por (6). De manera equivalente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{x}_i(t)| \rightarrow 0, \quad (8)$$

con $i \in 1, \dots, 4$. Las variables \tilde{x}_i se asumen disponibles.

Ahora, se propone una transformación de coordenadas para llevar al sistema (7) a una forma tipo triangular. De

esta manera, la síntesis de los controladores \tilde{u}_1 y \tilde{u}_2 para llevar la dinámica del error a cero en (7) se convierte en el control de dos subsistemas independientes.

Considérese el siguiente cambio de coordenadas (Jiang y Nijmeier, 1999)

$$\begin{aligned} z_1 &= \tilde{x}_4 - (\tilde{x}_3 + x_3^d) \tilde{x}_1 & z_3 &= \tilde{x}_2 \\ z_2 &= \tilde{x}_3 - (\tilde{x}_2 + x_2^d) \tilde{x}_1 & z_4 &= \tilde{x}_1. \end{aligned} \quad (9)$$

Diferenciando (9) y considerando (6) y (7) se llega a

$$\dot{z}_1 = u_1^d z_2 - x_2 \tilde{u}_1 z_4 \quad (10)$$

$$\dot{z}_2 = u_1^d z_3 - u_2 z_4 \quad (11)$$

$$\dot{z}_3 = \tilde{u}_2 \quad (12)$$

$$\dot{z}_4 = \tilde{u}_1. \quad (13)$$

La variable de referencia u_1^d satisface la siguiente suposición.

A2. La señal de referencia u_1^d es positiva para todo instante de tiempo, es decir,

$$u_1^d(t) > 0, \quad \forall t \geq 0. \quad (14)$$

El supuesto mencionado anteriormente implica que la velocidad deseada del vehículo es diferente de cero, por tanto, en lo subsiguiente se considera que el vehículo sólo avanza hacia adelante.

Vale la pena señalar que el sistema (10)–(13) se puede dividir en dos subsistemas: (10)–(12) y (13). Claramente, el subsistema (13) puede ser llevado de manera independiente al origen a través de \tilde{u}_1 . Por otro lado, asumiendo $z_4 = 0$, el diseño del controlador \tilde{u}_2 para estabilizar la dinámica restante (10)–(12) se resuelve de manera directa usando *backstepping*.

3. SÍNTESIS DE CONTROLADOR

Iniciemos con el subsistema (13). Se propone el siguiente controlador homogéneo (Cruz-Zavala y Moreno, 2014)

$$\tilde{u}_1 = -k_4 |z_4|^{1/2} \text{sign}(z_4) \quad (15)$$

donde $k_4 > 0$. Proponiendo la función tipo candidata de Lyapunov $V_4 = |z_4|$ y diferenciando a lo largo de la trayectoria del subsistema (13) se llega a

$$\dot{V}_4 = -k_4 |z_4|^{1/2}. \quad (16)$$

Por lo tanto, $z_4 \equiv 0$ en tiempo finito dado por $t_f \geq 2\sqrt{|z_4(0)|}/k_4$, (cf. Sánchez y Moreno, 2015).

Ahora, procederemos a diseñar \tilde{u}_2 para estabilizar el subsistema (10)–(12) siguiendo un procedimiento recursivo (consulte Jiang y Nijmeier 1999 para detalles). En este contexto, las variables u_1^d y z_4 se consideran funciones variables en el tiempo. De modo que, cuando $z_4 \equiv 0$, el subsistema (10)–(12) da como resultado una estructura de control de retroalimentación estricta. Por lo tanto, el diseño de \tilde{u}_2 incluirá un método similar al de *backstepping* (Krstic et al., 1995). En consecuencia, \tilde{u}_2 se calculará a través de los siguientes tres pasos.

Paso 1: Sea $z_2 := \phi_1(z_1)$ considerada como un control ficticio para z_1 . Definiendo $\sigma_1 := z_1$ y diseñando

$$\phi_1(\sigma_1) = -k_1\sigma_1 \quad (17)$$

con la ganancia $k_1 > 0$. Proponiendo la función candidata de Lyapunov $V_1 = \sigma_1^2/2$. Diferenciando a lo largo de las trayectorias (10) y debido a (17), se llega a

$$\dot{V}_1 = -u_1^d k_1 \sigma_1^2 - x_2 \tilde{u}_1 z_4 \sigma_1. \quad (18)$$

Bajo el supuesto A2, $\sigma_1 \rightarrow 0$ si y solo si σ_1 se encuentra dentro del conjunto $\mathcal{S} = \{z \in \mathbb{R}^4 : z_4 \equiv 0\}$.

Ahora, considérese la variable auxiliar $\sigma_2 := z_2 - \phi_1(\sigma_1)$. Diferenciando σ_2 a lo largo del tiempo y tomando en consideración (10), (11) y (17), se llega al siguiente sistema auxiliar

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1 &= -u_1^d k_1 \sigma_1 + u_1^d \sigma_2 + f_1(t) z_4 \\ \dot{\sigma}_2 &= -u_1^d k_1^2 \sigma_1 + u_1^d k_1 \sigma_2 + u_1^d z_3 + f_2(t) z_4 \end{aligned} \quad (19)$$

donde $f_1(t) := -x_2 \tilde{u}_1$ y $f_2(t) := -u_2 + k_1 f_1(t)$ son consideradas como funciones que varían con el tiempo.

Paso 2: Sea $z_3 := \phi_2(\sigma_1, \sigma_2)$ un control ficticio para (19), llegando a

$$\phi_2(\sigma_1, \sigma_2) = (k_1^2 - 1)\sigma_1 - (k_1 + k_2)\sigma_2 \quad (20)$$

con $k_2 > 0$.

Se propone $V_2 = V_1 + \sigma_2^2/2$ como función candidata de Lyapunov. Diferenciando V_2 a lo largo de la solución de (19)–(20) se llega a

$$\dot{V}_2 = -u_1^d k_1 \sigma_1^2 - u_1^d k_2 \sigma_2^2 + (\sigma_1 f_1(t) + \sigma_2 f_2(t)) z_4. \quad (21)$$

Por lo tanto, cuando $z_4 \equiv 0$ y bajo A2, $\sigma_1, \sigma_2 \rightarrow 0$.

Ahora, considérese la variable auxiliar $\sigma_3 := z_3 - \phi_2(\sigma_1, \sigma_2)$. Diferenciando σ_3 y considerando (12) y (19), se llega a

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -u_1^d z_2 + f_1(t) z_4 \\ \dot{z}_2 &= \phi_2 + u_1^d \sigma_3 + f_2(t) z_4 \\ \dot{\sigma}_3 &= -\sum_{i=1}^2 \frac{\partial \phi_2}{\partial \sigma_i} \dot{\sigma}_i + \tilde{u}_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Paso 3: Finalmente, el controlador \tilde{u}_2 puede ser diseñado como

$$\tilde{u}_2 = -u_1^d [k_3 \sigma_3 + \sigma_2 + k_1 (k_1^2 - 1) z_2 - (k_1 + k_2) \phi_2] \quad (23)$$

donde $k_3 > 0$.

Se propone $V_3 = V_1 + V_2 + \sigma_3^2/2$ como función candidata de Lyapunov. Diferenciando V_3 con respecto al tiempo a lo largo de la solución de (22)–(23), resulta en

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -u_1^d (k_1 \sigma_1^2 + k_2 \sigma_2^2 + k_3 \sigma_3^2) \\ &\quad + z_4 (\sigma_1 f_1(t) + \sigma_2 f_2(t) + \sigma_3 f_3(t)) \end{aligned} \quad (24)$$

donde $f_3(t) = (k_1^2 - 1)f_1(t) - (k_1 + k_2)u_2$. Definiendo $\sigma := [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]^T$, $K := \text{diag}(k_1, k_2, k_3)$, $F(t) := [f_1(t) \ f_2(t) \ f_3(t)]^T$, entonces la ecuación (24) se puede reescribir como

$$\dot{V}_3 = -u_1^d \sigma^T K \sigma + z_4 \sigma^T F(t). \quad (25)$$

Si $z_4 \equiv 0$ y bajo el supuesto A2, entonces (25) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{V}_3 \leq -u_1^d \lambda_{\min}\{K\} \|\sigma\|^2 \quad (26)$$

donde $\lambda_{\min}\{\cdot\}$ denota el valor propio mínimo de una matriz. En consecuencia σ_1, σ_2 y σ_3 llegarán al origen de manera asintótica. Por lo tanto, $z_1(t) \rightarrow 0$.

A partir de aquí, la estabilidad en lazo cerrado del sistema (10)–(13) con las entradas de control (15) y (23) se analizará para todo $t > 0$, es decir, incluso si $z_4 \neq 0$. Para tal efecto, considere que los términos de acoplamiento del vector $F(t)$, que se pueden reescribir como

$$F(t) = x_2 F_1 \tilde{u}_1 + F_2 u_2 \quad (27)$$

con $F_1 = [-1, -k_1, 1 - k_1^2]^T$ y $F_2 = [0, 1, k_1 - k_2]^T$. La idea principal es asegurar estabilidad durante el periodo del transitorio, es decir, $t \in [0, t_f)$ debido a los efectos de los términos de acoplamiento en $F(t)$.

Así la ecuación (25) se puede reescribir como

$$\dot{V}_3 \leq -u_1^d \lambda_{\min}\{K\} \|\sigma\|^2 + |z_4| \|F(t)\| \|\sigma\| \quad (28)$$

dado (16), $|z_4| \leq |z_4(0)|$, entonces

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -u_1^d \lambda_{\min}\{K\} \|\sigma\|^2 + |z_4| \|F(t)\| \|\sigma\| \\ &\leq -u_1^d (\lambda_{\min}\{K\} - \delta) \|\sigma\|^2, \quad \forall \|\sigma\| > \frac{|z_4(0)| \|F(t)\|}{\delta} \end{aligned}$$

con $0 < \delta < \lambda_{\min}\{K\}$. Así, \dot{V}_3 será negativo definido, por lo tanto $\sigma(t) \rightarrow 0$ de manera exponencial. En consecuencia $z_1(t) \rightarrow 0$. De manera directa $y(t) - y_d(t) \rightarrow 0$, $x(t) - x_d(t) \rightarrow 0$.

Nótese que del resultado anterior se puede garantizar siempre que $|z_4(0)| \approx 0$.

4. SIMULACIONES Y EXPERIMENTOS

Las simulaciones y experimentos se llevaron a cabo considerando las dimensiones y los parámetros del vehículo prototipo *AutoNOMO Ver. 1* de escala 1 : 10. La distancia entre las llantas frontales y posteriores del vehículo es $\ell = 27$ cm. El tiempo de muestreo fue 0.03 ms.

Simulaciones. La trayectoria deseada está dada por

$$x_d(t) = 0.3t, \quad y_d(t) = \frac{1}{30}(t - \sin(t)).$$

Las ganancias seleccionadas para el controlador (15) y (23) fueron: $k_1 = 7$, $k_2 = 7$, $k_3 = 15$, $k_4 = 5$. Las condiciones iniciales fueron establecidas como $x(0) = -1$ cm, $y(0) = 3$ cm, $\varphi(0) = 0$, $\theta(0) = 0$. Entonces, $z_4(0) = 2$ cm.

La Figura 4(a) y la Figura 4(b) muestran las posiciones cartesianas (x, y) del vehículo a lo largo del tiempo. Para propósitos de comparación, la Fig. 4(a) representa los resultados considerando el controlador recursivo propuesto en (Jiang y Nijmeier, 1999), mientras que la Fig. 4(b) representa los resultados con la estrategia de desacoplamiento desarrollada en este trabajo. Se propuso una tasa de convergencia comparable para el diseño de

\tilde{u}_2 para cada estrategia de control. Ambos enfoques, es decir, la de Jiang y Nijmeier (1999) y la estrategia de desacoplamiento, logran la meta de control; sin embargo, la de desacoplamiento presenta una convergencia más rápida a la trayectoria deseada. Además, la estrategia de desacoplamiento ofrece un diseño más sencillo en comparación con el de Jiang y Nijmeier (1999).

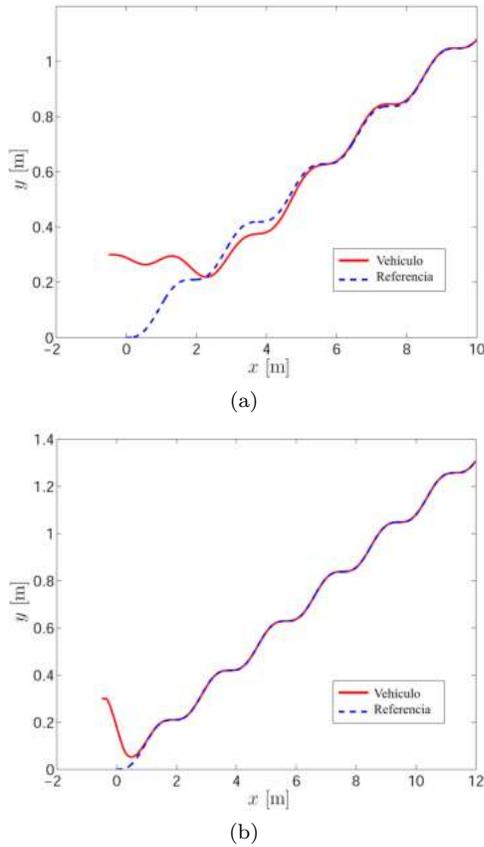


Fig. 4. Resultados de simulación: seguimiento de trayectorias usando: (a) controlador recursivo de Jiang y Nijmeier (1999); (b) controlador desacoplado.

Experimentos. La configuración del vehículo consiste en una tarjeta Odroid (XU4 64GB) que se ejecuta en Linux con el sistema operativo ROS. Una tarjeta *Arduino Nano* se encarga de los actuadores del vehículo, la comunicación y el control, entre otras funciones. Un motor Faulhaber sin escobillas de 15 voltios con un controlador PID proporciona la tracción del vehículo, mientras que la dirección utiliza un servomotor *XciteRc XLS-19s*. Consulte Universidad Libre de Berlín (2019) para más detalles.

La posición del vehículo se calcula a través de la odometría mediante la integración directa de las señales dadas por el acelerómetro, el giroscopio y los encoders. El tiempo de muestreo fue de 0.03 ms.

La trayectoria deseada es $x_d(t) = 0.4t$, $y_d(t) = 0.6 \cos(0.4t)$ mientras que las condiciones iniciales son $x(0) = 0$ m, $y(0) = 0.7$ m y $\theta(0) = 0$ rad y $\phi_0 = 0$ rad.

Las ganancias del controlador fueron seleccionadas como $k_1 = 2$, $k_2 = 2.2$, $k_3 = 1.6$ y $k_4 = 12$.

La Figura 5 presenta la posición cartesiana (x, y) del vehículo. El controlador desacoplado lleva al vehículo a la trayectoria deseada. La Figura 6 muestra la evolución en el tiempo de los estados restantes (θ, ϕ) que mantienen un error, dicho error es inducido por el ancho de banda del servomotor y es una limitante del sistema, no de la metodología. Finalmente, la Figura 7 muestra las entradas de control actuales v y u y la aplicada a los servos del vehículo.

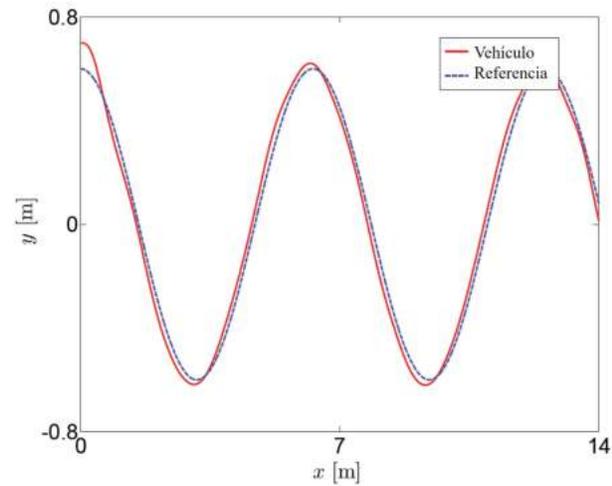


Fig. 5. Resultados experimentales: seguimiento de trayectorias.

5. CONCLUSIONES

Este artículo presentó un algoritmo de control de desacoplamiento para resolver el problema de seguimiento de trayectoria en un robot tipo automóvil. La metodología desarrollada aquí se inspiró en el método presentado por primera vez en Jiang y Nijmeier (1999). Se propone una estrategia de desacoplamiento explotando las propiedades de un control homogéneo de tiempo finito para simplificar el diseño del control. Primero, el controlador homogéneo estabiliza la coordenada cartesiana x en tiempo finito. Como resultado, sus efectos pueden ser ignorados en la dinámica restante. Por lo tanto, un control convencional tipo *backstepping* lleva la coordenada cartesiana y a la posición deseada. Las simulaciones numéricas y los resultados experimentales ilustraron la viabilidad de la estrategia de control propuesta.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Libre de Berlín y al Dr. Raúl Rojas por la donación del vehículo *AutoNOMO-VI*. Asimismo, agradecen al CONACYT por el apoyo brindado a mediante las subvenciones 285279 y CVU 678557.

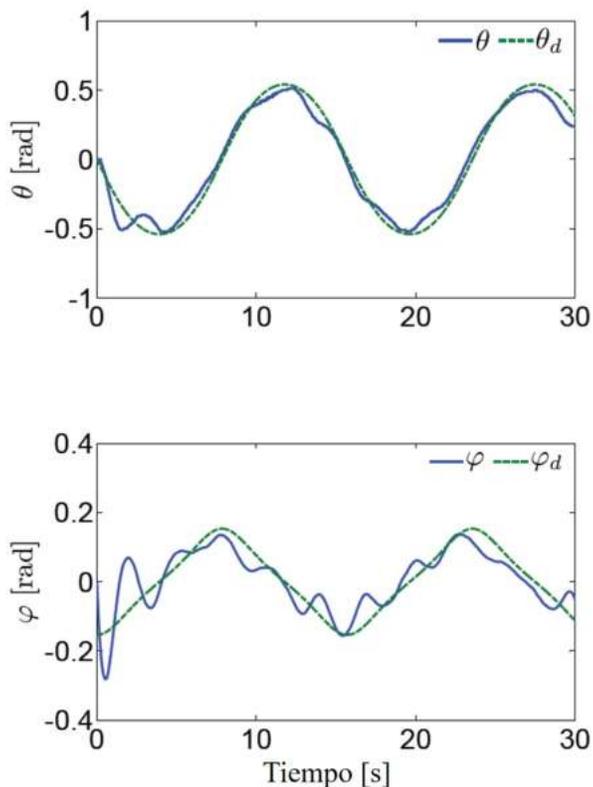


Fig. 6. Evolución de θ y φ a lo largo del experimento.

REFERENCIAS

Berntorp, A., Hoang, T., Quirynen, R., and Cairano, S.D. (2018). Control architecture design for autonomous vehicles. In *IEEE Conference on Control Technology and Applications*, 404–411.

Clemente, E., Meza-Sánchez, M., Bugarin, E., and Aguilar-Bustos, A.Y. (2017). Adaptive behaviors in autonomous navigation with collision avoidance and bounded velocity of an omnidirectional mobile robot: A control theory with genetic programming approach. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 92(2), 359–380.

Cruz-Zavala, E. and Moreno, J.A. (2014). Improved convergence rate of discontinuous finite-time controllers. In *IFAC Proceedings Volumes*, volume 47, 8636–8641. Cape-Town, South Africa.

de Luca, A., Oriolo, G., and Samson, C. (1998). *Robot motion planning and control*, chapter Feedback Control of a Nonholonomic Car-like Robot, 171–253. Springer.

Guldner, J. and Utkin, V. (1994). Stabilization of non-holonomic mobile robots using Lyapunov functions for navigation and sliding mode control. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2967–2972. Lake Buena Vista, USA.

Hamerlain, F., Floquet, T., and Perruquetti, W. (2014). Experimental tests of a sliding mode controller for trajectory tracking of a car-like mobile robot. *Robotica*, 32, 63–76.

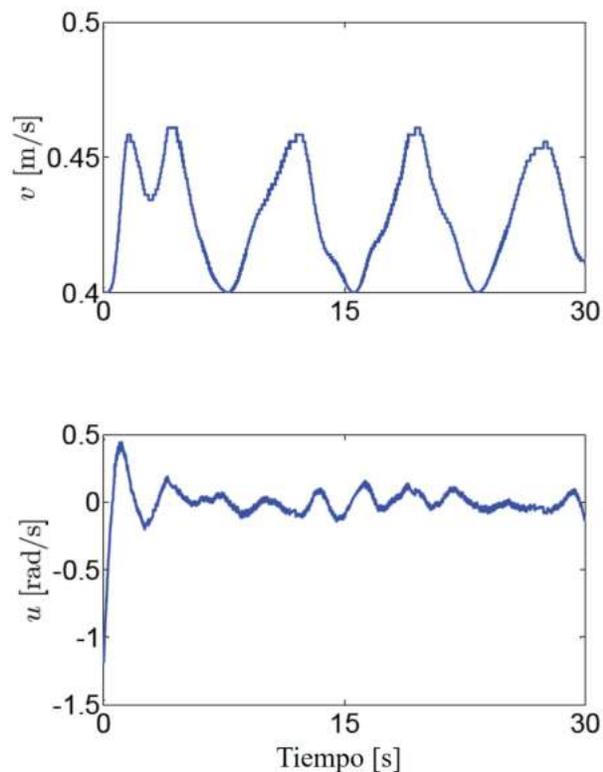


Fig. 7. Resultados experimentales: entradas de control.

Jiang, Z.P. and Nijmeier, H. (1999). A recursive technique for tracking control of nonholonomic systems in chained form. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(2), 265–279.

Krstic, M., Kanellakopoulos, I., and Kokotovic, P. (1995). *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley Interscience, Canada.

Michalek, M. and Kozłowski, K. (2011). Finite-time and asymptotic stabilization of car-like kinematics with amplitude-limited control input. In *Proceedings of the IFAC World Conference*, 3497–3502. Milan, Italy.

Murray, R.M. and Sastry, S. (1993). Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38, 700–716.

Nascimento, T.P., Dórea, C.E.T., and Goncalves, L.M.G. (2018). Nonholonomic mobile robots' trajectory tracking model predictive control: a survey. *Robotica*, 36(5), 676–696.

Rubagotti, M., Vedova, M.L.D., and Ferrara, A. (2011). Time-optimal sliding-mode control of a mobile robot in a dynamic environment. *IET Control Theory and Applications*, 5(6), 1916–1924.

Sánchez, T. and Moreno, J.A. (2015). A constructive Lyapunov function design method for a class of homogeneous systems. In *IEEE Decision and Control Conference*, 5500–5505. Los Angeles, USA.

Universidad Libre de Berlín (2019). *The AutoNOMOS Model website*. Universidad Libre de Berlín.