

Control Sensorless Simultáneo de la Velocidad Angular y Flujo de Campo de un Motor No lineal de Corriente Directa con Excitación Separada

Cuauhtémoc Guerrero* Victor Santibañez**
Yutzil V. Araiza-Olvera* Jorge Valente-Morales*
Javier Ollervides**

* Universidad Autónoma de la Ciudad de México, México D.F. C.P. 09790, México, (e-mail: cuauhtemoc.guerrero@uacm.edu.mx, yutzil.araiza@estudiante.uacm.edu.mx, jorge.valente@estudiante.uacm.edu.mx).

** Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de La Laguna, Blvd. Revolución y Calzada Cuauhtémoc, Torreón, Coahuila, C.P. 27000, México, (e-mail: vsantiba@itl.laguna.edu.mx).

Resumen: En este trabajo se presenta una estrategia de control simultáneo de seguimiento de velocidad angular y flujo de campo, utilizando la metodología de pasividad para un motor de corriente directa en su configuración de excitación separada cuyo modelo matemático resulta no lineal cuando se considera que el flujo es variante, tomando en cuenta para el diseño sólo la medición de señales de corrientes de los devanados del campo y de la armadura, por lo que se le denomina control *sensorless*. Se presenta un análisis formal de estabilidad del sistema en lazo cerrado formado por el motor, el controlador y un estimador de la velocidad angular.

Keywords: Control *Sensorless*, Motor DC, Modelo no Lineal, Pasividad.

1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas de corriente directa (CD) con escobillas se mantienen comercialmente vigentes en la actualidad de forma relevante, a pesar de la fuerte influencia de tecnologías de servo amplificadores para motores sin escobillas (brushless) que ofrecen alternativas atractivas al uso de conmutadores/escobillas [De Doncker et al., 2010]. Una razón para mantenerlos vigentes es el uso de técnicas de fabricación bien establecidas de los motores en conjunto con convertidores electrónicos de potencia, por lo que se siguen utilizando ampliamente en artículos domésticos y productos automotrices como se mencionan en [Ghosh et al., 2018] y [De Doncker et al., 2010].

Tradicionalmente, los motores de CD son acoplados con amplificadores lineales teniendo medición de la velocidad para implementarles, usualmente, esquemas de control lineal. Sin embargo, hay algunos diseños con técnicas de control no lineal, como el trabajo reportado en [Piña et al., 2006], en donde mediante un enfoque Hamiltoniano con puertos controlados, se deriva un modelo basado en los principios de la conversión de la energía y utilizando técnicas pasivas se logra la estabilización por retroalimentación del estado. Otros tipos de controladores son diseñados usando el modelo lineal del motor en conjunto con la dinámica extra de convertidores electrónicos de potencia; algunos usan convertidores AC-DC como en [Marmidis and Alexandridis, 2009]; otros usan convertidores DC-DC, como en [Linares-Flores and Sira-Ramirez, 2004] usando la metodología basada en pasividad o [Alexandridis and Konstantopoulos, 2014] donde diseña un controlador PI no lineal de velocidad.

Los trabajos reportados para el motor de CD son básicamente considerando que se tiene un flujo de campo constante; esto debido a que se tiene un imán permanente o se alimenta de forma constante los devanados del campo. El

motor de CD de excitación separada se puede considerar que tiene una estructura lineal en su modelo matemático bajo ciertas consideraciones, por lo que se puede encontrar mucha información de estrategias de control de tipo lineal en muchos libros de texto. Asimismo, hay dos líneas de trabajo: considerando que se mide alguna variable de naturaleza mecánica (por medio de un sensor o transductor acoplado a la flecha) en conjunto con variables de naturaleza eléctrica (normalmente sensores de corrientes); y la otra es considerando medición sólo de variables de naturaleza eléctrica y a ésta se les denomina *sensorless*. Para los diseños considerados *sensorless* del motor de CD se han realizados dos clasificaciones, [Radcliffe and Kumar, 2015] y [Rao et al., 2016], los cuales son:

- Método basado en el modelo matemático. Esta técnica se fundamenta en el conocimiento del modelo matemático de la máquina y que relaciona las mediciones de variables de naturaleza eléctrica con la velocidad, i.e., el voltaje y la corriente se dan como entrada al modelo y éstas se usan para estimar la velocidad.
- Método basado en la componente del Rizo (Ripple). Estos aprovechan que la corriente del rotor del motor de CD muestra las formas (artefacts) del proceso de conmutación y si además se conoce la configuración de los polos del estator, las ranuras (slots) del rotor y los elementos del conmutador, con todo esto la velocidad puede ser medida [Radcliffe and Kumar, 2015].

Cabe hacer mención que los trabajos *sensorless* para el motor de CD reportados son en esencia para la estimación de la velocidad angular o del par de carga. Los diseños para la primera variable se pueden separar en dos tipos: los que sólo realizan la estimación de velocidad y los que hacen tanto la estimación como control de velocidad.

A principios del siglo actual empezó a tener auge el trabajar en estrategias *sensorless* para el motor de CD, de las que se destacan los siguientes. En [Ghosh et al., 2018] la estimación de la velocidad se realiza por medio de un modelo híbrido difuso y discreto aprovechando reportes de trabajos previos en donde los modelos que se utilizan incorporan efectos de dominio espacial, i.e., efectos de ranuras (slot) y fenómenos de conmutación. En [Rigatos, 2009] reportan la aplicación de un método denominado filtro de partícula (particle filter) que a diferencia del diseño por Filtro de Kalman no requiere alguna suposición sobre la medición de distribución de ruido para la estimación de los estados del motor de CD. Por otro lado, en [Liem et al., 2015] se estima el par de carga de la flecha de la máquina usando un método de modelado basado sobre una técnica de control adaptable la cual se denomina como sintonización en línea PID difuso gris (online tuning grey fuzzy PID). Asimismo en [Afjei et al., 2007] proponen un control de velocidad usando las variaciones de corriente y voltaje producidas en el motor en las líneas de potencia de entrada principal cuando las escobillas se mueven de una a otra, en donde detectan la frecuencia de las variaciones que son proporcionales a la velocidad del motor y a la posición del rotor. Por otro lado, en [Dal, 2009] midiendo la corriente de armadura, se diseña un observador de estados tipo Luenberger, para la velocidad angular utilizando la técnica de modos deslizantes. En [Chinch-Tsuns et al., 2012] diseñan un circuito para detectar la frecuencia de rizo (debido a la componente de rizo de AC de la corriente del motor) y esta es relacionada a la velocidad angular. Mientras que en [Kumar and Thilagar, 2015] realizan una estimación de par de carga de tipo *sensorless* usando técnicas de estimación algebraicas y observadores de orden reducido midiendo la corriente y el voltaje de la armadura bajo la suposición de que el par de carga es constante a tramos y dicha estimación se utiliza en un control por retroalimentación de salida cuyo diseño está basado en los errores dinámicos.

Hay muchos trabajos que en su diseño consideran el modelo no lineal, de los cuales se puede mencionar a [Bodson and Chiasson, 1998] en donde utilizan métodos diferencial-geométrico (por medio de una linealización exacta) para realizar el control de velocidad considerando que tiene disponible las señales de los estados de dos formas: primero, teniendo como entrada tanto el voltaje del campo como de la armadura para realizar el llamado control de armadura; segundo, manteniendo fijo el voltaje de la armadura para realizar el control de campo, mientras que en [Liu et al., 2001] utilizan técnicas de linealización mediante retroalimentación considerando al motor de DC de excitación separada con múltiples entradas y múltiples salidas como un sistema no lineal para manipularlo en rangos de alta velocidad y debilitamiento de campo. Por otro lado, en [Campos-Delgado et al., 2007] utiliza la metodología basada en pasividad para diseñar estrategias de control de las tres configuraciones del motor de CD, considerando la disponibilidad de las señales del estado completo, conocimiento exacto de los parámetros de la máquina y considerando que el par de carga es desconocido pero constante.

El trabajo que se presenta tiene la finalidad de considerar el modelo matemático del motor de CD con una estructura que es no lineal y aplicar técnicas que aprovechan

las propiedades de pasividad que tiene dicho modelo no lineal para diseñar una estrategia de control. En esta propuesta tenemos varias diferencias con lo reportado en [Campos-Delgado et al., 2007], de las que se pueden mencionar que: no se requiere de la definición de un error de par para definir los voltajes de armadura y campo así como de las corrientes deseadas para los devanados de armadura; se diseña un estimador de la velocidad angular considerando que sólo se miden variables de naturaleza eléctrica; en los voltajes de armadura y campo tenemos incorporado términos que representan la integral de error de corriente de armadura y flujo de campo, justificando formalmente su uso ya que ésta es una práctica muy usual en aplicaciones industriales. Se realiza una estrategia en la cual se consideran dos variables como referencia: una es la velocidad angular y la otra es el flujo magnético de los devanados del campo, esto inspirado en el trabajo inicial de Espinosa-Pérez [1993] para motores de inducción. Cabe hacer mención, que lo se propone puede tener una aplicación directa en sistemas de tracción o vehículos que utilizan motores de CD con campo devanado.

2. MODELO MATEMÁTICO NO LINEAL DEL MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA CON EXCITACIÓN SEPARADA

Son tres las ecuaciones que describen las características de un motor de CD excitado de forma separada. Una es la que relaciona el balance de voltajes en los devanados del campo. Considerando que se trabaja en la región lineal de la curva de magnetización en los devanados del campo [Bodson and Chiasson, 1998], el flujo (de enlace o flux linkage) en los devanados del campo ϕ_f (y asumiendo que en el entrehierro no se tiene flujo de dispersión) se relaciona con la corriente de campo i_f como

$$\phi_f(i_f) = L_f i_f \quad (1)$$

por lo que la ecuación que se tiene al aplicar ley de voltajes de Kirchhoff a la malla de los devanados de campo resulta

$$v_f = \frac{R_f}{L_f} \phi_f + \frac{d}{dt} \phi_f \quad (2)$$

en donde R_f y L_f son la resistencia e inductancia, respectivamente, de los devanados del campo, mientras que v_f es el voltaje de alimentación a dicho devanado.

La ecuación que se tiene presente en los devanados del rotor es

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{d}{dt} i_a + K_\phi \phi_f \omega \quad (3)$$

siendo R_a y L_a la resistencia e inductancia, respectivamente, que se tienen en los devanados de la armadura, mientras que K_ϕ es una constante de proporcionalidad. Asimismo, i_a es la corriente que se presenta en este devanado cuando se excita mediante un voltaje v_a y ω denota la velocidad angular del rotor.

Para la parte mecánica, se tiene una ecuación que relaciona las fuerzas giratorias presentes en la flecha del rotor de la forma

$$J \frac{d}{dt} \omega + B \omega - K_\phi \phi_f i_a = -\tau_L \quad (4)$$

donde los parámetros B y J son la constante de fricción viscosa y momento de inercia respectivamente, mientras que τ_L es el par de carga aplicada a la flecha del motor.

Definiendo al flujo de campo como $x_1 = \phi_f$, a la corriente de los devanados de la armadura como $x_2 = i_a$ y a la velocidad angular del rotor como $x_3 = \omega$, las ecuaciones (2), (3) y (4), el sistema se puede escribir como

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathcal{R}\mathbf{x} + \mathcal{C}(x_1)\mathbf{x} = \mathcal{Q} \quad (5)$$

donde $x \in \mathbb{R}^3$ es el vector de estados mientras que el vector de entradas es $\mathcal{Q} = [v_f \ v_a \ -\tau_L]^T \in \mathbb{R}^3$ y

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & L_a & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} \frac{R_f}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{C}(x_1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_\phi x_1 \\ 0 & -K_\phi x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

con $\mathcal{D} \in \mathbb{R}_+^{3 \times 3}$ y $\mathcal{R} \in \mathbb{R}_+^{3 \times 3}$ son matrices diagonales y $\mathcal{C}(x_1) \in \mathbb{R}_+^{3 \times 3}$ es una matriz antisimétrica.

Observación 1. Por cuestiones físicas, los parámetros del motor son todos positivos, por lo que las matrices \mathcal{D} y \mathcal{R} son definidas positivas. Asimismo, la matriz $\mathcal{C}(x_1)$ es antisimétrica. Por otro lado, si se considera una función de almacenamiento como $\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathcal{D} \mathbf{x}$, el motor de CD de excitación separada (5) representa un mapeo pasivo estrictamente de las entradas a los estados, como se demuestra en [Campos-Delgado et al., 2007].

3. RESULTADO PRINCIPAL

3.1 Formulación del problema.

Considere el modelo matemático no lineal del motor de corriente directa de excitación separada dado por (5). Suponga que:

- A.1** Se dispone de la medición de las señales de las corrientes de los devanados de la armadura i_a y del campo i_f .
- A.2** Todos los parámetros (eléctricos y mecánicos) del modelo del motor de corriente directa de excitación separada son conocidos.
- A.3** La velocidad angular deseada del rotor del motor ω_d es una función suave, acotada y dos veces diferenciable, con primera y segunda derivada acotada conocidas.
- A.4** El flujo deseado del campo ϕ_{fd} es una función conocida, positiva, suave, acotada y diferenciable, con primera derivada acotada.
- A.5.** El par de carga τ_L es una función conocida pero constante.

El problema de control es: encontrar los voltajes de campo y de armadura del motor de CD no lineal sin la medición de la posición o velocidad angular del rotor de tal forma que en lazo cerrado el sistema logre seguimiento de velocidad asintótico global con todas las variables internas acotadas.

3.2 Controlador propuesto

Se propone el voltaje de control de la armadura como

$$v_a = L_a \dot{x}_{2d} + R_a x_{2d} + K_\phi x_{1d} x_{3d} + K_{pa} e_a + K_{ia} \int_0^t e_a dt + K_g (x_{3d} - \hat{x}_3) \quad (6)$$

donde x_{1d} , x_{2d} y x_{3d} son el flujo magnético del campo deseado, la corriente de armadura deseada y la velocidad angular deseada respectivamente, \hat{x}_3 es la velocidad angular estimada, mientras que e_a denota el error de la corriente de la armadura. Asimismo, se propone el voltaje de control de los devanados del campo como

$$v_f = \dot{x}_{1d} + \frac{R_f}{L_f} x_{1d} - K_\phi x_{3d} e_a + K_{pf} e_f + K_{if} \int_0^t e_f dt + K_\phi x_{2d} (x_{3d} - \hat{x}_3) \quad (7)$$

donde e_f es el error de flujo del campo y la corriente deseada para los devanados de la armadura se propone por medio de

$$x_{2d} = \frac{\tau_L + J \dot{x}_{3d} + B x_{3d} + K_\omega (x_{3d} - \hat{x}_3)}{K_\phi x_{1d}} \quad (8)$$

cuya derivada respecto al tiempo es

$$\dot{x}_{2d} = \frac{\dot{\tau}_L + J \ddot{x}_{3d} + B \dot{x}_{3d} + K_\omega [\dot{x}_{3d} - \dot{\hat{x}}_3]}{K_\phi x_{1d}} - \frac{(\tau_L + J \dot{x}_{3d} + B x_{3d} + K_\omega [x_{3d} - \hat{x}_3]) \dot{x}_{1d}}{K_\phi x_{1d}^2} \quad (9)$$

Además, la velocidad angular del rotor se propone mediante una ecuación de estado como

$$\dot{\hat{x}}_3 = \frac{1}{J} (-\tau_L - B \hat{x}_3 + K_\phi x_{1d} x_{2d}) - \frac{K_\omega}{\gamma} (x_{3d} - \hat{x}_3) - K_\phi x_{2d} e_f - \frac{K_g}{\gamma} e_a \quad (10)$$

con las constantes $K_{ia} > 0$, $K_{if} > 0$ y

$$K_{pf} > -\frac{R_f}{L_f} \quad (11a)$$

$$K_{pa} > -R_a \quad (11b)$$

$$K_\omega > -B \quad (11c)$$

$$K_g^2 < 4(R_a + K_{pa})(B + K_\omega) \quad (11d)$$

$$\gamma > \frac{J}{B} K_\omega \quad (11e)$$

Bajo estas condiciones, se resuelve el problema planteado, i.e., el sistema en lazo cerrado logra seguimiento de velocidad asintótico global con todas las variables internas acotadas.

Observación 2. La suposición **A.1** es fácil de cumplir por la disponibilidad de sensores para estas variables, la suposición **A.2** se cumple regularmente con los datos de placa y especificaciones del fabricante y las suposiciones **A.3** y **A.5** se tienen por ser útiles para el propósito de asegurar seguimiento de la velocidad así como el análisis de estabilidad del presente trabajo.

Observación 3. El flujo de campo deseado es una entrada al sistema como una señal de referencia y cumple con la suposición **A.4**, en la que hay que considerar que ésta siempre debe ser positiva y distinta de cero. En realidad, el flujo de campo no se mide, pero si se considera que la máquina trabaja en la región lineal de la curva de magnetización, se tiene la relación dada en (1).

3.3 Diseño del esquema de control propuesto

Se considera el modelo dado por (5) para encontrar la dinámica del motor en lazo cerrado en función de los errores. Para ello, el vector de errores $\mathbf{e} = [e_f \ e_a \ e_\omega]^T$ se define como

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \quad (12)$$

o en forma particular

$$e_f = x_{1d} - x_1 = \phi_{fd} - \phi_f \quad (13a)$$

$$e_a = x_{2d} - x_2 = i_{ad} - i_a \quad (13b)$$

$$e_\omega = x_{3d} - x_3 = \omega_d - \omega \quad (13c)$$

donde e_ω es el error de velocidad. Además, se define el error de estimación de velocidad angular como

$$\tilde{\omega} = \tilde{x}_3 = x_3 - \hat{x}_3 = \omega - \hat{\omega} \quad (14)$$

Dadas (13c) y (14) se puede definir una nueva variable, denominada ω_p , que relaciona, ya sea al error de velocidad con el error de estimación de velocidad o a la velocidad estimada con la velocidad deseada, i.e.,

$$\omega_p = \tilde{x}_3 + e_\omega = x_{3d} - \hat{x}_3 \quad (15)$$

Considerando (12) y realizando manipulación, de (5) se llega a

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathcal{R}\mathbf{e} + \mathcal{C}(x_1, x_{2d}, x_{3d})\mathbf{e} = \bar{\Psi} \quad (16)$$

donde

$$\mathcal{C}(x_1, x_{2d}, x_{3d}) = \begin{bmatrix} 0 & -K_\phi x_{3d} & K_\phi x_{2d} \\ K_\phi x_{3d} & 0 & K_\phi x_1 \\ -K_\phi x_{2d} & -K_\phi x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

y $\bar{\Psi} = [\bar{\Psi}_f \ \bar{\Psi}_a \ \bar{\Psi}_\omega]^T$, o en forma particular

$$\bar{\Psi}_f = -v_f + \dot{x}_{1d} + \frac{R_f}{L_f}x_{1d} - K_\phi x_{3d}e_a + K_\phi x_{2d}e_\omega \quad (18a)$$

$$\bar{\Psi}_a = -v_a + L_a\dot{x}_{2d} + R_ax_{2d} - K_\phi x_{1d}x_{3d} \quad (18b)$$

$$\bar{\Psi}_\omega = \tau_L + J\dot{x}_{3d} + Bx_{3d} - K_\phi x_{1d}x_{2d} \quad (18c)$$

En el lado izquierdo de (16) se sigue teniendo a las matrices \mathcal{D} y \mathcal{R} , las cuales son definidas positivas y se tiene una matriz $\mathcal{C}(x_1, x_{2d}, x_{3d})$ la cual es antisimétrica.

El sistema en lazo cerrado dado por (16) es el que se considera para realizar una propuesta de controlador sin la medición de la posición o velocidad angular. Para ello, de la ecuación (18a) el voltaje de alimentación para los devanados del campo se proponen como se presentan en (7), sustituyendo éste en (18a), considerando (15) en cuanto los términos de error de estado de velocidad y error de seguimiento de velocidad y simplificando se tiene

$$\bar{\Psi}_f = -K_{pf}e_f - K_{if}\int_0^t e_f dt - K_\phi x_{2d}\tilde{x}_3. \quad (19)$$

Escogiendo la corriente deseada para los devanados de la armadura como se muestra en (8) y sustituyéndola en (18c) además de considerar lo dado en (15) y simplificando se llega a

$$\bar{\Psi}_\omega = -K_\omega\omega_p = -K_\omega(\tilde{x}_3 + e_\omega). \quad (20)$$

Asimismo, eligiendo el voltaje de la armadura como está dada en (6), sustituyendo éste en (18b) y simplificando se llega a

$$\bar{\Psi}_a = -K_{pa}e_a - K_{ia}\int_0^t e_a dt K_g\tilde{x}_3 - K_g e_\omega \quad (21)$$

Para sobrellevar la no medición de la velocidad angular, se diseña un observador de dicha velocidad, por lo que se considera la ecuación que describe el comportamiento mecánico del motor de CD dada por (4) y lo expresado en (15), se propone el observador para la velocidad angular presentado en (10). La ecuación de estado del error de seguimiento se obtiene considerando la estructura de (14), sustituyendo lo que se tiene en (4) y (10) resultando en

$$\dot{\tilde{\omega}} = -\left(\frac{B}{J} - \frac{K_\omega}{\gamma}\right)\tilde{x}_3 + \frac{K_\omega}{\gamma}e_\omega + K_\phi x_{2d}e_f + \frac{K_g}{\gamma}e_a \quad (22)$$

En la expresión para los voltajes de armadura dada por (6) se requiere de la derivada respecto al tiempo de

las corrientes deseadas de armadura, por lo que ésta se obtienen en forma analítica al derivar (8) respecto al tiempo se tiene (9).

Observación 4. Debido a que en (8) se tiene en el denominador al flujo de campo deseado, para evitar singularidades éste debe de ser $\phi_{fd} \neq 0$, y debido a que es un valor que es una entrada de referencia extra lo podemos imponer que siempre sea $\phi_{fd} > 0$ y con una trayectoria suave y acotada. De hecho, por cuestiones inherentes a la máquina, para tener un funcionamiento adecuado se debe de tener siempre la presencia del flujo de campo ya que si este llega a ser cero en algún momento en funcionamiento, se puede llevar a desbocamiento del motor de CD.

3.4 Análisis de estabilidad del esquema propuesto

Se define una función definida positiva que incluye a los errores de estado y el error de seguimiento de velocidad $\tilde{\omega}$ de la forma

$$H_e = \frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathcal{D}\mathbf{e} + \frac{\gamma}{2}\tilde{x}_3^2 + \frac{1}{2}K_{ia}\left(\int_0^t e_a dt\right)^2 + \frac{1}{2}K_{if}\left(\int_0^t e_f dt\right)^2 \quad (23)$$

Derivando (23) respecto al tiempo sustituyendo lo expresado en (16), (19), (20), (21), (22) y considerando que $\mathcal{C}(x_1, x_{2d}, x_{3d})$ es antisimétrica se llega

$$\dot{H}_e = -\left(\frac{R_f}{L_f} + K_{pf}\right)e_f^2 - (R_a + K_{pa})e_a^2 - (B + K_\omega)e_\omega^2 - \left(\frac{\gamma B}{J} - K_\omega\right)\tilde{x}_3^2 - K_g e_\omega e_a \quad (24)$$

La ecuación (24) se puede escribir como

$$\dot{H}_e = -\mathbf{e}_H^T \mathcal{P} \mathbf{e}_H \quad (25)$$

donde $\mathbf{e}_H = [e_f \ e_a \ e_\omega \ \tilde{x}_3]^T$ y

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \frac{R_f}{L_f} + K_{pf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a + K_{pa} & \frac{1}{2}K_g & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}K_g & B + K_\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma B}{J} - K_\omega \end{bmatrix}$$

Con las condiciones de las constantes dadas en (11), planteadas en el resultado principal, la matriz \mathcal{P} es definida positiva con lo que se asegura que \dot{H}_e se definida negativa, por lo que se tiene una estabilidad asintótica global en lazo cerrado.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El algoritmo del esquema de control propuesto en el presente trabajo, dado por las ecuaciones (6), (7), (8) y (9) junto con el estimador de estados dado por (10) en conjunto con las ecuaciones del modelo no lineal de motor de CD de excitación separada, dada por (5), se simularon en SIMULINK/MATLAB[®] con un paso de integración fijo de 0.01 ms y el método de integración numérica ode3 (Bogacki-Shampine, utilizando sólo bloques básicos de SIMULINK[®]).

Los parámetros del motor de CD que se usaron para la simulación se presentan en la Cuadro 1. Asimismo, para realizar la simulación se consideró un par de carga

Parámetro	Valor
R_a	17.352 [Ω]
L_a	36.274×10^{-3} [H]
R_f	158.96 [Ω]
L_f	1.5477 [H]
B	0.01517 [N m/rad/s]
J	0.0012547 [Kg m ²]
K_b	3.007 [V s/rad]

Cuadro 1. DC motor parameter values

constante de $\tau_L = 0.2$ [N-m] de acuerdo a la suposición **A.5**. Considerando [Guerrero et al., 2017], la velocidad angular deseada utilizada en el experimento de simulación y que cumple con la suposición **A.3**, es

$$\omega_d(t) = 800 \arctan\left(3 \sin\left(\frac{1}{5}t\right)\right) \left(1 - e^{-\frac{1}{20}t^3}\right) \quad (26)$$

Cabe hacer mención que sin pérdida de generalidad, se puede utilizar cualquier señal de referencia para la velocidad deseada si ésta cumple con la condición **A.3**.

La primera derivada respecto al tiempo de (26), que corresponde a la aceleración, resulta como

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_d = & 120t^2 e^{-\frac{1}{20}t^3} \arctan\left(3 \sin\left(\frac{1}{5}t\right)\right) \\ & + 480 \frac{\cos\left(\frac{1}{5}t\right)}{1 + 9 \sin^2\left(\frac{1}{5}t\right)} \left(1 - e^{-\frac{1}{20}t^3}\right) \end{aligned} \quad (27)$$

La segunda derivada respecto al tiempo de (26), que es referente al jerk, es

$$\begin{aligned} \ddot{\omega}_d = & 144 \frac{\cos\left(\frac{1}{5}t\right)}{1 + 9 \sin^2\left(\frac{1}{5}t\right)} t^2 e^{-\frac{1}{20}t^3} \\ & + 6(40 - 3t^3) \arctan\left(3 \sin\left(\frac{1}{5}t\right)\right) t e^{-\frac{1}{20}t^3} \\ & - 96 \frac{\sin\left(\frac{1}{5}t\right) [10 + 9 \cos^2\left(\frac{1}{5}t\right)]}{(1 + 9 \sin^2\left(\frac{1}{5}t\right))^2} \left(1 - e^{-\frac{1}{20}t^3}\right) \end{aligned} \quad (28)$$

La función del flujo deseado que se utilizó en la simulación y que cumple la suposición **A.4** es

$$\phi_d = \frac{1}{10} \sin\left(\frac{1}{4}t\right) + \frac{7}{10} \quad (29)$$

mientras que los valores de las ganancias del controlador que se utilizaron son $K_{ia} = 25$, $K_{if} = 100$, $K_{pa} = 2$, $K_{pf} = 10$, $K_\omega = -0.25B$, $\gamma = 10$ y

$$K_g = 1.75 \sqrt{(R_a + K_{pa})(B + K_\omega)}.$$

En la Figura 1 se muestran las gráficas de velocidad deseada, velocidad estimada y velocidad real. En dicha Figura se puede ver el seguimiento de velocidad que hay de la velocidad real a la velocidad deseada. Debido a que las gráficas de las tres señales están sobrepuestas, se tienen dos cuadros de acercamiento: el que está a la izquierda corresponde a los primeros 0.6 [s] de la simulación en donde se puede observar que tanto la velocidad estimada como la velocidad real empiezan a seguir a la velocidad deseada antes de 0.1 [s]; el segundo cuadro corresponde en el momento que la referencia de velocidad cruza por cero y se puede observar como la velocidad estimada y real siguen a la velocidad deseada.

La corriente deseada de los devanados de la armadura calculada por medio de (8) así como la corriente real de dichos devanados se presentan en la Figura 2. Debido a

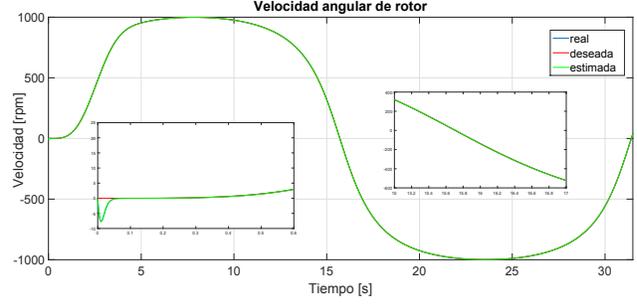


Figura 1. Respuesta de velocidad del motor de CD.

la presencia del par de carga, al inicio de la simulación se tiene que la corriente deseada es distinto de cero, la corriente real es igual a la deseada antes de 0.1 [s] como se puede observar en el cuadro de acercamiento que se tiene a la izquierda de la Figura 2. Se tiene otro cuadro a la izquierda en donde se puede ver cómo la corriente real es igual a la deseada.

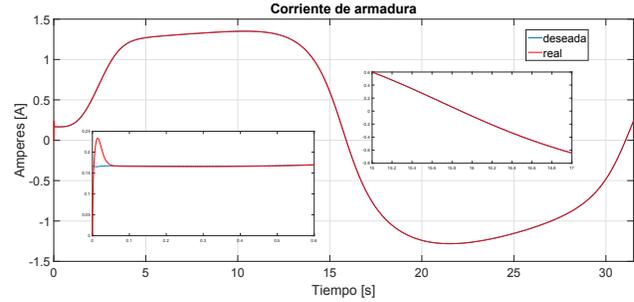


Figura 2. Corriente de armadura del motor de CD.

En la Figura 3 se muestra el voltaje de armadura que se requiere para obtener el seguimiento de la velocidad angular.

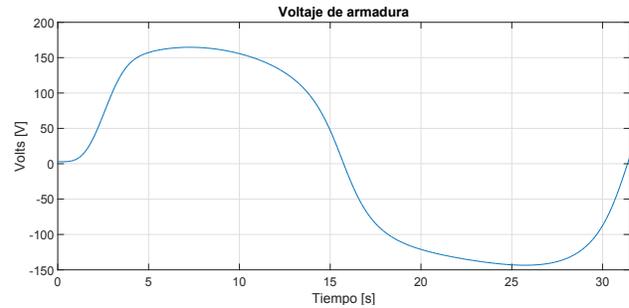


Figura 3. Voltaje de armadura del motor de CD.

El flujo deseado para los devanados del campo se obtiene por medio de la función dada por (29) el cual se puede observar en la Figura 4 junto con el flujo real que se tiene en dichos devanados de campo. Al inicio de la simulación el flujo deseado es 0.7 [Wb] por lo que el flujo real llega a seguir a este antes de 0.1 [s] como se ve en cuadro de acercamiento que se tiene a la izquierda de la Figura 4. En el cuadro que se tiene a la derecha de dicha Figura se observa como el flujo real sigue al deseado.

En la Figura 5 se presenta el voltaje del campo que se requiere para obtener el seguimiento del flujo en los devanados del campo.

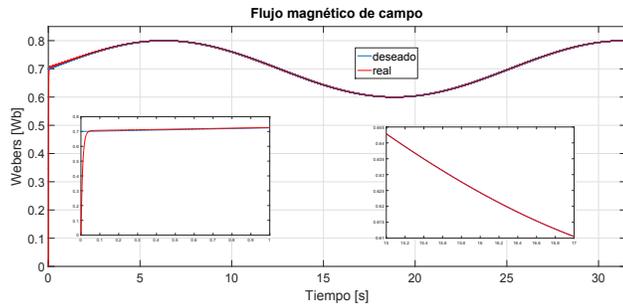


Figura 4. Flujo de campo del motor de CD.

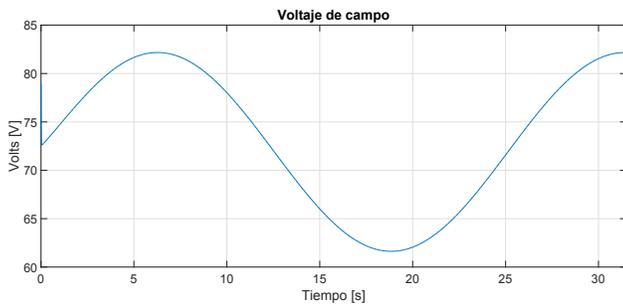


Figura 5. Voltaje de campo del motor de CD.

5. CONCLUSIONES

En este artículo, se presenta un esquema de control no lineal *sensorless*, para tener un seguimiento asintótico global en forma simultánea de la velocidad angular de la flecha así como del flujo de los devanados de campo del motor de CD de excitación separada, considerando que se tienen entradas de referencias para ambas variables. Esta propuesta es novedosa ya que se puede obtener los voltajes de control de los dos devanados, sin importar si las referencias de entrada son variables como se comprueba en el experimento de simulación. Como trabajo futuro queda el implementar en forma real el esquema de control, así como relajar algunas restricciones en el diseño del algoritmo como son las suposiciones **A.2** y **A.5**.

AGRADECIMIENTOS:

Este trabajo es apoyado por la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) así como por los proyectos TecNM y CONACYT 134534 para realizar el presente trabajo.

REFERENCIAS

Afjei, E., Ghomsheh, A.N., and Karami, A. (2007). Sensorless speed/position control of brushed dc motor. In *Electrical Machines and Power Electronics, 2007. ACEMP'07. International Aegean Conference on*, 730–732. IEEE.

Alexandridis, A.T. and Konstantopoulos, G.C. (2014). Modified pi speed controllers for series-excited dc motors fed by dc/dc boost converters. *Control Engineering Practice*, 23, 14–21.

Bodson, M. and Chiasson, J. (1998). Differential-geometric methods for control of electric motors. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8(11), 923–954.

Campos-Delgado, D.U., Palacios, E., and Espinoza-Trejo, D.R. (2007). Passivity based control of nonlinear dc motors configurations and sensorless applications. In *Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on*, 3379–3384. IEEE.

Chinch-Tsuns, G., Chi, S.A., et al. (2012). Speed measurement of a general dc brushed motor based on sensorless method. *IEEE paper 2012*.

Dal, M. (2009). Dsp based sensorless pm dc drives using a proportional plus sliding mode control. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(19), 502–507.

De Doncker, R., Pulte, D.W., and Veltman, A. (2010). *Advanced electrical drives: analysis, modeling, control*. Springer Science & Business Media.

Espinosa-Pérez, G.R. (1993). Control no-lineal de motores de inducción. In *Doctorado en Ingeniería UNAM, Facultad de Ingeniería, 1993*. UNAM.

Ghosh, M., Saha, P.K., and Panda, G.K. (2018). Hybrid computational mechanical sensorless fuzzified technique for speed estimation of permanent magnet direct current brushed motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(6), 4565–4573.

Guerrero, C., Santibanez, V., and Ollervides, E.J. (2017). Control por retroalimentación de salida de un motor bldc sin observador de estado de la velocidad angular. *Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2017*.

Kumar, S.G. and Thilagar, S.H. (2015). Sensorless load torque estimation and passivity based control of buck converter fed dc motor. *The Scientific World Journal*, 2015.

Liem, D.T., Truong, D.Q., and Ahn, K.K. (2015). A torque estimator using online tuning grey fuzzy pid for applications to torque-sensorless control of dc motors. *Mechatronics*, 26, 45–63.

Linares-Flores, J. and Sira-Ramirez, H. (2004). Dc motor velocity control through a dc-to-dc power converter. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 5, 5297–5302. IEEE.

Liu, Z.Z., Luo, F.L., and Rashid, M.H. (2001). Speed non-linear control of dc motor drive with field weakening. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 1, 541–547. IEEE.

Marmidis, G.E. and Alexandridis, A.T. (2009). A passivity-based pi control design for dc-drives. In *Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on*, 1511–1516. IEEE.

Piña, A.M., Rios, E.M., and Acosta, V. (2006). Stabilization of a brushed dc motor with the port controlled hamiltonian approach. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia*, 29(2).

Radcliffe, P. and Kumar, D. (2015). Sensorless speed measurement for brushed dc motors. *IET Power Electronics*, 8(11), 2223–2228.

Rao, T.M., Ghosh, M., and Halder, B. (2016). Effect of pole placement of a full order state observer in sensorless speed estimation of brushed dc motor. In *Power India International Conference (PIICON), 2016 IEEE 7th*, 1–6. IEEE.

Rigatos, G.G. (2009). Particle and kalman filtering for state estimation and control of dc motors. *ISA transactions*, 48(1), 62–72.