

## Evaluación experimental del control de motores de inducción bajo la condición sensorless

E. Alexandro Albiter-Alpizar\* Hoover Mujica-Ortega\*  
Gerardo Espinosa-Pérez\*\* Jaime A. Moreno\*\*\*

\* Facultad de Ingeniería - UNAM, Departamento de Control y Robótica,  
Edificio P, Lab. Automatización, C.U., 04510, México CDMX e-mail:  
[alex.cb22@gmail.com](mailto:alex.cb22@gmail.com), [hmujica@unam.mx](mailto:hmujica@unam.mx)

\*\* Facultad de Ingeniería - UNAM, Edificio Posgrado 2<sup>do</sup> piso, C.U., 04510,  
México CDMX e-mail: [gerardoe@unam.mx](mailto:gerardoe@unam.mx)

\*\*\* Instituto de Ingeniería - UNAM, C.U., 04510, México CDMX e-mail:  
[JMorenoP@ii.unam.mx](mailto:JMorenoP@ii.unam.mx)

**Resumen:** En este artículo se presenta la evaluación experimental de la obtención de estados no medibles del motor de inducción bajo la condición *sensorless*. La evaluación se realiza con la ayuda de un algoritmo fundamentado en un análisis de observabilidad del motor, el cual establece la existencia de trayectorias indistinguibles de ciertos estados (la velocidad, flujos magnéticos, y par de carga) cuando sólo se pueden medir variables de naturaleza eléctrica del estator. Dicho algoritmo requiere la obtención de la segunda derivada de los voltajes de estator y la tercera derivada de las corrientes de estator, para lo cual se emplean métodos de diferenciación numérica que limitan la amplificación de ruido presente en la medición. Los resultados muestran que es posible recuperar los pares de trayectorias indistinguibles a pesar del ruido presente en la medición de las variables de estator, lo cual posibilita la implementación experimental de un observador bivaluado que, eventualmente y en conjunto con información complementaria, permita identificar el comportamiento actual del motor de inducción.

**Palabras clave:** Motor de inducción, Control *sensorless*, Análisis de observabilidad, Observador bivaluado, Diferenciador numérico.

### 1. INTRODUCCIÓN

Una de las estrategias de control de velocidad del motor de inducción (MI) que más interés ha cobrado en las últimas décadas, tanto en la industria como en la comunidad de investigación, es aquella estrategia bajo la condición *sensorless*. Dicho método consiste en realizar el control sin la necesidad de sensores de variables de naturaleza mecánica colocados en la flecha del motor, por lo que la información de dichas variables es estimada a partir de los voltajes y corrientes del estator, variables de dinámica exclusivamente eléctrica.

El uso de controladores de MI en condición *sensorless* se ha expandido en áreas que van desde aplicaciones industriales hasta electrodomésticas. En la industria, donde a la condición usualmente se le llama *encoderless*, es común tener que operar un MI en ambientes hostiles, lo que generalmente requiere eliminar sensores de velocidad (Holtz, 2002). Las principales ventajas del control bajo este esquema radican en bajos costos, alta fiabilidad, reducción de la complejidad del *hardware* necesario para realizar el control, mejor sensibilidad ante ruido, y menos mantenimiento de la máquina (Xu et al., 2018). Este tipo de condición recibe mucha atención de la academia pues abre la posibilidad de diseñar observadores para estimar los estados no medibles del MI, una máquina altamente no lineal, por lo que es de interés abordar este problema y proveer soluciones adecuadas.

Determinar si el MI es observable depende de las condiciones bajo las cuales opera la máquina. Si la operación es *sensorless* (se desconoce velocidad/posición, par de carga y flujos magnéticos, y únicamente se miden las variables de tipo eléctrico), ciertos estados exhiben trayectorias indistinguibles, es decir, trayectorias que no resultan en un solo valor. Los análisis reportados en (Canudas et al., 2000) e (Ibarra-Rojas et al., 2004) concluyen que el MI no es local ni globalmente observable dado el fenómeno de dichas trayectorias. Debido a que los valores de las trayectorias indistinguibles son soluciones de un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen la “dinámica indistinguible” del MI, esto implica que no es posible diseñar un observador convergente (Ibarra-Rojas et al., 2004).

Se han diseñado observadores no lineales de distintos tipos: observadores dinámicos, observadores de alta ganancia, observadores basados en estructuras algebraicas, entre otros, todos ellos mencionados en (Marino et al., 2010) y (Glumineau and De-Leon-Morales, 2015). No obstante, estas técnicas poco se relacionan con los estudios de la observabilidad de la máquina. De hecho, las estructuras de los estimadores comúnmente omiten la existencia de las trayectorias inobservables exhibidas en los análisis de observabilidad. Como consecuencia, el rendimiento de estos observadores siempre se ve comprometido cuando operan *sensorless*, lo que conlleva la necesidad de incluir mecanismos heurísticos para evitar comportamientos indeseables.

En (Moreno et al., 2017) se propone un observador no lineal para el MI en operación *sensorless* que involucra directamente a las trayectorias indistinguibles previamente mencionadas. Basada en las ecuaciones del modelo matemático del motor, la estructura del estimador parte de la idea de que las trayectorias indistinguibles que presentan los flujos magnéticos, la velocidad, y el par de carga siempre aparecen en pares; es decir, que para cada valor real de una variable existe una trayectoria indistinguible. El observador (denominado observador bivaluado) es capaz, en simulación, de: (i) para trayectorias distinguibles, mostrar estimaciones correctas de los valores reales de las variables no medidas del motor, y (ii) para trayectorias indistinguibles, mostrar estimaciones correctas de todas las trayectorias indistinguibles.

Pese a que el análisis teórico de observabilidad ya está hecho y probado en (Moreno et al., 2017), es de interés realizar el análisis desde un punto de vista experimental a fin de validar su posibilidad de resolver el problema de control de motores de inducción bajo el esquema *sensorless* en una plataforma experimental. En este sentido, en el presente artículo se presenta la evaluación experimental del algoritmo para encontrar la velocidad  $\omega$  (o bien, ambos valores de velocidad) basado en el análisis de observabilidad de la máquina, sometiendo al MI a diferentes escenarios de operación.

El hecho de realizar la evaluación experimental del algoritmo añade el problema de presencia de ruido de medición, esto en la obtención de las corrientes y voltajes de estator a través de los sensores utilizados en los experimentos, lo que se traduce en la dificultad para diferenciar las señales sin amplificar el ruido. Así, en los experimentos realizados se emplean métodos de diferenciación numérica que limitan la amplificación de ruido presente en la medición.

La estructura del artículo es de la siguiente forma: en la Sección 2 se describe el modelo matemático del MI trifásico y se plantea el problema del motor en operación *sensorless*. En la Sección 3 se describe el análisis de observabilidad basado en la investigación detallada en (Moreno et al., 2017). En la sección 4 se describe el control empleado para la generación de perfiles deseados de velocidad. En la Sección 5 se exponen los métodos de diferenciación numérica empleados para la obtención de derivadas temporales de variables medidas. Para validar el análisis de observabilidad, se muestra una evaluación experimental en la Sección 6 para encontrar la velocidad  $\omega$  con la ayuda de las ecuaciones detalladas en la Sección 3 y métodos de diferenciación descritos en la Sección 5. En la última sección se establecen las conclusiones.

## 2. MODELO MATEMÁTICO DEL MI

En este artículo se considera el MI trifásico de múltiples pares de polos tipo jaula de ardilla. Se sabe que las ecuaciones de dicha máquina eléctrica pueden ser representadas en un plano bifásico ortogonal equivalente por medio de la transformación Blondel (Blondel et al., 1913), el cual resulta un marco de referencia más simple pues se evita la dependencia explícita de la posición del rotor (Liu et al., 1989). En la literatura, este modelo es conocido como *modelo ab* (Meisel, 1984) y está dado por el conjunto de ecuaciones:

$$\dot{I}_s = -\gamma I_s + \left( \frac{L_{sr} R_r}{\sigma L_r^2} \right) \psi_r - \left( \frac{n_p L_{sr}}{\sigma L_r} \right) \omega \mathcal{J} \psi_r + \frac{U_s}{\sigma} \quad (1a)$$

$$\dot{\psi}_r = - \left( \frac{R_r}{L_r} \right) \psi_r + (n_p \omega \mathcal{J}) \psi_r + \left( \frac{R_r L_{sr}}{L_r} \right) I_s \quad (1b)$$

$$\dot{\omega} = \left( \frac{1}{J} \right) \frac{n_p L_{sr}}{L_r} I_s^T \mathcal{J} \psi_r - \left( \frac{B}{J} \right) \omega - \frac{\tau_L}{J} \quad (1c)$$

donde  $\psi_r \in \mathbb{R}^2$  es el vector de encadenamientos de flujos magnéticos del rotor,  $I_s \in \mathbb{R}^2$  el vector de corrientes del estator,  $\omega$  la velocidad en el eje del motor,  $L_s, L_r, L_{sr} > 0$  las inductancias en estator, rotor y mutua respectivamente,  $R_s, R_r > 0$  las resistencias en estator y rotor respectivamente,  $n_p$  el número de par de polos,  $J > 0$  el momento de inercia del rotor,  $B \geq 0$  el coeficiente de amortiguamiento mecánico o fricción viscosa,  $\tau_L$  el par de carga externo aplicado al eje del rotor (una señal desconocida y variante en el tiempo),  $U_s \in \mathbb{R}^2$  los voltajes de estator,  $\bar{\sigma} = 1 - \frac{L_{sr}^2}{L_s L_r}$  el coeficiente de dispersión o coeficiente de Blondel con  $\sigma = L_s \bar{\sigma}$ , mientras que

$$\gamma = \left( \frac{L_{sr}^2 R_r}{\sigma L_r^2} + \frac{R_s}{\sigma} \right), \quad \mathcal{J} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\mathcal{J}^T$$

Bajo la operación *sensorless*, las únicas variables que pueden medirse son las corrientes  $I_s$ , y los voltajes de control  $U_s$ . El control del MI en estas condiciones debe diseñarse tomando en cuenta que los flujos de rotor  $\psi_r$  y la velocidad  $\omega$  no pueden medirse.

## 3. ANÁLISIS DE OBSERVABILIDAD

El siguiente análisis de observabilidad parte del realizado en (Moreno et al., 2017), que consistió en encontrar una expresión matemática para las variables  $\omega, \psi, T_L$  en términos de las variables medibles,  $I_s$  y  $U_s$ , y sus derivadas. Para facilitar el análisis a partir de las ecuaciones presentadas en la Sección 2, es posible agrupar los parámetros del motor en varios términos:

$$a = \frac{R_r}{L_r}; \quad b = \frac{L_r R_s}{L_{sr}}; \quad c = \frac{L_r}{L_{sr}}$$

$$\alpha = \frac{n_p L_{sr}}{L_r J}; \quad \beta = \frac{L_{sr}}{L_r \sigma}; \quad f = \frac{B}{J}$$

Se realiza una manipulación de los términos del conjunto de ecuaciones (1) con la finalidad de agrupar las variables no medibles en un solo término denominado  $\rho$ .

$$\dot{I}_s = \beta[\rho - (L_{sr} a + b) I_s + c U_s] \quad (2a)$$

$$\dot{\psi}_r = -\rho + L_{sr} a I_s \quad (2b)$$

$$\dot{\omega} = -B \omega + \alpha I_s^T \mathcal{J} \gamma^{-1} \rho - \frac{\tau_L}{J} \quad (2c)$$

donde:

$$\gamma = a \mathcal{I} - n_p \omega \mathcal{J} \quad (3)$$

y de la cual:

$$\mathcal{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Asimismo:

$$\rho = \gamma \psi_r \quad (4)$$

y, por ende:

$$\psi_r = \gamma^{-1}\rho \quad (5)$$

La ventaja del conjunto de ecuaciones (2) es que el cambio de variables separa a las variables medibles de las no medibles y se puede encontrar una relación entre ellas al indagar en la dinámica de  $\rho$ .

Dado que  $\rho$  representa un producto, su derivada puede escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \gamma\dot{\psi}_r - \dot{\gamma}\psi_r \\ \dot{\rho} &= \gamma\dot{\psi}_r - n_p\dot{\omega}\mathcal{J}\psi_r \end{aligned} \quad (6)$$

Multiplicando (6) por  $\psi_r^T$  y sabiendo que  $\psi_r^T\mathcal{J}\psi_r = 0$ :

$$\begin{aligned} \psi_r^T\dot{\rho} &= \psi_r^T\gamma\dot{\psi}_r - \dot{\omega}\psi_r^T n_p\mathcal{J}\psi_r \\ \psi_r^T\dot{\rho} &= \psi_r^T\gamma\dot{\psi}_r \end{aligned} \quad (7)$$

Sustituyendo la ecuación (5) en (7), se tiene que:

$$\rho^T\gamma^{-T}\dot{\rho} = \rho^T\gamma^{-T}\gamma[-\rho + L_{sr}aI_s] \quad (8)$$

El desarrollo de las ecuaciones que prosigue requiere de manipular  $\gamma$  y su valor inverso transpuesto, y cuadrático. De la ecuación (3) se tiene que:

$$\begin{aligned} \gamma^{-1} &= \frac{1}{a^2 + n_p^2\omega^2}(a\mathcal{I} + n_p\omega\mathcal{J}) \\ \gamma^{-T} &= \frac{1}{a^2 + n_p^2\omega^2}(a\mathcal{I} - n_p\omega\mathcal{J}) \\ \gamma^{-T} &= \frac{1}{a^2 + n_p^2\omega^2}(\gamma) \\ \gamma^2 &= (a^2 - n_p^2\omega^2)\mathcal{I} - 2an_p\omega\mathcal{J} \end{aligned} \quad (9)$$

Ahora, sustituyendo (9) en (8):

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2 + n_p^2\omega^2}\rho^T\gamma\dot{\rho} &= \frac{1}{a^2 + n_p^2\omega^2}\rho^T\gamma\gamma[-\rho + L_{sr}aI_s] \\ \rho^T\gamma\dot{\rho} &= \rho^T\gamma^2[-\rho + L_{sr}aI_s] \end{aligned} \quad (11)$$

Y sustituyendo (10) en (11) se tiene:

$$\rho^T(a\mathcal{I} - n_p\omega\mathcal{J})\dot{\rho} = \rho^T[(a^2 - n_p^2\omega^2)\mathcal{I} - 2an_p\omega\mathcal{J}][-\rho + L_{sr}aI_s]$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} a\rho^T\dot{\rho} - n_p\omega\rho^T\mathcal{J}\dot{\rho} &= -a^2\rho^T\rho + n_p^2\omega^2\rho^T\rho \\ &+ a^3L_{sr}\rho^TI_s - n_p^2\omega^2L_{sr}a\rho^TI_s \\ &- 2a^2L_{sr}n_p\omega\rho^T\mathcal{J}I_s \end{aligned} \quad (12)$$

Nótese que la ecuación obtenida posee una forma cuadrática y de ella se puede extraer  $\omega$ . En efecto, la ecuación (12) puede reescribirse como sigue:

$$\begin{aligned} &\underbrace{(\rho^T\rho - L_{sr}a\rho^TI_s)}_A n_p^2\omega^2 \\ &+ \underbrace{(-2a^2L_{sr}\rho^T\mathcal{J}I_s + \rho^T\mathcal{J}\dot{\rho})}_{B} n_p\omega \\ &+ \underbrace{(a^3L_{sr}\rho^TI_s - a^2\rho^T\rho - a\rho^T\dot{\rho})}_C = 0 \end{aligned}$$

de la cual es posible obtener dos valores de la velocidad  $\omega$  que satisfacen la ecuación:

$$\omega = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (13)$$

De esta ecuación, en (Moreno et al., 2017) se concluye que es posible establecer una relación entre variables

medibles y no medibles, pues se puede obtener  $\omega$  en términos de las variables  $I_s$ ,  $\rho$ , y  $\dot{\rho}$ , que a su vez pueden extraerse de las mediciones de  $I_s$  y  $U_s$ , y sus respectivas derivadas. Asimismo, se concluye que existen dos posibles situaciones con las cuales se puede obtener  $\omega$ :

1. Caso distinguible: la ecuación (12) tiene una única solución. Esto implica que la trayectoria real del sistema es distinguible y la solución a la ecuación corresponde al valor real.
2. Caso indistinguible: La ecuación (12) posee dos soluciones. En este caso, las trayectorias son indistinguibles y ambas soluciones corresponden a dos posibles valores de la velocidad real. Es imposible decidir qué solución coincide con el valor real si sólo se tiene información de las variables medibles.

#### 4. CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

La evaluación requiere generar perfiles de velocidad deseados excitando a la máquina con voltajes determinados. Para la generación de dichos voltajes, se considera el controlador basado en pasividad (PBC) no lineal para el seguimiento de velocidad y norma de flujos magnéticos de rotor, específicamente  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\omega - \omega_d| = 0$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\psi_r\| - \|\psi_{rd}\| = 0$ , donde  $\omega_d$  es la velocidad deseada y  $\|\psi_{rd}\|$  la norma de flujos magnéticos de rotor deseada. La forma del controlador da indicio de que en los experimentos se ejecutó un control realimentado, sin embargo, la acción de control fue empleada para generar los perfiles de velocidad en el MI en lazo abierto.

Considerando al modelo del MI descrito en (1) se define el error de estados y su dinámica como

$$e = x - x_d \implies \dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d \quad (14)$$

donde el vector de estados  $x \triangleq [I_s^T, \psi_r^T, \omega]^T \in \mathbb{R}^5$ . Por lo tanto, el vector de estados deseados se establece como  $x_d \triangleq [I_{sd}^T, \psi_{rd}^T, \omega_d]^T$ . La estructura de la ley de control aplicada a los voltajes de estator está dada por

$$\begin{aligned} U_s &= \sigma\dot{I}_{sd} + \frac{n_p L_{sr}}{L_r} \mathcal{J}\omega_d \psi_{rd} + \left( \frac{L_{sr}^2 R_r}{L_r^2} + R_s \right) I_{sd} \\ &- \frac{L_{sr} R_r}{L_r^2} \psi_{rd} - K_{I_s} e_{I_s}, \end{aligned} \quad (15)$$

donde se incluye un término de amortiguamiento constante  $K_{I_s}$  en el error de corrientes  $e_{I_s}$ , además el vector de corrientes deseadas de estator está dado por

$$I_{sd} = \frac{L_r}{R_r L_{sr}} \left( \dot{\psi}_{rd} - n_p \omega_d \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} \right), \quad (16)$$

mientras que los flujos de rotor deseados variantes en el tiempo se obtienen como solución del sistema dinámico

$$\dot{\psi}_{rd} = \left[ n_p \omega_d + \frac{R_r}{n_p \beta^2} \tau_d \right] \mathcal{J} \psi_{rd} + \frac{\dot{\beta}}{\beta} \psi_{rd}, \quad \psi_{rd}(0) = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

el par electromagnético deseado  $\tau_d$  se define como

$$\tau_d = J\dot{\omega}_d + B\omega_d + \hat{\tau}_L - K_{\omega} e_{\omega}, \quad (18)$$

donde

$$\hat{\tau}_L = -K_{\omega i} \int e_{\omega} dt, \quad K_{\omega i} > 0, \quad \hat{\tau}_L(0) = 0. \quad (19)$$

La derivada temporal de  $I_{sd}$  requerida para la implementación de la ley de control (15) se obtiene analíticamente y está dada por

$$\begin{aligned} \dot{i}_{sd} = & \frac{L_r}{L_{sr}n_p} \left[ \left( \frac{\dot{\tau}_d - 2\tau_d\dot{\beta}}{\beta} \right) \mathcal{J}\psi_{rd} + \left( \frac{\tau_d}{\beta^2} \right) \mathcal{J}\dot{\psi}_{rd} \right] \\ & + \frac{L_r}{R_r L_{sr}} \left[ \left( \frac{\dot{\beta}\beta - \dot{\beta}^2}{\beta^2} \right) \psi_{rd} + \left( \frac{\dot{\beta}}{\beta} \right) \dot{\psi}_{rd} \right] + \frac{\dot{\psi}_{rd}}{L_{sr}}, \end{aligned} \quad (20)$$

al igual que la derivada temporal de  $\tau_d$ , definida por

$$\dot{\tau}_d = J\dot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d + \dot{\tau}_L - K_\omega \dot{e}_\omega. \quad (21)$$

## 5. MÉTODO DE DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA

La evaluación experimental requiere de medir solamente los valores de corrientes y voltajes de estator, por lo que es necesario estimar correctamente las derivadas de dichas variables a fin de computar con fiabilidad el algoritmo de observabilidad.

En (Mujica-Ortega and Espinosa-Pérez, 2015) se propone un método de diferenciación numérica que es llamado *diferenciador sucio de tercer orden*, el cual es usado para estimar velocidad y aceleración de rotor de un MI a partir de la posición medida por un codificador incremental. La mayor ventaja que ofrece este tipo de diferenciador es un buen desempeño dinámico, debido a que su estructura se asemeja a una cadena de integradores, obteniendo una versión de velocidad de rotor con menos ruido y de la cual pueden calcularse sus respectivas derivadas de forma exacta.

En el caso de este trabajo, se propone el uso del mismo método de diferenciación mencionado pero para estimar las derivadas de las variables medibles del MI en restricción *encoderless*, es decir los voltajes y corrientes de estator. El método está descrito por:

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (22a)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \quad (22b)$$

$$\dot{z}_3 = -\lambda^3 z_1 - 3\lambda^2 z_2 - 3\lambda z_3 + \lambda^3 \eta$$

donde  $\eta$  representa la variable de naturaleza eléctrica medida en las terminales del motor (es decir, cada elemento de los vectores de corrientes  $I_s$  y  $U_s$ , que representan el valor en cada fase),  $z_1$  la misma variable pero filtrada,  $\dot{z}_1 = z_2$  la primera derivada de la variable,  $\dot{z}_2 = z_3$  la segunda derivada de la variable, con

$$[z_1(0) \ z_2(0) \ z_3(0)]^T = [\eta(0) \ 0 \ 0]^T.$$

Dado que este método está fundamentado en un sistema dinámico lineal, es necesario conocer la condición bajo la cual existe estabilidad en dicho sistema. La condición es  $\lambda > 0$ , pero como primera aproximación se recomienda asignar  $\lambda$  mayor a dos veces el valor máximo de la frecuencia de las variables de índole eléctrica, así se preserva el contenido frecuencial de la señal de entrada. Note, que conforme  $\lambda \rightarrow \infty$ , este método será una mejor aproximación al operador derivada, por lo tanto más sensible al ruido (Mujica-Ortega and Espinosa-Pérez, 2015).

## 6. EVALUACIÓN EXPERIMENTAL

El propósito de esta sección es ilustrar, con resultados obtenidos de una plataforma experimental, cómo es que

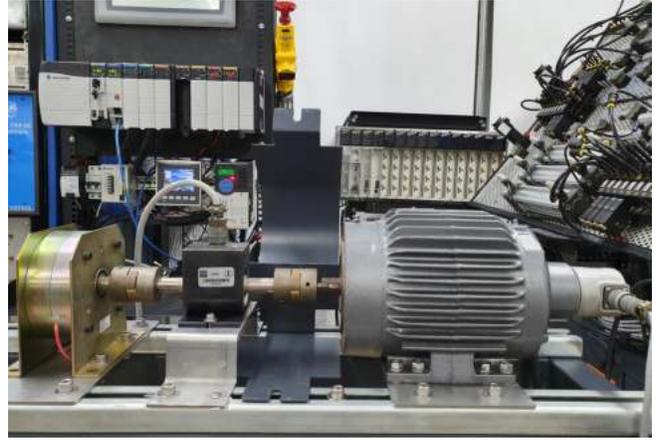


Figura 1. Plataforma experimental.

se producen trayectorias indistinguibles para las variables de tipo mecánico que no pueden medirse cuando sí es posible medir las de clase eléctrica. Todos los resultados mostrados en esta sección fueron obtenidos aplicando distintas señales de voltajes (provenientes de la ley de control (15)) para dos diferentes perfiles de velocidad. Es importante mencionar que no se consideró la posibilidad de variación paramétrica en el modelo para la ejecución del algoritmo de observabilidad.

### 6.1 Condiciones de evaluación

Los experimentos realizados fueron implementados con una tarjeta dSPACE 1104 y un MI tal y como se muestra en la Figura 1, donde se aprecia el motor de inducción, además el sensor de par conectado al eje del rotor y un freno de partículas de polvo magnético. En la Tabla 1, se muestran los parámetros del MI.

TABLA 1. PARÁMETROS MOTOR DE INDUCCIÓN

Voltaje / potencia nominal	220 V / 1 HP
Par de polos	$n_p = 2$
Resistencia de estator	$R_s = 2.516 \ \Omega$
Resistencia de rotor	$R_r = 1.9461 \ \Omega$
Inductancia de estator	$L_s = 0.2340 \text{ mH}$
Inductancia de rotor	$L_r = 0.2302 \text{ mH}$
Inductancia mutua	$L_{sr} = 0.2226 \text{ mH}$
Fricción viscosa	$B = 1.1 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
Coefficiente momento de inercia	$J = 6.04675 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

Para ambos escenarios de evaluación, se utilizó una  $\lambda = 600$  para el diferenciador sucio de tercer orden. Los tiempos de los experimentos fueron de 35 segundos, y el método de solución numérica empleado fue ODE4 (Runge-Kutta), con una frecuencia de muestreo de 0.1 ms. Las ganancias del controlador PBC se eligieron como  $K_{I_s} = 0$ ,  $K_\omega = 0$ , y  $K_{\omega_i} = 0$ , pues la acción de control (15) se empleó en lazo abierto.

### 6.2 Experimento 1

En el primer escenario de evaluación se afirma lo propuesto en (Moreno et al., 2017): con la restricción *sensorless*, los estados del MI exhiben trayectorias indistinguibles que existen en pares, es decir que para un valor real del estado existe otra trayectoria indistinguible.

Resulta claro que bajo esta condición, las únicas variables medibles son las corrientes de estator, mostradas

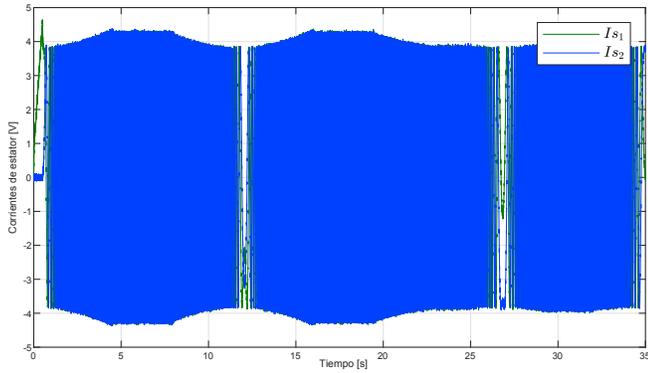


Figura 2. Escenario 1: corrientes de estator medidas.

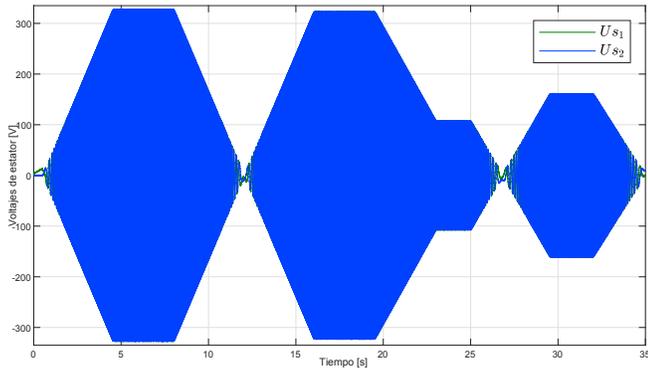


Figura 3. Escenario 1: voltajes de estator medidos.

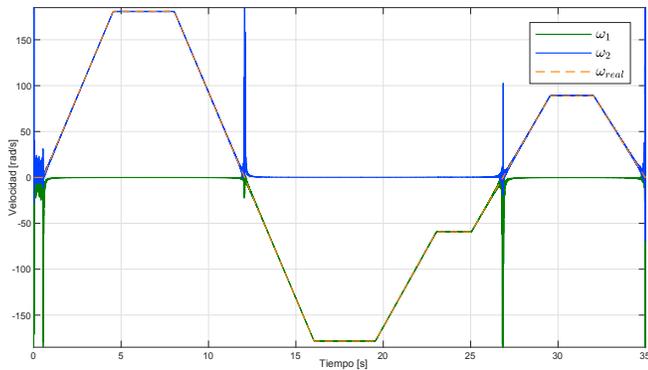


Figura 4. Escenario 1: velocidad real y velocidades estimadas.

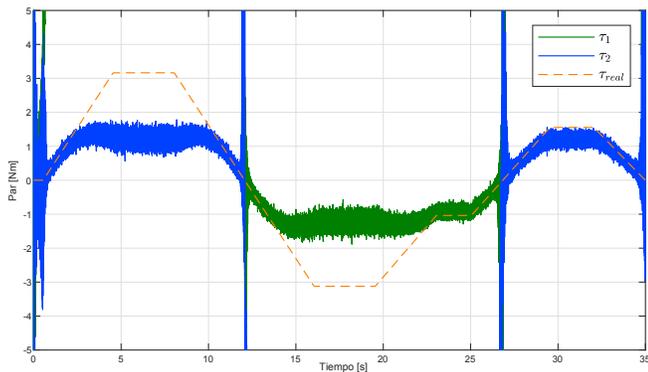


Figura 5. Escenario 1: par de carga real y pares de carga estimados.

en la Figura 2, y los voltajes de estator, mostrados en la Figura 3.

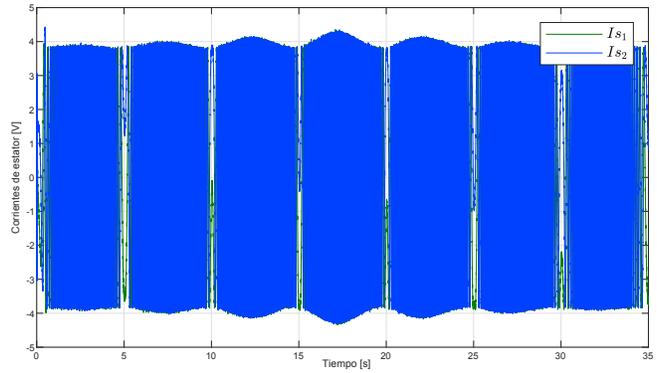


Figura 6. Escenario 2: corrientes de estator medidas.

En la Figura 4, se muestra el valor estimado de velocidad  $\omega$  por dos trayectorias distintas, de las cuales una de ellas es una estimación correcta cuando la otra es indistinguible, tal y como se esperaba del análisis mostrado en la Sección 3. Efectivamente, el hecho de que una sea una estimación correcta de la variable  $\omega$  y la otra represente una trayectoria indistinguible es una situación que conmuta dependiendo del valor real de velocidad. Con propósito de comparación, se midió la velocidad con un sensor tipo *encoder*.

Es importante notar, la incapacidad del algoritmo de estimar velocidades ante la presencia de ruido causado por los sensores de las variables medibles cuando el valor  $\mathcal{A}$  de la ecuación (13) se acerca a cero, que como consecuencia podría generar una singularidad. Esta limitación se podría ver acentuada si las mediciones presentan mayor ruido.

También es importante resaltar que las estimaciones se encuentran ligeramente defasadas con respecto al valor real de velocidad, esto debido al filtro que representa el sistema dinámico lineal del diferenciador sucio descrito en la ecuación (22). La consecuencia más notoria de este aspecto es la poca exactitud de estimación de  $\tau_L$ , cuya medición del valor real en conjunto con la estimación de su valor se muestran en la Figura 5. El par de carga resultante proviene de energizar el freno de partículas de polvo magnético que genera fricción en la flecha del MI cuando este se mueve. Sin embargo, este error de estimación no se considera sustancial al poder ser compensado si es que al algoritmo se le añade un controlador retroalimentado.

### 6.3 Experimento 2

En el escenario de evaluación 2 se optó por un perfil de velocidad de forma sinusoidal. Las corrientes y voltajes de estator se muestran en la Figura 6 y Figura 7 respectivamente. La estimación de velocidad se muestra en la Figura 8, mientras que la de par de carga se muestra en la Figura 9.

Los resultados obtenidos para el segundo perfil de velocidad, así como los del primero, demuestran que con la restricción *sensorless*, ciertas variables del MI exhiben trayectorias indistinguibles que vienen en pares, es decir que para un valor real de la variable inobservable existe otra trayectoria indistinguible.

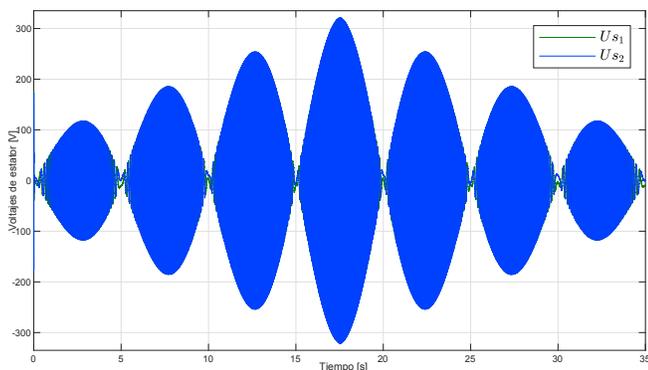


Figura 7. Escenario 2: voltajes de estator medidos.

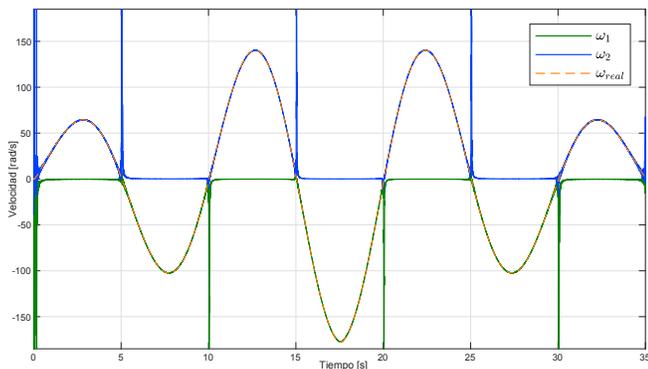


Figura 8. Escenario 2: velocidad real y velocidades estimadas.

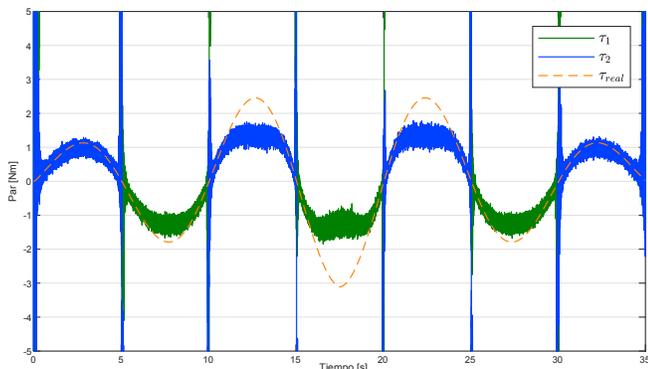


Figura 9. Escenario 2: par de carga real y pares de carga estimados.

## 7. CONCLUSIONES

La evaluación experimental presentada en este artículo confirma la factibilidad de estimar las variables no medibles del motor de inducción en el esquema *sensorless*, a partir de la medición de sus variables de índole eléctrica, así como de la obtención de los valores de sus derivadas. Se mostró que el análisis teórico de observabilidad en el que se fundamentó el algoritmo de estimación es apto para implementarse en una plataforma experimental. El método de diferenciación empleado contribuyó al análisis de observabilidad al aportar una buena estimación de las derivadas temporales de las variables medibles (las corrientes y voltajes de estator).

Si bien se realizó una buena estimación de las velocidades en cuanto a magnitud, el método de obtención de las derivadas genera desfase en el tiempo. Este inconvenien-

te se ve reflejado, en mayor medida, en la estimación de los valores de par de carga. Los errores en estos últimos cálculos, no obstante, pueden ser compensados con la ayuda de un controlador; otra posibilidad es emplear otros métodos de diferenciación numérica que puedan compensar el desfase natural que producen los sistemas dinámicos empleados para la atenuación de ruido.

Los resultados obtenidos no identifican el comportamiento real de las variables no medibles pues exhiben trayectorias indistinguibles, lo cual afirma que el sistema no es observable. No obstante, es posible proveer estimaciones de estas variables si se extrae información de las medibles y así poder identificar si estas corresponden al comportamiento real del motor. Este escenario abre la posibilidad, en un trabajo futuro, de implementar un observador bivaluado, con capacidad de identificar el comportamiento actual del motor de inducción, si se logra determinar cuál de las dos trayectorias es la de interés físico.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DGAPA-UNAM por el apoyo brindado en el Programa UNAM-PAPIME PE114419. E. Alejandro Albíter-Alpízar agradece la beca de licenciatura recibida.

## REFERENCIAS

- Blondel, A., Mailloux, C., and Adams, C. (1913). *Synchronous motors and converters: theory and methods of calculation and testing*. McGraw-Hill Book Company.
- Canudas, C., Youssef, A., Barbot, J., Martin, P., and Malrait, F. (2000). Observability conditions of induction motors at low frequencies. volume 3, 2044 – 2049 vol.3. 10.1109/CDC.2000.914093.
- Glumineau, A. and De-Leon-Morales, J. (2015). *Sensorless AC Electric Motor Control; Robust Advanced Design Techniques and Applications*. Springer.
- Holtz, J. (2002). Sensorless control of induction motor drives. In *Proceedings of the IEEE*, volume 90.
- Ibarra-Rojas, S., Moreno, J., and Espinosa-Pérez, G. (2004). Global observability analysis of sensorless induction motor. *Automatica*, 40.
- Liu, X.Z., Verghese, G.C., Lang, J.H., and Onder, M.K. (1989). Generalizing the blondel-park transformation of electrical machines: Necessary and sufficient conditions. *IEEE Transactions On Circuits And System*, 36(8).
- Marino, R., Tomei, P., and Verrelli, C. (2010). *Induction Motor Control Design*. Springer-Verlag, London.
- Meisel, J. (1984). *Principles of electromechanical-energy conversion*. R.E. Krieger.
- Moreno, J., Mujica-Ortega, H., and Espinosa-Pérez, G. (2017). A global bivalued-observer for the sensorless induction motor.
- Mujica-Ortega, H. and Espinosa-Pérez, G. (2015). Evaluación de diferenciadores numéricos para la obtención de velocidad y aceleración en control de motores eléctricos. *AMCA 2015*.
- Xu, D., Wang, B., Zhang, G., Wang, G., and Yu, Y. (2018). A review of sensorless control methods for ac motor drives. In *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, volume 2.