

Estabilización y control de sistemas de alto orden con retardo y dos polos inestables: esquema PD-Observador

G. Duchen*, C. Cruz*, E. Ramírez*,
J. F. Marquez*, B. Del Muro*, M. A. Hernández**

*Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME Culhuacan, Santa Ana 1000,
CDMX 04260, México (Tel: +5529115218; e-mail: gduchen@ieee.org)

**Instituto de Ingeniería, Universidad Veracruzana
Juan Pablo II s/n, Boca del Río, Veracruz, 94294, México

Resumen: Se presenta una propuesta de solución al problema de estabilizar y controlar sistemas lineales de alto orden con retardo. En particular se revisan sistemas con hasta dos polos inestables y n estables. La estrategia de control se propone con base en el diseño de observadores para asegurar un comportamiento estable de sistemas en lazo cerrado; se obtienen las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de la estrategia propuesta. La propuesta novedosa es la presencia del controlador Proporcional-Derivativo (PD) en el observador lo cual ofrece ventajas en cuanto al tamaño del retardo y el desempeño del control. Se presentan algunas simulaciones numéricas de ejemplos que muestran la efectividad de la estrategia propuesta.

Keywords: Control, sistemas lineales, estabilidad, retardo, PD, observador

1. INTRODUCCIÓN

Un sistema dinámico se caracteriza por la relación entre las entradas y las salidas del mismo. Esta relación puede describirse por medio de ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencias, funciones de transferencia, etc. Una característica inherente a cualquier sistema (químico, biológico, electrónico, de comunicación, etc) es la existencia de un lapso finito entre la ocurrencia de un cambio en la entrada y la aparición de un cambio en la salida. Este lapso se denomina *retardo de tiempo* o más correctamente *retardo*.

Cuando el retardo no es significativo comparado con las características del sistema, el análisis y control de este son relativamente sencillos. Sin embargo, cuando el retardo es de tal magnitud que el funcionamiento del sistema se degrada, es necesario aplicar otras técnicas para el diseño de controladores que mitiguen el efecto de dicho retardo.

Loiseau (1998) presenta una muy buena revisión de las herramientas matemáticas y algoritmos para el control y estabilidad de sistemas con retardo.

Silva et al. (2005) proponen estrategias de control para resolver el problema del retardo con los controladores clásicos de tipo proporcional (P), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) y proporcional-integral-derivativo (PID).

Márquez et al. (2010), Novella et al. (2014) y Vázquez et al. (2018) analizan estrategias de control utilizando observadores, lo cual añade ventajas en el desempeño de los sistemas.

En este trabajo se propone la utilización de un controlador tipo PD junto con un observador. La principal aportación y lo

novedoso de la estrategia consiste en la adición del controlador tipo PD en el observador. De esta forma se mejoran las condiciones establecidas en las publicaciones referidas, lo cual permite considerar un mayor margen de retardo.

Durante el desarrollo del trabajo se establecen las condiciones necesarias y suficientes para estabilizar sistemas lineales (con retardo) con dos polos inestables y n polos estables, mejorando los resultados obtenidos por Novella et al. (2017). Al final se ilustran los resultados por medio de ejemplos tomados de las mismas referencias para mostrar las mejoras propuestas.

El artículo consta de las siguientes partes: una introducción al contenido del artículo; planteamiento del problema (parte 2); resultados preliminares y antecedentes (parte 3); propuesta de control (parte 4); ejemplos (parte 5); conclusiones y referencias.

2. ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Supongamos el siguiente sistema:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\tau s} = G(s) e^{-\tau s} \quad (1)$$

Donde $U(s)$ e $Y(s)$ son las señales de entrada y salida, $\tau \geq 0$ es la magnitud del retardo, $N(s)$ y $D(s)$ son polinomios en la variable compleja s y $G(s)$ es la función de transferencia sin retardo.

Una estrategia de control basada en la retroalimentación de la salida, aplicada a (1) de la forma

$$U(s) = C(s)[R(s) - Y(s)] \quad (2)$$

produce un sistema en lazo cerrado caracterizado por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)e^{-\tau s}}{1 + C(s)G(s)e^{-\tau s}} \quad (3)$$

El término exponencial en el denominador de (3) implica un sistema con un número infinito de polos y entonces no es simple establecer las condiciones de estabilidad del sistema.

En Márquez et al. (2014) se abordan sistemas inestables de primer orden con retardo y su estabilización con un controlador tipo PD.

La estabilización y control de sistemas con un polo inestable fueron tratados en trabajos previos por Xiang et al. (2007) y Lee et al. (2010). En este trabajo se consideran sistemas con retardo, n polos estables y dos polos inestables, caracterizados por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s-a)(s-b)\prod_{i=1}^n(s+c_i)} e^{-\tau s} \quad (4)$$

Novella et al. (2014) y (2017) analizan el caso con dos polos inestables, sin embargo, como se mostrará más adelante, el posible tamaño de retardo en la planta podría incrementarse utilizando la propuesta del presente trabajo. En Vázquez et al. (2018) se presenta la idea de incluir un controlador tipo PI en el observador.

La estrategia de control que proponemos en este trabajo consiste en un controlador tipo PD y un esquema observador que incluye el mismo controlador tipo PD. De esta forma se pueden estimar variables internas del sistema y utilizarlas para controlar el sistema original. Durante el desarrollo del trabajo se obtienen las condiciones necesarias y suficientes que deban cumplir el controlador tipo PD y el observador para poder garantizar la estabilidad del esquema propuesto.

Algunos autores han llevado a cabo publicaciones en las que se presentan algunos resultados que son de utilidad en el desarrollo del presente trabajo.

De acuerdo con Lee et al. (2010), se tiene el siguiente resultado:

Lema 1. Un sistema con una configuración como la Fig. 1

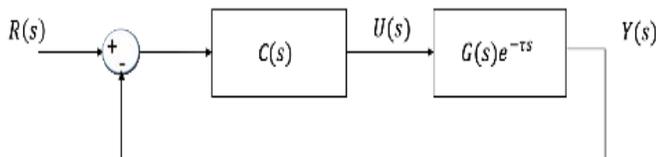


Figura 1. Configuración con retroalimentación unitaria de la salida.

y con función de transferencia de la planta a controlar

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s-\sigma)\prod_{i=1}^n(s+\rho_i)} e^{-\tau s} \quad (5)$$

se estabiliza con un controlador $C(s)$ tipo PD o PID, si y solo si

$$\tau < \frac{1}{\sigma} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_i} + \sqrt{\frac{1}{\sigma^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_i^2}} \quad (6)$$

3. ESTRATEGIA DE CONTROL PROPUESTA

El esquema de control general que proponemos en este trabajo se muestra en la Fig. 2. La idea es emplear un controlador tipo PD para $C(s)$, y diseñar el observador incluyendo también a $C(s)$ dentro de este, de tal manera que aparezca de forma ficticia como si fuese parte de la planta. Nótese que se toma la señal $\bar{u}(t)$ como entrada a la planta y no $u(t)$ en la Fig 2.

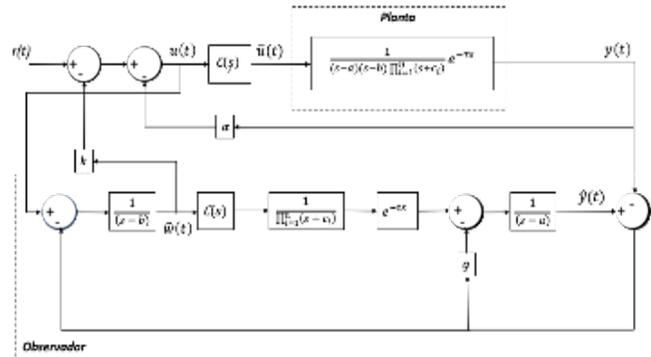


Figura 2. Propuesta general de control

3.1 Control

Tomemos como sistema a estudiar el descrito por (4) y, sin perder generalidad, $a, b, c_i, \tau > 0$ y $b > a$.

Si suponemos una partición de la planta de la Fig. 2 (únicamente con fines de diseño) como:

$$G(s) = G_a(s) G_b(s) G_{estab}(s) e^{-\tau s}, \text{ con} \quad (7)$$

$$G_a(s) = \frac{1}{s-a}; G_b(s) = \frac{1}{s-b}; G_{estab}(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n(s+c_i)}$$

y añadiendo un control $C(s)$ tipo PD

$$C(s) = k_d s + k_p \quad (8)$$

con $k_p, k_d \in \mathbb{R}$, se propone una manera ideal de estabilizar al sistema con retardo (4) a través del esquema de control mostrado en la Fig. 3.

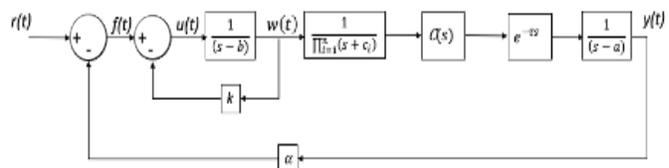


Figura 3. Esquema de control.

Presentamos entonces un resultado vinculado con la estabilidad de la propuesta idealizada.

Lema 2. Si se tiene un sistema definido por (4) y un esquema de control como el de la Fig. 3, existen una constante k y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el sistema es estable si y solo si se cumple (6), con $a = \sigma$ y $c_i = \rho_i$.

Demostración.

Suficiencia. Suponiendo que se cumple (6), entonces podemos escribir $\tau = \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2} + \beta^2} - \beta$ para alguna $\beta > 0$. Entonces existe una k tal que $\beta > \frac{1}{k-b} > 0$ y por tanto se puede escribir

$$\tau < \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(k-b)^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} - \frac{1}{k-b} \quad (9)$$

si se elige una k adecuada tal que $k - b > 0$ (que además se puede hacer tan grande como se desee). Esto equivale a tener un sistema en la trayectoria directa $\frac{Y(s)}{F(s)}$ con un polo inestable en a , $n+1$ polos estables, de los cuales n polos se encuentran en las posiciones c_i y uno en la posición $k - b$, en cascada con un controlador $C(s)$ tipo PD. Se puede establecer entonces, de acuerdo con el Lema 1, que existe un controlador tipo PD que permite estabilizar el sistema definido por (4).

Necesidad. Si se considera el sistema con retardo (4) y el control por retroalimentación de estados de la Fig. 3, con una ganancia k tal que el proceso en conjunto es estable, entonces la función de transferencia de lazo abierto del sistema queda como

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{C(s)e^{-\tau s}}{(s-a)(s+c_1)\dots(s+c_n)(s+\phi)} \quad (10)$$

con $\phi = k - b$ un parámetro libre dependiente de k . Si el sistema es estable, se puede inferir entonces que $\phi > 0$ y el sistema queda con un solo polo inestable. Por otra parte, de acuerdo con el Lema 1, es necesario que se cumpla la desigualdad (6) para que el sistema (10) sea estabilizable con un controlador tipo PD. Entonces, para una $\beta > \frac{1}{\phi} = \frac{1}{k-b} > 0$,

si $\tau = \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2} + \beta^2} - \beta$ entonces se puede escribir

| | |
|--|------|
| $\tau < \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(k-b)^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} - \frac{1}{k-b}$ $< \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}}$ | (11) |
|--|------|

El valor de k mueve el polo en b hacia el lado izquierdo del plano s y se puede hacer $k - b > 0$ tan grande como se desee ya que k es un parámetro de diseño.

3.2 Observador

En prácticamente todos los procesos reales, no se tiene acceso a una medición de las variables de estado del sistema. En particular, para el problema abordado en este trabajo y con base en las ideas expresadas con respecto a una estrategia de control idealizada, expuesta en la Subsección 4.1, se requiere el diseño de un observador para la estimación de la señal $w(t)$, la cual se denota $\hat{w}(t)$.

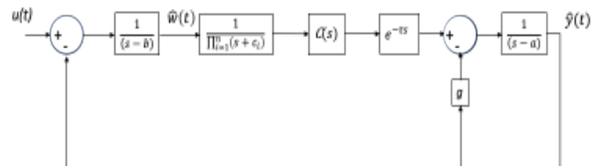


Figura 4. Esquema del observador.

En la Fig. 4 se presenta el esquema propuesto para el observador que incluye también al controlador $C(s)$ tipo PD.

La estabilidad del esquema se establece de acuerdo con el siguiente resultado.

Lema 3. Si se tiene un sistema definido por (4) y el esquema de inyección estática de la salida de la Fig. 4, existen una constante g y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el sistema de lazo cerrado es estable si y solo si se cumple (6), con $b = \sigma$ y $c_i = \rho_i$

Demostración. La demostración se puede obtener a partir de un procedimiento similar al de la demostración del Lema 2.

3.3 Controlador basado en un observador.

Tomando en cuenta los resultados previos y las condiciones establecidas en los apartados anteriores, proponemos un control basado en un observador, de acuerdo al esquema de la Fig. 5.

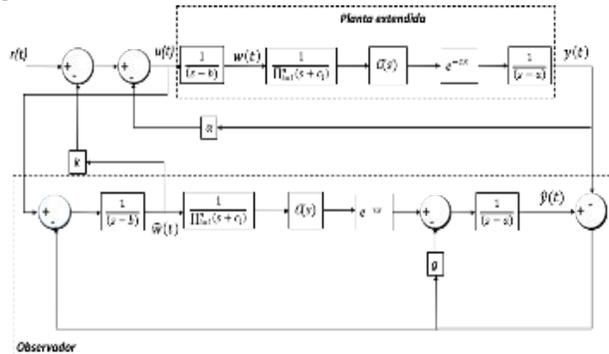


Figura 5. Esquema de la estrategia control-predictor propuesta.

Nótese que ahora se está tomando al controlador $C(s)$ como parte de la planta y también aparece como tal en el observador.

En la Fig. 6 se muestra el esquema en espacio de estados del sistema (4) junto con el controlador $C(s)$ tipo PD.

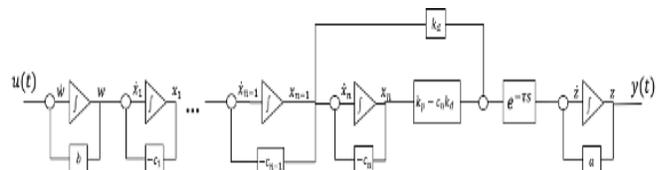


Figura 6. Esquema del sistema (4) con el controlador $C(s)$ tipo PD en espacio de estados.

La expresión en espacio de estados queda entonces como

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0 x(t) + A_1 x(t - \tau) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (12)$$

donde $x(t) = [w(t) x_1(t) x_2(t) \cdots x_m(t) z(t)]^T$; las $x_i(t)$ son la parte estable de (4) y $w(t)$, $z(t)$ se relacionan con los polos inestables del sistema.

De la expresión en espacio de estados (12) se puede obtener la función de transferencia, quedando como

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - (A_0 + A_1 e^{-\tau s}))^{-1} B \quad (13)$$

Las matrices A_0, A_1, B y C quedan definidas como

$$A_0 = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -c_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -c_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -c_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & k_d & k_p - c_n k_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]$$

El proceso de estimación del observador se describe como

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) \\ = A_0 \hat{x}(t) + A_1 \hat{x}(t - \tau) + Bu(t) - G(C\hat{x}(t) - y(t)) \end{aligned} \quad (15)$$

y si el error en el predictor se define como $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ entonces la dinámica del error queda como

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (A_0 - GC)e(t) + A_1 e(t - \tau) \quad (16)$$

y el sistema controlado como

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t - \tau) - BK\hat{x}(t) \quad (17)$$

donde $\hat{x}(t)$ es el vector de estados estimados de $x(t)$ y los vectores de ganancia proporcional son

$$K = [k \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (18)$$

$$G = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ g]^T$$

Si se hace que $x_e(t) = [x(t) \ e(t)]^T$ y, tomando en cuenta las expresiones (16) y (17), se puede obtener la siguiente expresión para el esquema general del sistema control-observador de la Fig. 5,

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(t) &= \begin{bmatrix} A_0 - BK & BK \\ 0 & A_0 - GC \end{bmatrix} x_e(t) + \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} x_e(t - \tau) \\ y(t) &= [C \ 0] x_e(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Considerando el sistema (4) con retardo y el esquema control-predictor de la Fig. 5, se puede establecer lo siguiente.

Teorema. Existen ganancias k , g y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el sistema de lazo cerrado es estable si y solo si se cumple (6).

$$\tau < \frac{1}{b} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} \quad (20)$$

Demostración.

Suficiencia. Si suponemos que la ecuación (20) es cierta, y notando que en la expresión (19) $A_0 - BK$ corresponde con el esquema de control asociado al Lema 2, es decir existen un controlador $C(s)$ tipo PD y una ganancia k que estabilizan el control; y también que $A_0 - GC$ corresponde con el esquema observador asociado al Lema 3, es decir existen un controlador $C(s)$ tipo PD y una ganancia g que estabilizan el observador, tal que se cumple que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{\omega}(t) - \omega(t)] = 0 \quad (21)$$

entonces el esquema global propuesto es estable y es suficiente para asegurar una convergencia adecuada del error, es decir existen ganancias k y g , y un controlador $C(s)$ tipo PD tales que se cumple (20).

Necesidad. Si ahora se supone que el esquema de la Fig. 5 es estable, i.e.

$$\begin{bmatrix} A_0 - BK & BK \\ 0 & A_0 - GC \end{bmatrix} \quad (22)$$

es estable, entonces $[A_0 - GC]$ y $[A_0 - BK]$ estables implica

$$\tau < \frac{1}{b} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} \quad (23)$$

$$\tau < \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}}$$

Si $b > a$ entonces $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$ y la condición de estabilidad del observador es más restrictiva que la del controlador, es decir

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} \\ < \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} \end{aligned} \quad (24)$$

Por lo tanto, existen k y g tales que el sistema en lazo cerrado es estable si y solo si se cumple (6), es decir

$$\tau < \frac{1}{b} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i^2}} \quad (25)$$

3.4 Procedimiento de diseño

El procedimiento general de diseño se puede establecer de la siguiente manera.

1) En el esquema observador de la Fig. 4 se reubica por medio de la ganancia g el polo inestable menos restrictivo (o más lento) a en el lado izquierdo del plano s , lo suficientemente alejado del origen (unas cuatro veces la magnitud del polo inestable más restrictivo o más rápido) b .

2) Incluimos el controlador tipo PD y con un análisis de Nyquist (Ogata (2010)) del sistema resultante se determinan los valores de k_p y k_d que aseguren un encierro al punto $s = -1$ por medio de un giro antihorario.

3) En el esquema de “control” de la Fig. 3, se reubica ahora por medio de la ganancia k el polo b a la izquierda del plano s (puede ser en la misma posición que en el paso 1).

4) Incluimos el mismo controlador tipo PD obtenido en el paso 2, se lleva a cabo un análisis de Nyquist y se determina el valor adecuado de α que asegure un encierro al punto $s = -1$ por medio de un giro antihorario

5) Construimos el esquema general de la Fig. 2 incorporando las ganancias y parámetros establecidos en los puntos anteriores.

4. EJEMPLOS

Ejemplo 1. En Vazquez et al. (2018), se plantea el siguiente sistema

$$G(s) = \frac{1}{(s - 0.3)(s - 1)} e^{-\tau s} \quad (26)$$

De acuerdo con (25), si $a = 0.3$ y $b = 1$, el retardo debe ser $\tau_{m\acute{a}x} < 2$, es decir mayor que el valor máximo alcanzable en el artículo citado. Para una $\tau = 0.3$, un $C(s) = k_d s + k_p$ y tomando los siguientes parámetros: $g=4.3$, $k=5$, $k_p=4.5$, $k_d=4.5$, $\alpha=1$.

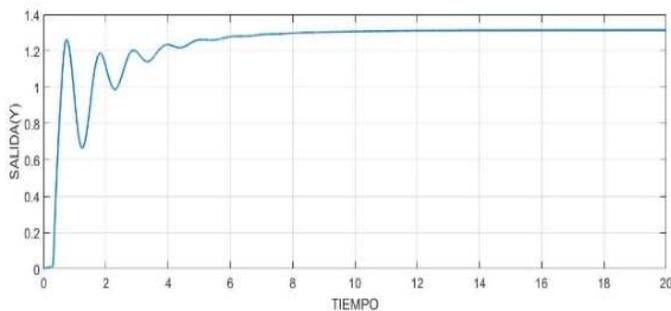


Figura 7. Comportamiento de la salida del sistema en lazo cerrado del ejemplo 1 con $\tau = 0.3$.

El comportamiento del sistema de lazo cerrado con $\tau = 0.3$ se muestra en la Fig. 7, y en la Fig. 8 se presenta el comportamiento del error $e = y - \hat{y}$.

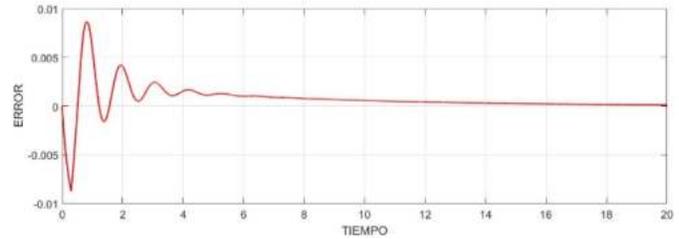


Figura 8. Comportamiento del error del ejemplo 1 con $\tau = 0.3$.

Ejemplo 2. Para el sistema anterior, si se aumenta el retardo a $\tau = 1.3$, $C(s) = k_d s + k_p$ y se toman los parámetros: $g=4.3$, $k=5$, $k_p=4.05$, $k_d=4.05$, $\alpha=0.5$.

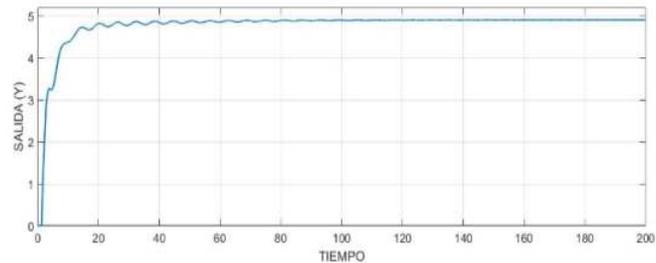


Figura 9. Comportamiento de la salida del sistema en lazo cerrado del ejemplo 2 con $\tau = 1.3$.

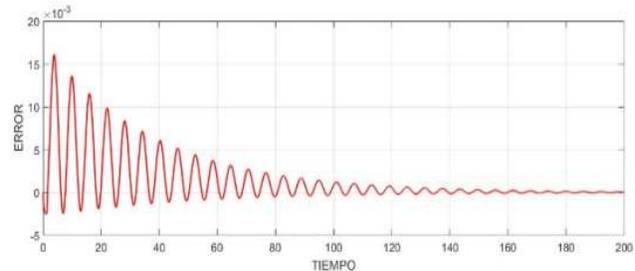


Figura 10. Comportamiento del error del ejemplo 2 con $\tau = 1.3$.

El comportamiento del sistema de lazo cerrado con $\tau = 1.3$ se muestra en la Fig. 9, y en la Fig. 10 se presenta el comportamiento del error $e = y - \hat{y}$.

Ejemplo 3. En Novella et al. (2017) se propone el siguiente sistema con retardo

$$G(s) = \frac{e^{-0.25s}}{(2s - 1)(1.4s - 1)(0.1s + 1)(0.2s + 1)} \quad (27)$$

que se puede reescribir como

$$G(s) = \frac{17.8571e^{-0.25s}}{(s + 10)(s + 5)(s - 0.7143)(s - 0.5)} \quad (28)$$

En el trabajo citado se demostró que era posible estabilizar el sistema con un controlador PD si y solo si $\tau < 0.6485$ y se propone un controlador PD $C(s) = 0.7(6s + 1)$ ($k_p = -0.7$ y $k_d = 4.2$) que implica un retardo máximo $\tau = 0.28$. En este trabajo, de acuerdo con (28) los polos estables están en -10 y -5 , mientras los inestables están en 0.7143 y 0.5 , utilizamos g para reacomodar 0.5 en -2.5 . Así, el retardo máximo

permisible es, aplicando la ec. (25), $\tau_{m\acute{a}x} < 2.17$. Para una $\tau = 0.25$, $C(s) = k_d s + k_p$ y si se utilizan los siguientes parámetros: $g=3$, $k=3$, $k_p=7$, $k_d=7$, $\alpha=1$.

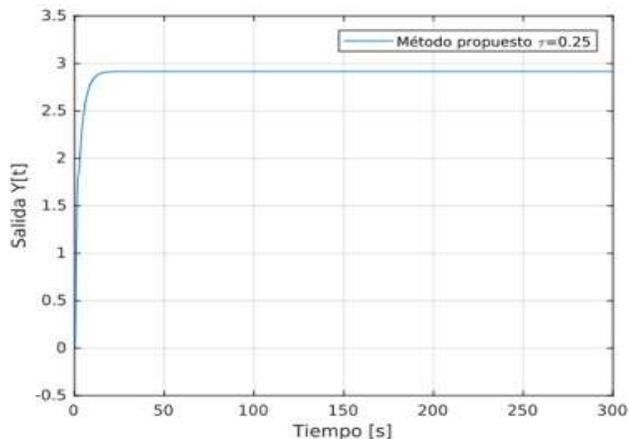


Figura 11. Comportamiento de la salida del sistema en lazo cerrado del ejemplo 3 con $\tau = 0.25$ s.

Ejemplo 4. Para el sistema del ejemplo anterior, con una $\tau = 1.8$, los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 12. Los parámetros utilizados son: $g=3$, $k=2143$, $k_p=5.04$, $k_d=7.2$, $\alpha=0.8$.

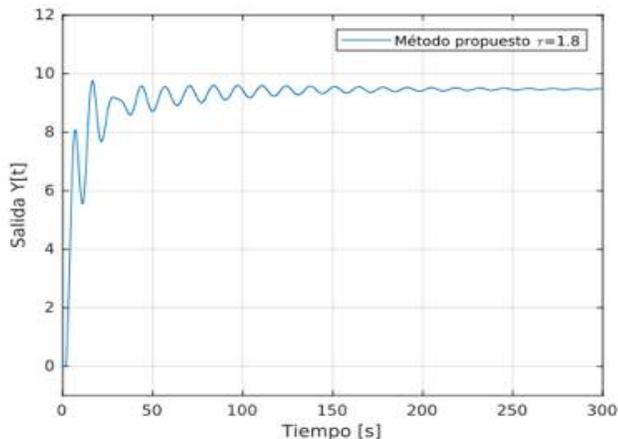


Figura 12. Comportamiento de la salida del sistema en lazo cerrado del ejemplo 3 con $\tau = 1.8$ s.

En este caso, el controlador PD por sí solo no es capaz de estabilizar el sistema, mientras que el esquema propuesto sí lo consigue.

6. CONCLUSIONES

Se presentó una propuesta de control para sistemas con retardo, basado en un esquema observador que incluye un controlador tipo PD, que permite incrementar el retardo máximo permitido. Se demostró que para sistemas con retardo, dos polos inestables y n polos estables, es posible diseñar un esquema de control basado en un observador y un controlador PD que se incorpora al sistema tanto en la trayectoria directa como en el observador siempre y cuando se cumpla con las restricciones impuestas por los parámetros de la planta.

Se presentó también un procedimiento de diseño para este tipo de sistemas, que permite obtener esquemas de control de forma rápida. Por último se mostraron ejemplos de diseño de algunos sistemas que fueron presentados en otros trabajos y que permiten mostrar las ventajas del método propuesto.

REFERENCIAS

- Márquez J. F., del Muro B., Velasco M. and Álvarez J. (2010). Control basado en un esquema observador para sistemas de primer orden con retardo. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 9, 43-52.
- Novella D., del Muro B. and Sename O. (2014). Observer based scheme for the control of high order systems with two unstable poles plus time delay. *Asia Pacific Journal of Chemical Engineering*, 9(2), 167-180.
- Novella D., del Muro B., Márquez J. F., Hernández M. A. And Velasco M. (2017). PD-PID controller for delayed systems with two unstable poles: a frequency domain approach. *International Journal of Control*, DOI: 10.1080/00207179.2017.1386326.
- Silva G.J., Datta A. and Bhattachayya S. (2005). *PID controllers for time-delay systems*. Birkhäuser, Boston USA.
- Vázquez C.D., Márquez J. F., del Muro B., Novella D., Hernández M. A. and Duchén G. (2018). Observer-PI scheme for the stabilization and control of high order delayed systems with one or two unstable poles. *IFAC Papers OnLine*, 51-4 (2018), 432-437.
- Lee S.C., Wang Q. and Xiang C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *Journal of process control*, 20 (2010), 235-239. DOI:10.1016/j.jprocont.2009.05.005.
- Xiang C., Wang Q.G., Lu X., Nguyen L.A., Lee T.H. (2007). Stabilization of second-order unstable delay processes by simple controllers. *Journal of process control*, 17 (2007), 675-682. DOI:10.1016/j.jprocont.2007.03.002.
- Márquez J. F., del Muro B. and Álvarez J. (2014). Stabilization Region of PD Controller for Unstable First Order Process with Time Delay. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, (2014), 12(2), 265-273. DOI: 10.1007/s12555-013-0097-6.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering, Fifth Edition*. Cap. 7. Prentice Hall, USA.
- Loiseau J. J. (1998). Algebraic tools for the control and stabilization of time-delay systems. *IFAC Proceedings Volumes*, (1998) 31(19), 187-201. DOI:10.1016/s1474-6670(17)41149-9.