

Evaluación experimental del desempeño de un controlador basado en pasividad de un robot manipulador

J. Domingo Pájaro-Adrián* Rodolfo Reyes-Báez**
Jaime J. Cid-Monjaraz* Fernando Reyes-Cortés*

* Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (e-mail: joc_dom@hotmail.com, [{jaime.cid, fernando.reyes}@correo.buap.mx"> {jaime.cid, fernando.reyes}@correo.buap.mx](mailto)).

** Jan C. Willems Center for Systems and Control, Faculty of Science and Engineering, University of Groningen (e-mail: r.reyes-baez@ieee.org)

Resumen: En este trabajo se presenta la evaluación experimental del rediseño de un control de trayectoria basado en pasividad combinado con el procedimiento backstepping para robots manipuladores completamente actuados. El rediseño consiste en modificar el esquema de control backstepping de tal forma que la dinámica del error de posición en lazo cerrado pueda escribirse como la suma de una acción proporcional y una de saturación, esta modificación proporciona una ganancia extra que agrega un grado de libertad en el proceso de sintonización. También se presenta el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado por pasividad. El desempeño del rediseño propuesto se compara experimentalmente con los algoritmos de control PD+ y backstepping utilizando como indicadores de desempeño el error de posición y el error de velocidad.

Keywords: Pasividad, Backstepping, Control de trayectoria, Robot manipulador.

1. INTRODUCCIÓN

El problema de control de trayectoria para robots manipuladores es un tema que ha sido ampliamente tratado en la literatura especializada con diferentes enfoques para el diseño de controladores que permitan seguir asintóticamente a la trayectoria deseada. Algunos controladores de trayectoria que podemos encontrar en la literatura son, el control por par calculado en Kelly (1990) y el control PD+ en Kelly et al. (2006), de forma similar en Siciliano et al. (2010) se presentan diseños de controladores que se abordan mediante el enfoque de moldeo de energía y el control feedforward (que se usa para evitar errores o perturbaciones al sistema en lazo cerrado). Otros autores han mostrado su interés por el control basado en pasividad, esta es una propiedad de entrada-salida presente en sistemas dinámicos y que puede ser aplicada para análisis de estabilidad y el diseño de controladores de trayectoria para robots manipuladores como se presenta en Lozano et al. (1992), Ortega et al. (1997), Siciliano and Villani (1996), Spong and Vidyasagar (2008) y Canudas et al. (2012).

Además de los controladores mencionados anteriormente en la literatura se muestran diseños de controladores de trayectoria en sistemas con estructura triangular como

lo muestran Ortega et al. (1997), Ortega et al. (2013), Canudas et al. (2012) y Van Der Schaft (2017), cuyos diseños están basados en pasividad para la estabilización de sistemas. Uno de los enfoques que ha mostrado grandes ventajas para el diseño de controladores en sistemas con estructura triangular es el conocido método de backstepping y cuya relación con pasividad es mostrada en Lozano et al. (1992), backstepping es un procedimiento recursivo que consiste en extender una función de Lyapunov de un sistema simple a sistemas que incluyan variables de estado adicionales y al mismo tiempo diseñar el control por retroalimentación para garantizar estabilidad como se presenta en Krstic et al. (1995) y Sepulchre et al. (2012).

En este trabajo se hace uso de la técnica backstepping que se presenta en Fossen and Berge (1997) con lo que se realiza la propuesta de un rediseño, este consiste en modificar al control agregando una estructura que por diseño incorpora dos ganancias estabilizadoras que permiten seguir asintóticamente la trayectoria deseada implementada en un robot manipulador de transmisión directa de 2 grados de libertad. El análisis de estabilidad del rediseño propuesto y del sistema completo se realiza por el enfoque de pasividad debido a que el análisis puede ser interpretado en términos de entrada-salida de la energía del sistema. Con el fin de comparar el

desempeño del rediseño propuesto se implementan otros controladores, el control backstepping que se presenta en Fossen and Berge (1997) y el control PD+ que se presenta en Kelly et al. (2006).

2. PRELIMINARES

Considere un sistema dinámico en espacio de estados con entrada y salida de la forma

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), \\ y = h(x, u), \end{cases} \quad (1)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada y $y \in \mathbb{R}^m$ es la salida. Tome en cuenta que Σ , es un sistema físico con la propiedad de que su energía se puede aumentar solo a través del suministro de una fuente externa. Consideremos las siguientes definiciones que pueden ser consultadas de forma más detallada en Van Der Schaft (2017) y en Sepulchre et al. (2012):

Definición 1. (Disipatividad) El sistema Σ es disipativo con respecto a la tasa de suministro $s(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ si y solo si existe una función de almacenamiento $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, talque

$$S(x(T)) \leq S(x(0)) + \int_0^T s(u(t), y(t))dt, \quad (2)$$

para todo $u \in U$ y todo $x(t) \in X$ para todo $t \in [0, T]$. La función $S(x)$ se denomina función de almacenamiento.

Definición 2. (Pasividad) El sistema Σ es pasivo si es disipativo con respecto a la tasa de suministro $s(u, y) = u^\top y$. Σ es de entrada estrictamente pasiva si existe $\delta > 0$ tal que Σ es disipativo con tasa de suministro $s(u, y) = u^\top y - \delta \|u\|^2$. Σ es de salida estrictamente pasiva si existe $\varepsilon > 0$ tal que Σ es disipativo con respecto a $s(u, y) = u^\top y - \varepsilon \|y\|^2$. Σ es sin pérdida si es conservativo con respecto a $s(u, y) = u^\top y$.

La propiedad de pasividad en sistemas dinámicos puede ser usada como una herramienta de estabilización en el sentido de Lyapunov tomando a la función $S(x)$ como una función candidata de Lyapunov, consideramos el siguiente teorema:

Teorema 1. (Pasividad y estabilidad) Consideramos que el sistema Σ es pasivo con función de almacenamiento $S(x)$, entonces se cumplen las siguientes propiedades:

- (i) Si $S(x)$ es definida positiva, entonces el equilibrio $x = 0$ de Σ con $u = 0$ es estable.
- (ii) Si Σ es pasivo estricto de salida, entonces es \mathcal{L}_2 estable con ganancia finita.
- (iii) Si Σ es pasivo estricto de estado con $S(x)$ definida positiva, entonces el equilibrio $x = 0$ de Σ es asintóticamente estable.

Cuando la función de almacenamiento $S(x)$ es una función radialmente desacotada, estas propiedades son globales, es decir, el equilibrio del sistema es globalmente-asintóticamente estable.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considere un robot manipulador compuesto de n eslabones rígidos unidos a través de articulaciones giratorias con servomotores de transmisión directa y el modelo dinámico que se presenta en la siguiente ecuación:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau, \quad (3)$$

donde $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares gravitacionales y $\tau \in \mathbb{R}^n$ es el vector de pares aplicados. Los vectores $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ denotan la posición, velocidad y aceleración articular respectivamente. La representación en espacio de estados del modelo dinámico de la ecuación (3) toma la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ M(q)^{-1} [\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - g(q)] \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Algunas propiedades de interés que se presentan en Kelly et al. (2006) del modelo dinámico de la ecuación (3) para diseño de controladores y análisis de estabilidad por Lyapunov se muestran a continuación:

Propiedad 1: La matriz de inercia $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es simétrica $M(q) = M(q)^\top$ y definida positiva $M(q) > 0$.

Propiedad 2: La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(q, \dot{q})$ y la derivada con respecto al tiempo de la matriz de inercia $\dot{M}(q)$ satisfacen:

$$x^\top \left[\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] x = 0 \quad \forall x,$$

es decir, la matriz $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es antisimétrica.

El problema de control de trayectoria es formulado en los siguientes términos: Considere el modelo dinámico de la ecuación (3) y una trayectoria de posición deseada $q_d \in \mathbb{R}^n$, la cual se considera que es suave, continua y al menos dos veces diferenciable. El problema de seguimiento de trayectoria consiste en diseñar una ley de control τ , de tal forma que el vector de posición q siga con precisión a la trayectoria deseada q_d , es decir,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \tilde{q}(t) \\ \dot{\tilde{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n}, \quad (5)$$

donde $\tilde{q} \in \mathbb{R}^n$ representa el error de posición y se define como $\tilde{q} := q - q_d$ y el error de velocidad $\dot{\tilde{q}} \in \mathbb{R}^n$ se define como $\dot{\tilde{q}} := \dot{q} - \dot{q}_d$.

4. REDISEÑO DEL CONTROLADOR BACKSTEPPING PARA ROBOTS MANIPULADORES

El rediseño propuesto del controlador de trayectoria para robots manipuladores presentado en Fossen and Berge (1997) se enuncia en la siguiente proposición:

Proposición 1. Considere una trayectoria deseada $q_d(t)$ que es suave, continua y al menos dos veces diferenciable, considere también la ley de control dada por

$$\tau = M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + g(q) - K_v s - \phi(\tilde{q}), \quad (6)$$

donde $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz de ganancias simétrica y definida positiva; $\tilde{q} = q - q_d$ es el error de posición y

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r, \quad (7)$$

es el error de velocidad, donde la referencia de velocidad artificial \dot{q}_r es

$$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \phi(\tilde{q}), \quad (8)$$

con $\tilde{q}^\top \phi(\tilde{q}) > 0$. Entonces, el modelo dinámico de la ecuación (3) en lazo cerrado con el controlador de la ecuación (6) satisface que el error de posición y el error de velocidad sigan a la trayectoria deseada como se enuncia en la ecuación (5).

Proof. La demostración de estabilidad mediante el enfoque de pasividad se realiza considerando la siguiente función $S(x)$ como propuesta de una función candidata de Lyapunov,

$$S = \frac{1}{2} s^\top M(q) s + \int_0^{\tilde{q}} \phi(\bar{q}) d\bar{q} \quad (9)$$

La derivada temporal de la función candidata de Lyapunov (9) adquiere la siguiente forma:

$$\dot{S} = \frac{1}{2} s^\top \dot{M}(q) s + s^\top M(q) \dot{s} + \phi^\top(\tilde{q}) \dot{\tilde{q}} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{2} s^\top \dot{M}(q) s + s^\top M(q) \dot{s} + \phi^\top(\tilde{q}) (-\phi(\tilde{q}) + s) \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2} s^\top \dot{M}(q) s + s^\top M(q) \dot{s} - \phi^\top(\tilde{q}) \phi(\tilde{q}) + \phi^\top s \quad (12)$$

Combinando y realizando operaciones entre la ecuación (7) y la ecuación (8) se tiene

$$M(q)\dot{s} = M(q)\ddot{q} - M(q)\ddot{q}_r \quad (13)$$

$$= \tau - M(q)\ddot{q}_r - C(q, \dot{q})\dot{q}_r - g(q) - C(q, \dot{q})s \quad (14)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la ecuación (12)

$$\begin{aligned} \dot{S} = & s^\top (\tau - M(q)\ddot{q}_r - C(q, \dot{q})\dot{q}_r - g(q) + \phi(\tilde{q})) \\ & + s^\top \left(\frac{1}{2} \dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right) s - \phi^\top(\tilde{q}) \phi(\tilde{q}) \end{aligned} \quad (15)$$

Haciendo uso de la *Propiedad 2*, y considerando la ecuación (6) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{S} = & s^\top (M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + g(q) - K_v s - \phi(\tilde{q})) \\ & - M(q)\ddot{q}_r - C(q, \dot{q})\dot{q}_r - g(q) + \phi(\tilde{q}) - \phi^\top(\tilde{q}) \phi(\tilde{q}) \\ = & -s^\top K_v s - \phi^\top(\tilde{q}) \phi(\tilde{q}) < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Remark 1. Este trabajo también puede ser interpretado mediante la técnica de inmersión e invarianza para sistemas mecánicos, donde la posición es variable de estado de la dinámica objetivo y la velocidad es la coordenada fuera de la variedad (superficie), Astolfi and Ortega (2003).

5. CASO DE ESTUDIO

5.1 Plataforma experimental

La implementación y evaluación experimental del control propuesto se realiza en un robot manipulador de

transmisión directa de 2 grados de libertad, cuyo modelo dinámico está dado de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde

$$M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_1 + I_2, \quad (18)$$

$$M_{12} = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2, \quad (19)$$

$$M_{21} = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2, \quad (20)$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2, \quad (21)$$

$$C_{11} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2, \quad (22)$$

$$C_{12} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \quad (23)$$

$$C_{21} = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1, \quad (24)$$

$$C_{22} = 0, \quad (25)$$

$$g_1 = l_{c1} m_1 \sin(q_1) + m_2 l_1 \sin(q_1) + m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2), \quad (26)$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2). \quad (27)$$

Para la implementación experimental del rediseño propuesto y los algoritmos de control de trayectoria que se emplean en este trabajo, considere los valores numéricos de la siguiente tabla, para los parámetros de los componentes de la matriz de inercia, la matriz de Coriolis y el vector de pares gravitacionales del modelo dinámico de la ecuación (17).

Tabla 1. Parámetros del robot manipulador de 2 grados de libertad.

| Articulación | Notación | Unidades |
|--------------|----------|---------------------------|
| Hombro | m_1 | 6.94kg |
| | l_1 | 0.35m |
| | l_{c1} | 0.057m |
| | I_1 | 1.422Nm $\frac{s^2}{rad}$ |
| | b_1 | 2.155Nm $\frac{s}{rad}$ |
| Codo | m_2 | 1.18kg |
| | l_2 | 0.35m |
| | l_{c2} | 0.041m |
| | I_2 | 0.097Nm $\frac{s^2}{rad}$ |
| | b_2 | 0.215Nm $\frac{s}{rad}$ |
| | g | 9.81 $\frac{Nm}{s^2}$ |

5.2 Diseño de la trayectoria deseada

La trayectoria deseada consiste en un círculo ubicado en el cuarto cuadrante del plano cartesiano y su ecuación se muestra a continuación:

$$x_d = x_c + r \sin(t), \quad (28)$$

$$y_d = -y_c + r \cos(t), \quad (29)$$

donde x_d y y_d representan a la trayectoria deseada en coordenadas cartesianas, r es el radio del círculo con longitud $r = 0.2m$, el centro del círculo en el plano cartesiano se ubica en $x_c = 0.3m$ y $y_c = 0.3m$. Para la implementación y evaluación experimental del rediseño

propuesto, también se requiere la primera derivada y segunda derivada de las ecuaciones (28) y (29) por lo que se obtienen las siguientes expresiones

$$\dot{x}_d = r \cos(t), \quad (30)$$

$$\dot{y}_d = -r \sin(t), \quad (31)$$

$$\ddot{x}_d = -r \sin(t), \quad (32)$$

$$\ddot{y}_d = -r \cos(t), \quad (33)$$

con lo que se obtiene velocidad y aceleración deseada en coordenadas cartesianas. Además, la implementación requiere de conocer la posición articular deseada está se obtiene de la cinemática inversa del robot manipulador de 2 grados de libertad asociada al cuarto cuadrante empleando las ecuaciones (28) y (29) y las longitudes de los eslabones, hombro y codo de la Tabla 1, entonces

$$q_{d1} = \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{y_d}{x_d} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{l_2 \sin(q_{d2})}{l_1 + l_2 \cos(q_{d2})} \right), \quad (34)$$

$$q_{d2} = \frac{\cos^{-1}(x_d^2 + y_d^2 - l_1^2 - l_2^2)}{2l_1 l_2}. \quad (35)$$

5.3 Implementación experimental del controlador propuesto

Considere la ley de control (6) con las siguientes especificaciones para ϕ dadas por

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_1 \tilde{q}_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1} \tanh(\tilde{q}_1) \\ \kappa_2 \tilde{q}_2 + \frac{\theta_1}{\theta_2} \tanh(\tilde{q}_2) \end{bmatrix}, \quad (36)$$

donde $\kappa_1, \kappa_2, \theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}$ son constantes definidas positivas. Observe que $\phi(\tilde{q})$ en cada componente tiene dos ganancias, $\kappa_{1,2}$ permite una rápida convergencia a la zona de saturación de $\tanh(\tilde{q})$ y $\theta_{1,2}$ permite ajustar la zona lineal de $\tanh(\tilde{q})$.

Considere el control de la ecuación (6), la ecuación (36) y la trayectoria deseada en coordenadas articulares de las ecuaciones (34) y (35). Los valores de las ganancias κ, θ y las ganancias K_v se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Ganancias elegidas para la implementación del control de la ecuación (6).

| Ganancia | Valor |
|------------|-------|
| K_{v1} | 6.65 |
| K_{v2} | 16.8 |
| κ_1 | 15 |
| κ_2 | 0.15 |
| θ_1 | 95 |
| θ_2 | 48 |

Con los valores de ganancias elegidos se obtienen las siguientes gráficas que muestran los resultados obtenidos de la implementación experimental:

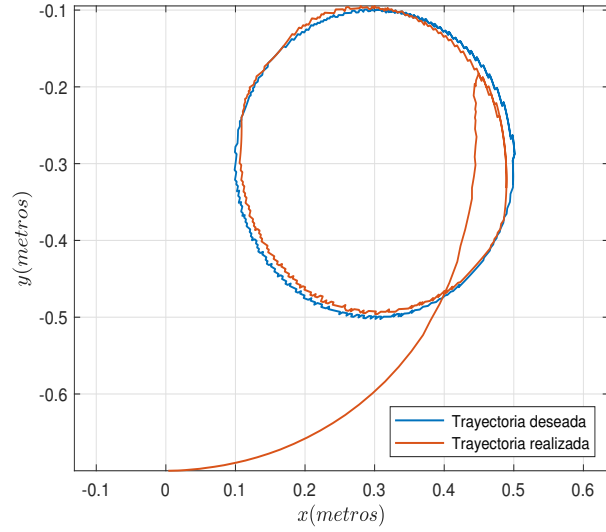


Fig. 1. Trayectoria realizada por el robot manipulador de 2 grados de libertad.

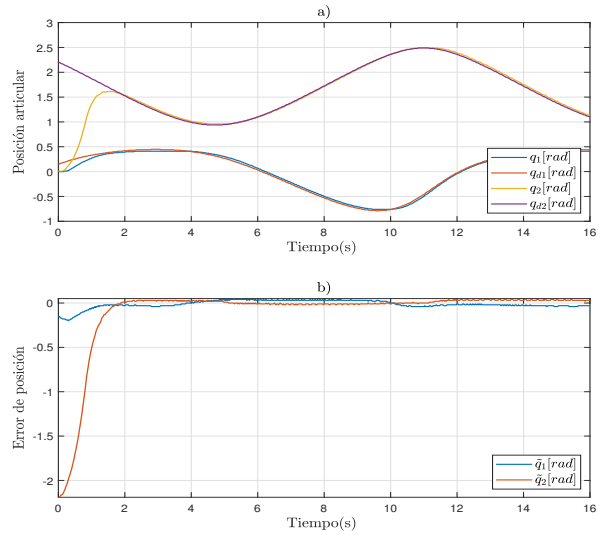


Fig. 2. a) Posiciones articulares deseadas. b) Error de posición.

La Figura 1, muestra la gráfica de la trayectoria que realiza el robot manipulador con el rediseño propuesto (6) en la gráfica se observa que el robot sigue de cerca a la trayectoria deseada, en la gráfica de la Figura 2, se muestran las posiciones articulares deseadas y realizadas por el robot y los errores de posición, también se observa que las articulaciones del robot se aproximan a la trayectoria deseada en un tiempo menor a 2 segundos, después de este tiempo el controlador hace que el error de posición este cerca del cero, este comportamiento es igualmente visible en la gráfica de la Figura 3, donde se muestra que las velocidades articulares siguen de cerca a las velocidades deseadas aproximándose en un tiempo menor a 2 segundos por el robot, el error de velocidad

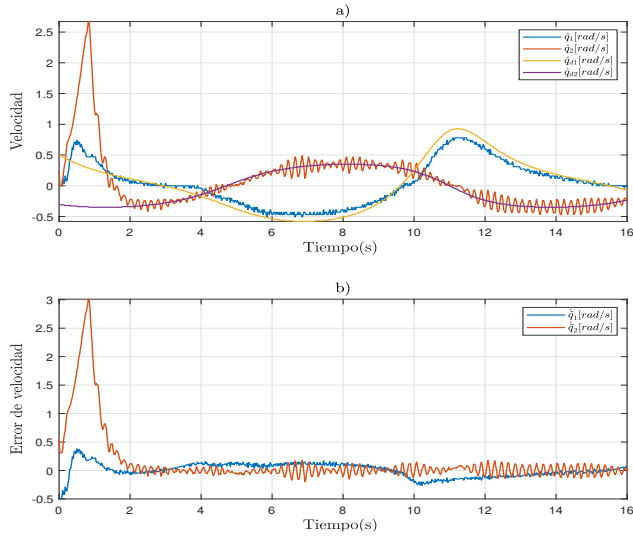


Fig. 3. a) Velocidad articular deseada. b) Error de velocidad.

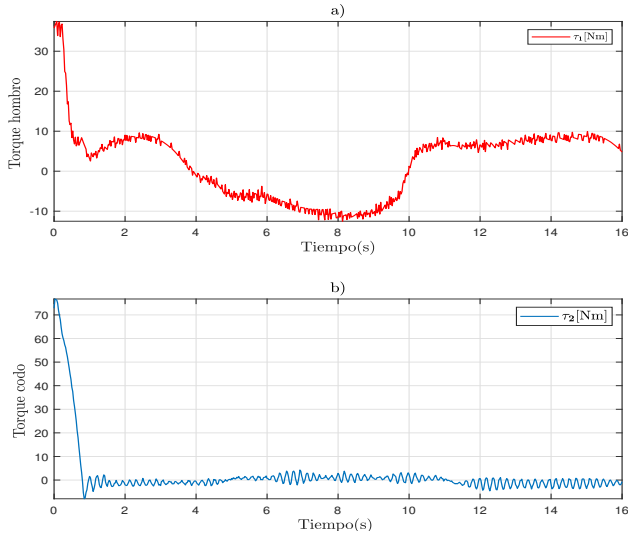


Fig. 4. a) Torque para el hombro. b) Torque para el codo.

muestra que este se mantiene cerca del cero. En la Figura 4, se muestran los torques aplicados al robot para poder realizar la trayectoria, los valores de los torques se encuentran entre $-10Nm$ y $10Nm$ para el hombro y entre $-2Nm$ y $2Nm$ para el codo.

6. IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS CONTROLES PD+ Y BACKSTEPPING

6.1 Implementación algoritmo PD+

La implementación y evaluación experimental del control de trayectoria PD+ que se presenta en (Kelly et al., 2006), está dado por la siguiente ecuación

$$\tau = M(q)\ddot{q}_d + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + g(q) + K_v\dot{\tilde{q}} + K_p\tilde{q}, \quad (37)$$

donde $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $K_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales de ganancias definidas positivas. Para propósitos de comparación de desempeño se consideran las siguientes ganancias:

Tabla 3. Ganancias para el control PD+.

| Ganancia | Valor |
|----------|-------|
| K_{p1} | 95 |
| K_{p2} | 48 |
| K_{v1} | 6.65 |
| K_{v2} | 16.8 |

Observe que K_p toma los valores de θ_1 y θ_2 del rediseño de control propuesto.

6.2 Implementación algoritmo backstepping

Se realiza la implementación y evaluación experimental del control de trayectoria backstepping (Fossen and Berge, 1997), el cual está dado por la siguiente ecuación:

$$\tau = M(q)\ddot{q}_r + C(q, \dot{q})\dot{q}_r + g(q) - K_v s - K_p \tilde{q} \quad (38)$$

donde $K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $K_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices diagonales de ganancias definidas positivas y q_r es la referencia virtual de velocidad y se define como

$$q_r := -\dot{q}_d - \Lambda \tilde{q}, \quad (39)$$

además, s es la entrada virtual de control que se define como

$$s := \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}, \quad (40)$$

donde $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz diagonal de ganancias definida positiva. Para propósitos de comparación de desempeño se consideran las siguientes ganancias:

Tabla 4. Ganancias para el control backstepping.

| Ganancia | Valor |
|-------------|-------|
| K_{p1} | 95 |
| K_{p2} | 48 |
| K_{v1} | 6.65 |
| K_{v2} | 16.8 |
| Λ_1 | 3 |
| Λ_2 | 2 |

Donde K_p toma los valores de θ_1 y θ_2 del control propuesto y se agregan las ganancias Λ_1 y Λ_2 .

7. COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO

Para poder realizar un procedimiento que nos permita cuantificar el rendimiento de los algoritmos de control de trayectoria que en este trabajo se presentan, se determina el índice de desempeño de cada uno con la norma \mathcal{L}_2 , tomando como medida de desempeño el error de posición

\tilde{q} y el error de velocidad $\dot{\tilde{q}}$ como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\mathcal{L}_2[\tilde{q}] = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \|\tilde{q}(t)\|^2 dt}, \quad (41)$$

$$\mathcal{L}_2[\dot{\tilde{q}}] = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \|\dot{\tilde{q}}(t)\|^2 dt}. \quad (42)$$

Tabla 5. Comparación de desempeño del error de posición y del error de velocidad.

| Controlador | Desempeño error de posición | Desempeño error de velocidad |
|--------------------|-----------------------------|------------------------------|
| Rediseño propuesto | 0.4237 | 0.5192 |
| PD+ | 0.4292 | 0.5147 |
| Backstepping | 0.4271 | 0.6221 |

En la Tabla 5, se muestran los valores de desempeño obtenidos de la implementación para los tres algoritmos de control, observe que el algoritmo de control propuesto (6) presenta un mejor desempeño tomando como medida el error de posición respecto al control backstepping (38) y al control PD+ (37). Además, se observa que el desempeño del error de la velocidad del control propuesto presenta un mejor desempeño que el desempeño del control backstepping y se observa que el control PD+ presenta un mejor desempeño que el control propuesto, sin embargo, aunque los índices de desempeño se encuentran muy de cerca al control propuesto, backstepping y PD+ tienen un error de posición mayor lo que hace pensar que si se realiza una mejor sintonización de ganancias a los algoritmos de control de trayectoria (37) y (38) el índice de desempeño mostraría menor calidad lejos del desempeño que muestra el rediseño propuesto en este trabajo.

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el rediseño de un control de trayectoria basado en el algoritmo backstepping para robots manipuladores. Se mostró que el rediseño propuesto es asintóticamente estable realizando el análisis de estabilidad por pasividad. Para poder realizar un estudio experimental que nos permita comparar el desempeño del rediseño propuesto se realizó su implementación en un robot manipulador de dos grados de libertad y se consideraron otros algoritmos para su implementación, estos son backstepping y PD+ ya que estos tienen una estructura matemática similar. El estudio del índice de desempeño de los tres algoritmos mostró que el rediseño propuesto presenta mejoría sobre los controladores comparados, por otra parte, el diseño de la trayectoria deseada se presentó en coordenadas cartesianas debido a que es posible presentar el diseño de forma más simple lo que facilita su interpretación. Finalmente, y como trabajo futuro se propone diseñar estrategias de sintonización de ganancias que garanticen que los servomotores no se

saturen y así evitar vibraciones mecánicas y realizar mejor seguimiento de la trayectoria deseada.

REFERENCES

- Astolfi, A. and Ortega, R. (2003). Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(4), 590–606.
- Canudas, C., Siciliano, B., and Bastin, G. (2012). *Theory of robot control*. Springer Science & Business Media.
- Fossen, T.I. and Berge, S.P. (1997). Nonlinear vectorial backstepping design for global exponential tracking of marine vessels in the presence of actuator dynamics. In *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 5, 4237–4242. IEEE.
- Kelly, R. (1990). Adaptive computed torque plus compensation control for robot manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 25(2), 161 – 165.
- Kelly, R., Davila, V.S., and Perez, J.A.L. (2006). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer Science & Business Media.
- Krstic, M., Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P.V., et al. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. Wiley New York.
- Lozano, R., Brogliato, B., and Landau, I. (1992). Passivity and global stabilization of cascaded nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(9), 1386–1388.
- Ortega, R., Jiang, Z.P., and Hill, D.J. (1997). Passivity-based control of nonlinear systems: A tutorial. In *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No. 97CH36041)*, volume 5, 2633–2637. IEEE.
- Ortega, R., Perez, J.A.L., Nicklasson, P.J., and Sira-Ramirez, H.J. (2013). *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media.
- Sepulchre, R., Jankovic, M., and Kokotovic, P.V. (2012). *Constructive nonlinear control*. Springer Science & Business Media.
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., and Oriolo, G. (2010). *Robotics: modelling, planning and control*. Springer Science & Business Media.
- Siciliano, B. and Villani, L. (1996). A passivity-based approach to force regulation and motion control of robot manipulators. *Automatica*, 32(3), 443–447.
- Spong, M.W. and Vidyasagar, M. (2008). *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons.
- Van Der Schaft, A. (2017). *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*, volume 3. Springer International Publishing.