

Obtención de los parámetros de un observador de estados propuesto para sistemas con retardo

J.F. Marquez-Rubio* V.M. Pimentel-Medina*
B. Del Muro-Cuéllar* D. Novella-Rodríguez**

* *Instituto Politécnico Nacional, ESIME Culhuacán, Av. Santa Ana No. 1000, Coyoacán, México (e-mail: jfcomr23@yahoo.com.mx, victormp_5102@hotmail.com, bdelmuro@yahoo.com).*

** *Univ. Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-lab, 38000 Grenoble, France (e-mail: dnovellar@gmail.com)*

Resumen- El uso de observadores/predictores para el control de sistemas con retardo ha sido ampliamente utilizado. En este trabajo se establecen los antecedentes para extender un resultado previamente publicado, el cual consistió en el análisis de estabilidad de un control basado en un observador para sistemas de primer orden inestables con retardo. El objetivo del presente trabajo es proporcionar una propuesta de un control basado en un observador/predictor para sistemas de orden superior con un polo inestable y retardo. Una ventaja interesante de la propuesta es que permite estabilizar sistemas con un tamaño de retardo superior que en algunos trabajos existentes. Dicho observador/predictor propuesto requiere solamente de dos parámetros de diseño; en este trabajo se explora una metodología con base en aproximaciones de Padé para la obtención de dichos parámetros. Se presenta un ejemplo académico que muestra las ventajas de la propuesta con respecto a algunos resultados presentados en la literatura.

Keywords: retardo, observadores, estabilidad, predictor, sistemas inestables.

1. INTRODUCCIÓN

Los retardos de tiempo son un problema común en diversos campos de aplicación, tales como procesos químicos, servomecanismos, sistemas hidráulicos, etc., ver por ejemplo Kolmanovskii and Myshkis (1999); Niculescu (2001). Actualmente los sistemas son controlados de manera remota, es decir que hay un transporte de información entre el sistema controlado y la estación de control, Ailon and Gil (2000); Shin and Cui (1995). Este tiempo de transmisión en el envío y recepción de datos provocan retardos en los lazos de control. El problema en el control surge al cerrar el lazo de realimentación, en donde ahora se encuentra inducido el término de retardo tanto en el numerador como en el denominador de la función de transferencia en lazo cerrado y de este modo, su ecuación característica presenta un número infinito de raíces. Esto genera problemas en el diseño del controlador mediante las técnicas comúnmente utilizadas, incluso para un simple controlador proporcional. Debido a esta problemática, muchos investigadores han presentado trabajos para diseñar estrategias de control para obtener un adecuado comporta-

miento del sistema en lazo cerrado para el caso de sistemas con retardo. Por ejemplo, algunos autores han propuesto estrategias tales como la representación racional del retardo de tiempo que consiste en aproximar el término retardo a través de una expansión por series de Taylor o mediante las aproximaciones de Padé (Gouaisbaut and Peaucelle (2006)) o la sustitución de Rekasius (Munz et al. (2009)). Con otra perspectiva, algunos autores han propuesto controladores clásicos como el controlador Proporcional (P), Proporcional-Integral (PI), Proporcional-Derivativo (PD) y Proporcional-Integral-Derivativo (PID), ver por ejemplo Liu et al. (2005); Silva and Bhattacharyya (2005). Estos trabajos están dedicados a la estabilización de sistemas inestables de primer o segundo orden con retardo. Por su parte, Lee et al. (2010) realiza un análisis de las condiciones de estabilidad para los controladores P, PI, PD y PID para procesos inestables de orden n , con la particularidad de que contienen solo un polo inestable, asimismo en dicho trabajo se proporcionan las regiones de estabilidad de los parámetros de cada controlador. Para el caso de estrategias de control para sistemas con retardo estables, es bien conocido el Predictor de Smith, Smith

(1957), usado como una estructura de control tradicional, el cual tiene la característica de estimar la variable o las variables del sistema antes de ser retardadas. Una desventaja del predictor de Smith tradicional es que no es posible usarlo para el caso de sistemas inestables con retardo. Por tal motivo, se han presentado en la literatura, una gran cantidad de trabajos en los cuales se han propuesto modificaciones de la estructura clásica del predictor de Smith, véase por ejemplo Seshagiri et al. (2007).

En este trabajo se establecen los antecedentes para extender un resultado previamente publicado, el cual consistió en el análisis de estabilidad de un control basado en un observador para sistemas de primer orden inestable con retardo. El objetivo del presente trabajo es proporcionar una propuesta de un control basado en un observador/predictor para sistemas de orden superior con un polo inestable y retardo. Una ventaja interesante de la propuesta es que permite estabilizar sistemas con un tamaño de retardo superior que en algunos trabajos existentes. Dicho observador/predictor propuesto requiere solamente de dos parámetros de diseño; en este trabajo se explora una metodología con base en aproximaciones de Padé para la obtención de dichos parámetros. Se presenta un ejemplo académico que muestra las ventajas de la propuesta con respecto a algunos resultados presentados en la literatura.

La organización del trabajo esta dada de la siguiente manera: en la Sección 2 se presenta el planteamiento del problema; en la Sección 3 se presenta la propuesta de observador/predictor para una clase de sistemas con retardo. En la Sección 4 se ilustra la metodología propuesta a través de un ejemplo numérico y finalmente en la Sección 5 se dan algunas conclusiones y trabajo por desarrollar a futuro, relacionado con este trabajo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En del Muro-Cuéllar et al. (2012) se presentan dos estrategias con base en diseño de observadores para el control de sistemas de primer orden con retardo. La primera de ellas (del Muro-Cuéllar et al. (2012), Sección 2.1) permite estabilizar un sistema de primer orden con la restricción de $\tau < \frac{1}{a}$, donde τ es retardo del sistema en lazo abierto y $\frac{1}{a}$ es la constante de tiempo asociada al sistema inestable. Con algunos cambios sustanciales en la configuración del observador, en la segunda estrategia propuesta en el trabajo mencionado (del Muro-Cuéllar et al. (2012), Sección 3.1), se mejora la restricción impuesta por la primera estrategia, dando como resultado $\tau < \frac{2}{a}$. Note que en tal caso, la segunda estrategia permite estabilizar sistemas inestables de primer orden con un tamaño de retardo superior al de la primera estrategia. Por otro lado, en Pedraza-Beltrán et al. (2009), se presenta una extensión de la primera propuesta proporcionada en del

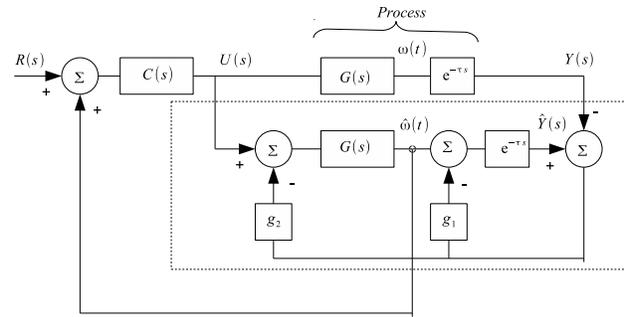


Figura 1. Predictor/observador propuesto

Muro-Cuéllar et al. (2012) para el caso de un sistema con retardo dado por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)e^{-\tau s} = \frac{\alpha}{(s-a)(s+b_1)\dots(s+b_n)}e^{-\tau s}. \quad (1)$$

La estrategia de control con base en observador presentada en Pedraza-Beltrán et al. (2009) da como resultado la siguiente condición:

$$\tau < \frac{1}{a} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i}. \quad (2)$$

Como podemos observar en la condición (2), el hecho de tener polos estables en la función de transferencia de lazo abierto, ec. (1), contribuye a que dichos parámetros aparezcan en la condición de estabilidad. Con base en los resultados obtenidos en del Muro-Cuéllar et al. (2012) para el caso de sistemas de primer orden inestable con retardo; en este trabajo se pretende proporcionar una extensión de la segunda estrategia de control propuesta en el trabajo antes mencionado, aplicado al caso de un sistema inestable con retardo definido por (1). La idea principal es mostrar que con la estrategia de control propuesta se mejora la condición dada por (2). Cabe mencionar que en este trabajo, esto solo se hará de manera numérica y se pretende considerar como un trabajo a futuro la obtención de la condición necesaria y suficiente para el uso de la estrategia propuesta. Este trabajo estará concentrado en la obtención de los parámetros del observador para lograr una convergencia adecuada de las variables internas del sistema. Para esto, se propone una metodología sencilla basada en una aproximación de Padé del término de retardo.

3. DISEÑO DEL OBSERVADOR PROPUESTO

En esta sección se presenta la propuesta de observador para la clase de sistema definido por (2). La Fig. 1 muestra el esquema de control propuesto en este trabajo.

Asimismo se proporciona una metodología para la obtención de los parámetros del observador que garanticen una convergencia adecuada de las variables.

Problema. Considere el sistema dado por (2) y el observador/predicador propuesto en la Fig. 1, entonces se desea encontrar los parámetros g_1 y g_2 tal que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) - \hat{w}(t) = 0 \quad (3)$$

donde $w(t)$ es la variable del sistema antes de ser retardadas y $\hat{w}(t)$ es la estimación de $w(t)$.

Se define el error de estimación como:

$$e_w(t) = w(t) - \hat{w}(t). \quad (4)$$

La idea de la metodología propuesta consiste en escribir las expresiones del error dinámico y probar que existen los valores g_1 y g_2 tal que el error dado por (4) tiende a cero a medida que el tiempo tiende a infinito, es decir, que la ec (4) se satisface. De esta manera se define el error dinámico como,

$$\dot{e}_w(t) = \dot{w}(t) - \dot{\hat{w}}(t) \quad (5)$$

En este trabajo se omiten los pasos intermedios, sin embargo se puede probar que el error dinámico dado (5) tiene un comportamiento como el que se muestra en la Fig. 2, el cual esta dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_w(t) \\ e_y(t+\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -Bg_2 \\ 1 & -g_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_w(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} f(t) \quad (6)$$

considerando $f(t) = 0$. Entonces se puede asegurar que $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) - \hat{w}(t) = 0$ siempre y cuando el sistema en lazo cerrado de la Fig. 2 sea estable. Por simplicidad del análisis, considérese el sistema dado por (2) con $n = 1$. Para este caso, la función de transferencia del sistema mostrado en la Fig. 2, esta dada por,

$$\frac{e_y(t)}{f(t)} = \frac{\alpha e^{-\tau s}}{(s-a)(s+b_1)(1+g_1 \alpha e^{-\tau s}) + g_2 \alpha e^{-\tau s}}. \quad (7)$$

Si se desea explorar las propiedades de estabilidad del sistema (7), se requiere asegurar que los polos de la ecuación característica asociada se encuentren en el semiplano izquierdo del plano complejo s . Para esto considere la ecuación característica de (7) escrita de la siguiente manera,

$$(s^2 + (b_1 - a)s - ab_1) + g_1 e^{-\tau s} [s^2 + (b_1 - a)s + \beta] = 0, \quad (8)$$

con $\beta = \frac{\alpha g_2}{g_1} - ab_1$, donde los parámetros libres son g_1 y β (a través de g_2). De esta manera, se requiere encontrar los parámetros g_1 y β tal que la ecuación característica (8) sea estable.

Note que la estabilidad de la ecuación característica dada por (8) puede ser analizada utilizando el diagrama de Nyquist de un sistema auxiliar definido por,

$$G_{aux} = \frac{g_1 e^{-\tau s} [s^2 + (b_1 - a)s + \beta]}{s^2 + (b_1 - a)s - ab_1}. \quad (9)$$

considerando una retroalimentación unitaria. De esta manera, el diagrama de Nyquist de (9) proporciona información de la estabilidad de dicho sistema en lazo cerrado con una retroalimentación unitaria (la ecuación característica

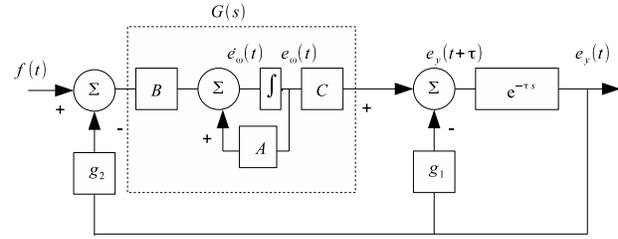


Figura 2. Comportamiento del error dinámico del predictor/observador propuesto

en lazo cerrado del esquema mencionado coincide con la ecuación característica (8)).

Se propone una forma práctica y sencilla de encontrar dichos parámetros utilizando una aproximación de Padé de segundo orden para el término de retardo involucrado en dicha ecuación, es decir,

$$e^{-\tau s} \approx \frac{N_r(s)}{D_r(s)} = \frac{s^2 - \frac{6}{\tau}s + \frac{12}{\tau^2}}{s^2 + \frac{6}{\tau}s + \frac{12}{\tau^2}} \quad (10)$$

Al sustituir (10) en (8), obtenemos,

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0 \quad (11)$$

con, $a_0 = 1 + g_1$, $a_1 = \frac{(b_1 - a)(1 + g_1)\tau + 6(1 - g_1)}{\tau}$, $a_2 = \frac{6(b_1 - a)\tau(1 - g_1) + 12(1 + g_1) + \tau^2(g_1\beta - ab_1)}{\tau^2}$, $a_3 = \frac{12(b_1 - a)(1 + g_1) - 6\tau(ab_1 + g_1\beta)}{\tau^2}$, $a_4 = \frac{12(g_1\beta - ab_1)}{\tau^2}$. Dado que la ecuación característica dada por (11) es polinomial, es posible realizar un análisis de estabilidad utilizando el criterio de estabilidad de Routh Hurwitz. El Cuadro 1 muestra el arreglo correspondiente donde se calculan los coeficientes del arreglo b_1 , b_2 , y c_1 .

Cuadro 1. Arreglo de Routh Hurwitz

s^4	a_0	a_2	a_4
s^3	a_1	a_3	0
s^2	b_1	b_2	
s^1	c_1		
s^0	b_2		

El criterio de estabilidad de Routh Hurwitz establece que para que la ecuación característica dada por (11) sea estable se requiere que los coeficientes de la primera columna (es decir, a_0, a_1, b_1, c_1 , y b_2) no tengan cambio de signo. Justamente, dicha restricción sobre los coeficientes mencionados nos permitirá obtener los valores que buscamos g_1 y β . Para satisfacer el criterio de estabilidad analizaremos $a_0, a_1, b_1, c_1, b_2 > 0$. Analizando $a_0 > 0$ obtenemos,

$$g_1 > -1. \quad (12)$$

Para $a_1 > 0$ tenemos,

$$g_1 > \frac{-(b_1 - a)\tau - 6}{(b_1 - a)\tau - 6}. \quad (13)$$

Considerando $b_1 > 0$, obtenemos

$$F_1(g_1) = B_{1a}g_1^2 + B_{1b}g_1 + B_{1c} > 0 \quad (14)$$

y

$$\tau^2[6(1 - g_1) + \tau(b_1 - a)(1 + g_1)] > 0 \quad (15)$$

donde:

$$B_{1a} = (b_1 - a)\beta\tau^3 - 6(a - b_1)^2\tau^2 + 36(b_1 - a)\tau - 72 \quad (16)$$

$$B_{1b} = (ab_1 - \beta)[(a - b_1)\tau^3 + 12\tau^2] + 72(a - b_1)\tau \quad (17)$$

$$B_{1c} = (a - b_1)[ab_1\tau^3 + 6(a - b_1)\tau^2 - 36(a - b_1)\tau + 72] \quad (18)$$

Al analizar $c_1 > 0$, da como resultado

$$F_2(g_1) = C_{1a}g_1^3 + C_{1b}g_1^2 + C_{1c}g_1 + C_{1d} > 0 \quad (19)$$

y

$$D_{1a}\tau^5 + D_{1b}\tau^4 + D_{1c}\tau^3 + D_{1d}\tau^2 > 0 \quad (20)$$

con:

$$C_{1a} = C_{1a_1}\tau^4 + C_{1a_2}\tau^3 + C_{1a_3}\tau^2 + C_{1a_4}\tau + C_{1a_5} \quad (21)$$

$$C_{1a_1} = (6b_16a^2)\beta^2$$

$$C_{1a_2} = -36(b_1 - a)^2\beta$$

$$C_{1a_3} = 72(b_1 - a)(\beta + b_1^2 - 2ab_1 + a^2)$$

$$C_{1a_4} = -432(b_1 - a)^2$$

$$C_{1a_5} = 864(b_1 - a)$$

$$C_{1b} = C_{1b_1}\tau^4 + C_{1b_2}\tau^3 + C_{1b_3}\tau^2 + C_{1b_4}\tau + C_{1b_5} \quad (22)$$

$$C_{1b_1} = (6b_16a^2)\beta^2$$

$$C_{1b_2} = 36(2\beta^2 + 2ab_1\beta - a^3b_1)$$

$$C_{1b_3} = -72(b_1 - a)(8\beta - b_1^2 - ab_1 - a^2)$$

$$C_{1b_4} = -432(2\beta - b_1^2 + 4ab_1 - a^2)$$

$$C_{1b_5} = 864(b_1 - a)$$

$$C_{1c} = C_{1c_1}\tau^4 + C_{1c_2}\tau^3 + C_{1c_3}\tau^2 + C_{1c_4}\tau + C_{1c_5} \quad (23)$$

$$C_{1c_1} = -6a^3(b_1 - 1)b_1^2$$

$$C_{1c_2} = 36((b_1^2 + a^2)\beta + 2a^2b_1^2)$$

$$C_{1c_3} = 72((3b_1 - 3a)\beta - b_1^3 - 5b_1^2 + 5a^2b_1 + a^3)$$

$$C_{1c_4} = 432(2\beta + b_1^2 + a^2)$$

$$C_{1c_5} = -864(b_1 - a)$$

$$C_{1d} = C_{1d_1}\tau^4 + C_{1d_2}\tau^3 + C_{1d_3}\tau^2 + C_{1d_4}\tau + C_{1d_5} \quad (24)$$

$$C_{1d_1} = -6a^2b_1^2(b_1 + a)$$

$$C_{1d_2} = 36ab_1(b_1 - a)^2$$

$$C_{1d_3} = -72(b_1 - a)(b_1^2 - 3ab_1 + a^2)$$

$$C_{1d_4} = -432(b_1 - a)^2$$

$$C_{1d_5} = -864(b_1 - a)$$

$$D_{1a} = (b_1 - a)(g_1 + 1)(g_1\beta - ab_1) \quad (25)$$

$$D_{1b} = (-6(b_1 - a)^2g_1^2 + 12g_1(\beta + ab_1) + 6(b_1 - a)^2) \quad (26)$$

$$D_{1c} = 36(b_1 - a)(g_1 - 1)^2 \quad (27)$$

$$D_{1d} = 72 - 72g_1^2 \quad (28)$$

Finalmente para $b_2 > 0$, tenemos

$$\beta g_1 > ab_1 \quad (29)$$

Con base en las desigualdades (12)-(15), (19), (20) y (29) es posible encontrar los parámetros del observador propuesto, g_1 y β . Para esto, tómesese en cuenta la siguiente metodología:

1. Se iguala a cero el lado izquierdo de la desigualdad (19), se propone un valor $\beta > 0$ y se obtiene la solución de dicha igualdad (de manera alternativa la solución también puede obtenerse con base en una representación gráfica de la función $F_2(g_1)$, ver por ejemplo la Fig. 4). Si la solución a dicha ecuación es real y además hay un intervalo de g_1 donde la función es mayor que cero, entonces se almacena el valor de β propuesto y el intervalo correspondiente de g_1 , si no es así se descartan. Se propone otro valor $\beta > 0$ mayor que el primero propuesto y se repite el procedimiento. La condición de que la solución mencionada debe ser real es debido a que la solución de dicha ecuación es justamente el parámetro del observador g_1 , y para la implementación del observador se requieren valores de g_1 reales.

2. Seleccionar un valor de β almacenado en el Paso 1, usando la desigualdad (29) se encuentra la cota mínima de g_1 .

3. Utilizando el valor de β elegido en el Paso 2, se resuelven numéricamente las desigualdades (12)-(15), (19), (20), y así se encuentra la cota superior de g_1 .

4. Finalmente, para implementar la estrategia de control mostrada en la Fig. 1, el diseño del controlador $C(s)$ debe realizarse considerando que se desea estabilizar al sistema libre de retardo $G(s)$. Esto puede realizarse utilizando cualquier metodología de control clásico.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Ejemplo 1. Considere un sistema dado por (1) con $a = 0.1$, $\alpha = 1$, $b_1 = 2$. Con estos parámetros, el sistema podría ser estabilizado por la estrategia de control presentada en Pedraza-Beltrán et al. (2009) con un retardo máximo de $\tau < 9.5$ (Ver condición (2)). Para aplicar la estrategia de control propuesta en este trabajo considérese $\tau = 11$. De tal forma que el parámetro del observador, β , siguiendo los pasos de la metodología propuesta da como resultado $0.22 < \beta < 1.2$. Si elegimos $\beta = 0.4$, en las Figuras 3 y 4 se muestran las gráficas de las funciones involucradas en las desigualdades (14) y (19), de esto, obtenemos $0.5 < g_1 < 0.713$.

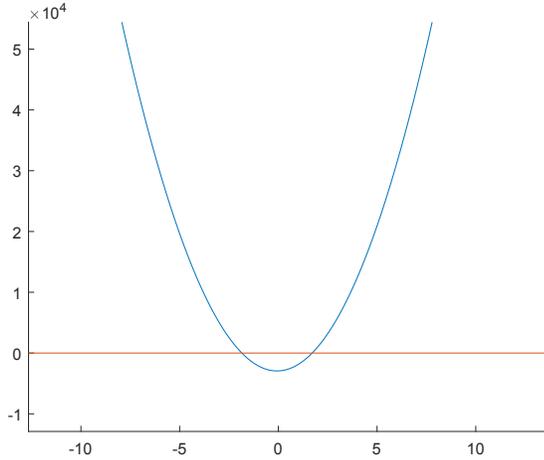


Figura 3. $F_1(g_1)$ del Ejemplo 1.

Con la intención de corroborar los resultados obtenidos, en las Figuras 5 y 6 se muestran los diagramas de Nyquist del sistema auxiliar definido por (9) para $\beta = 0.4$ y $g_1 = 0.5$ (Fig. 5) y $g_1 = 0.713$ (Fig. 6), donde las ganancias de g_1 usadas, son las ganancias al límite de la estabilidad. El criterio de estabilidad de Nyquist aplicado a la ecuación (8) dice que el diagrama de Nyquist del sistema auxiliar (9) debe rodear una vez al punto $-1, 0j$ en sentido antihorario. Como podemos observar, los resultados obtenidos con la metodología propuesta en este trabajo son muy cercanos a los valores que se obtienen utilizando el criterio de estabilidad de Nyquist. Al obtener los parámetros del observador propuesto para este ejemplo con $\tau = 11$, podemos concluir que la estrategia de control propuesta en este trabajo permite superar el tamaño máximo de retardo de la propuesta publicada por Pedraza-Beltrán et al. (2009).

Ahora si se considera un valor de $\beta = 0.7$, en los diagramas de Nyquist del sistema auxiliar definido por (9) para $\beta = 0.7$ y $g_1 = 0.2857$ (Fig. 7) y $g_1 = 0.3411$ (Fig. 8), donde se observa que las ganancias de g_1 se encuentran en los límites de la estabilidad.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una propuesta de control con base en el diseño de un observador. Se propone una metodología sencilla para encontrar los valores de los parámetros del observador. A través de un ejemplo se ha ilustrado que la propuesta de control propuesta permite estabilizar sistemas con un tamaño de retardo superior que en trabajos anteriormente publicados. Se considera como un trabajo futuro la obtención de condiciones necesarias y suficientes para la estrategia propuesta, cabe resaltar que para obtener dicho resultado se propone

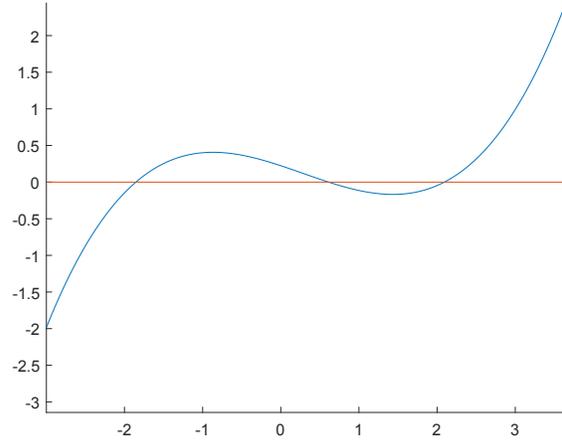


Figura 4. $F_2(g_1)$ del Ejemplo 1.

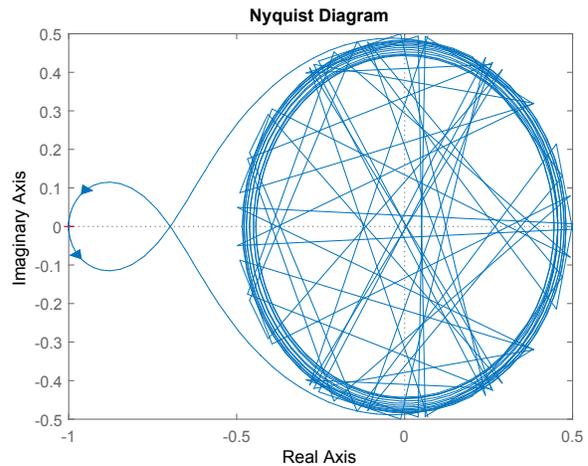


Figura 5. Diagrama de Nyquist del sistema $G_{aux}(s)$ del Ejemplo 1, con $\beta = 0.4$ y $g_1 = 0.5$.

utilizar resultados de estabilidad que aborden el problema de estabilidad de sistemas con retardo sin considerar una aproximación del término de retardo.

REFERENCIAS

- Ailon, A. and Gil, M.I. (2000). Stability analysis of a rigid robot with output-based controller and time-delay. *Systems and Control Letters*, Vol. 40–(1), 31–35.
- del Muro-Cuéllar, B., Marquez-Rubio, J., Velasco-Villa, M., and Alvarez-Ramírez, J. (2012). On the control of unstable first order linear systems with large time lag: observer based approach. *European Journal of Control*, Vol. 5, 439–451.
- Gouaisbaut, F. and Peaucelle, D. (2006). Stability of time delay systems with non-small delay. 840–845. In

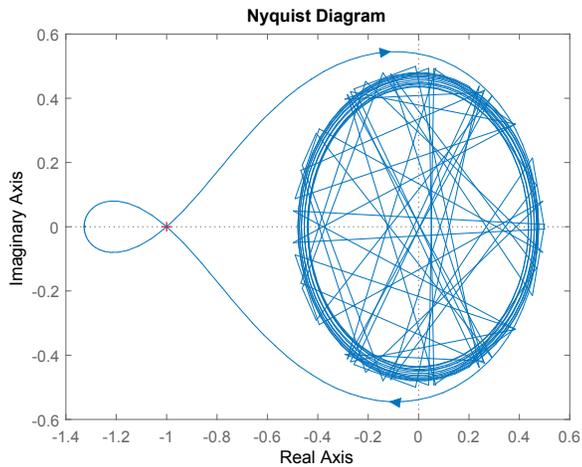


Figura 6. Diagrama de Nyquist del sistema $G_{aux}(s)$ del Ejemplo 1, con $\beta = 0.4$ y $g_1 = 0.713$.

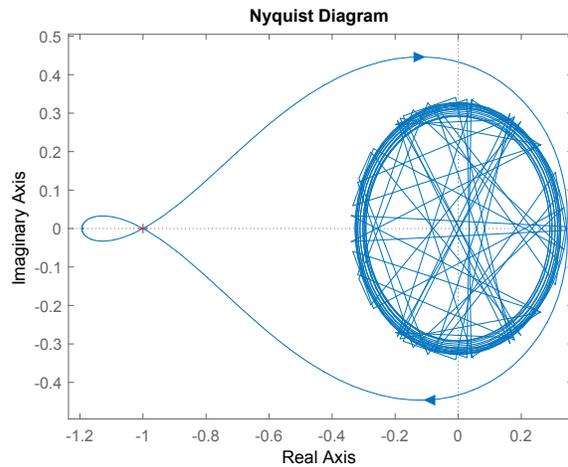


Figura 8. Diagrama de Nyquist del sistema $G_{aux}(s)$ del Ejemplo 1, con $\beta = 0.7$ y $g_1 = 0.3411$.

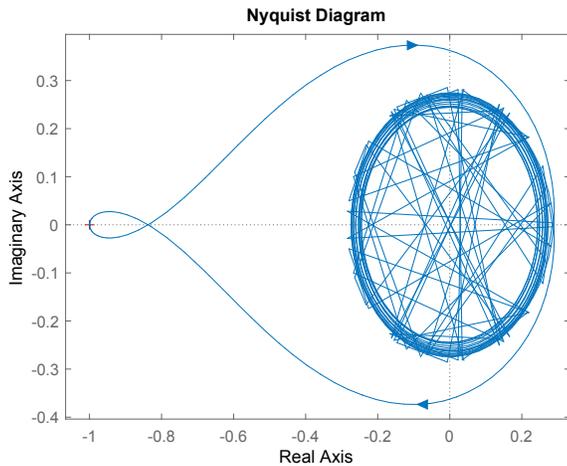


Figura 7. Diagrama de Nyquist del sistema $G_{aux}(s)$ del Ejemplo 1, con $\beta = 0.7$ y $g_1 = 0.2857$.

Proceedings of the 45th IEEE Conf. on Decision and control, San Diego, CA, USA.

Kolmanovskii, V.B. and Myshkis, A. (1999). *Introduction to the theory and applications of functional differential equations*. Dordrecht: Kluwer Academy.

Lee, S.C., Wang, Q.G., and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *J. Process Control*, Vol. 20, 235–239.

Liu, T., Zhang, W., and D.Gu (2005). Analytical design of two-degree of freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay. *J. Process Control*, Vol. 15, 559–572.

Munz, U., Ebenbauer, C., Haag, T., and Allgwer, F. (2009). Stability analysis of time- delay systems

with incommensurate delays using positive polynomials. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 54–(5), 218–224.

Niculescu, S.I. (2001). *Delay effects on stability: a robust control approach*. Springer, Berlin.

Pedraza-Beltrán, Y., Gonzalez-Nagera, O., and Muro-Cuéllar, B.D. (2009). Stabilization of high-order systems with delay using a predictor schema. *52nd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems*.

Seshagiri, R.A., Rao, V.S., and Chidambadam, M. (2007). Simple analytical design of modified smith predictor with improved performance for unstable first-order plus time delay (ufoptd) processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 46, 4561–4571.

Shin, K.G. and Cui, X. (1995). Computing time delay and its effects on real-time control systems. *IEEE Trans. on Contr. and Systems Technology*, Vol. 3–(2), 218–224.

Silva, G.J. and Bhattacharyya, S.P. (2005). *PID controller for time-delay systems*. Birkhuser, Boston.

Smith, O.J.M. (1957). Close control of loops with dead time. *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 53.