

Detección y localización de fugas en tuberías utilizando un filtro de Kalman para sistemas de parámetros variantes *

J. A. Delgado-Aguñaga * V. Puig**

* Universidad del Valle de México Campus Guadalajara Sur, CIIDETEC, Manuel Gómez Morín 8100, C.P. 45601, San Pedro Tlaquepaque, Jalisco, México (e-mail: jorge.delgado@uvmnet.edu).
** Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC, Llorens i Artigas 4-6, 08028 Barcelona, Spain (e-mail: vicenc.puig@upc.edu)

Resumen. Este trabajo aborda el problema de diagnóstico de fugas en tuberías mediante un filtro de Kalman para sistemas de parámetros variantes (LPV, del inglés Linear Parameter Varying). El filtro considera la disponibilidad de mediciones de flujo y presión en cada extremo de la tubería. La metodología propuesta se basa en derivar un modelo LPV a partir del modelo no lineal de la tubería. Para el diseño del filtro, el modelo LPV se transforma en un modelo politópico que consiste en definir funciones de ponderación que permiten obtener las matrices originales del sistema como una suma ponderada de los sistemas LPV definidos en los vértices del politopo. A continuación, fuera de línea, se calcula la ganancia del filtro de Kalman resolviendo un conjunto de desigualdades lineales matriciales (LMIs, del inglés Linear Matrix Inequality) utilizando el modelo politópico. En la implementación en línea, la ganancia del observador se calcula como una interpolación de las ganancias calculadas en los vértices del modelo politópico. La principal ventaja de este enfoque es que la incrustación de las no linealidades de esta representación permite obtener un sistema quasi-LPV que es equivalente al sistema no lineal original. Esta es la principal ventaja con respecto al diseño clásico del filtro de Kalman extendido que requiere realizar una linealización a cada iteración. Para ilustrar la eficacia de este método se presentan algunos resultados vía simulación.

Keywords: Detección y Aislamiento de Fallas, Filtro del Kalman, Desigualdades Lineales Matriciales.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas la automatización de procesos ha aumentado exponencialmente con la llegada de la era digital y el perfeccionamiento de sensores y dispositivos. La capacidad de adquisición y almacenamiento de una gran cantidad de datos provenientes de sensores que miden variables en algún proceso, permiten conocer más a fondo lo que ocurre en cada instante de tiempo. Esto junto con la teoría de control moderno han llevado al desarrollo de técnicas de monitoreo y diagnóstico con el propósito de detectar e identificar fallos de manera oportuna y de este modo mantener los procesos operando de manera segura, es decir, bajo condiciones deseables (*normales*). Sin embargo, a pesar de esto, cualquier sistema es susceptible a fallar y en cualquier momento puede ocurrir algún siniestro o evento anormal. Dependiendo de la magnitud

del evento, el sistema puede o no seguir operando. Esta eventualidad queda registrada en las mediciones de los sensores instalados y esta información es crucial para poder detectar e identificar el fallo y proceder a la restauración del sistema o proceso.

En particular, los sistemas de tuberías que transportan líquidos a presión han cobrado un gran interés en la comunidad científica, debido al riesgo que representan. Por ejemplo, este es el caso de las tuberías que transportan derivados del petróleo donde el riesgo de explosión es siempre latente.

Por otro lado, existe también un gran interés en salvaguardar los recursos hídricos disponibles que escasean cada vez más y que son transportados a través de tuberías. Los efectos de las fugas en tuberías han tenido un alto impacto tanto ambiental como económico y que en algunos casos ha cobrado la vida de personas. Es bien sabido que en México el robo de combustible se ha convertido en un problema de seguridad nacional. A modo de ejemplo, recientemente se han experimentado graves consecuencias, por ejemplo la explosión en el estado de

* Este trabajo fue parcialmente soportado por CIIDETEC-UVM y logrado durante una estancia de investigación del primer autor en el Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC, Barcelona, España

Hidalgo que causó la muerte de muchas personas el 19 de enero de 2019.

Así mismo, la pérdida de agua potable en los sistemas de distribución alcanza hasta un 40% debido a fugas, según la comisión nacional del agua (CONAGUA). Ésta pérdida se contrarresta con la sobreexplotación de las fuentes hídricas. Todo esto hace que sea imprescindible el diseño de sistemas de monitoreo y diagnóstico para tuberías que sean cada vez más eficaces.

En la literatura existe una gran cantidad de estrategias de diagnóstico de fugas, (Billman and Isermann, 1987; Allidina and Benkherouf, 1988; Verde, 2001; Begovich et al., 2012; Torres et al., 2011; Navarro et al., 2017; Rubio Scola et al., 2016; Delgado-Aguiñaga et al., 2016b; Puig and Ocampo-Martínez, 2015; Soldevila et al., 2017) por mencionar algunas. Algunas de estas técnicas han sido incluso probadas en casos reales con excelentes resultados, (Delgado-Aguiñaga and Begovich, 2017; Puig and Ocampo-Martínez, 2015; Soldevila et al., 2017; Cugueró-Escofet et al., 2017), por ejemplo.

En (Delgado-Aguiñaga et al., 2016b), el problema de diagnóstico de fugas se ha extendido del caso de una única fuga al caso de múltiples fugas no concurrentes. En esta estrategia, el modelo del sistema se modifica en cada nueva fuga que ocurre. Aunque los resultados son muy buenos, la precisión en la estimación empeora conforme aumentan las fugas detectadas. Esto se debe, por un lado, a la linealización del sistema y por otro lado a la suposición de que los parámetros de las fugas ya identificadas se consideran constantes para el caso actual. Además, este observador es sensible a cambios en el punto de operación por ser un observador *local*. Es bien sabido que en casos reales, como ocurre en las tuberías de Pemex, el número de fugas es muy grande de acuerdo al más reciente reporte de la paraestatal (Pemex, 2018), por ello es necesario mejorar las estrategias para hacer frente a situaciones reales.

Por otro lado, en las últimas décadas diversas estrategias de control han sido diseñadas sobre la base de las desigualdades lineales matriciales (*LMI*, del inglés *Linear Matrix Inequalities*) por la facilidad en la que diversos problemas de control pueden ser formulados y más aún por el hecho de que existen muchos solucionadores muy eficientes para *LMIs* computacionalmente hablando, por ejemplo *LMILAB* en el ambiente de Matlab de acuerdo con (Rotondo et al., 2019). Así mismo los sistemas *LPV* son un caso particular de los sistemas lineales variantes en el tiempo (*LTV*, del inglés *Linear Time Varying*) cuya representación tiene la ventaja de contener las trayectorias de las no linealidades del sistema original. Algunos trabajos recientes han tomado ventaja de este tipo de sistemas en aplicaciones de control y observación (Morato et al., 2019; Marx et al., 2019; Kazemi and Jabali, 2018).

La principal contribución de este trabajo es resolver el problema de indentificación de los parámetros de fuga mediante el diseño de un observador Kalman *LPV* aprovechando las ventajas de esta representación y utilizando las *LMI*'s. La principal ventaja de este enfoque

es que las no linealidades quedan inscrustadas en esta nueva representación *LPV* y no es necesario linealizar el sistema.

El artículo continua como sigue: En la Sección 2 se presenta el modelo clásico que describe el flujo transitorio de un líquido dentro de una tubería. En la Sección 3 se presentan los sistemas *LPV* obtenidos a partir del modelo no lineal así como el diseño del observador Kalman *LPV*. A continuación la Sección 4 presenta algunos resultados en simulación que muestran la eficacia del método aquí propuesto. Finalmente, en la Sección 5 se presentan algunas conclusiones y perspectivas de trabajo a futuro.

2. MODELO HIDRÁULICO

La respuesta transitoria de un líquido que circula a través de una tubería queda descrita por un par de ecuaciones diferenciales parciales hipérbolicas cuasilineales, conocidas como las Ecuaciones del Golpe de Ariete (EGA). Este par de Ecuaciones Diferenciales Parciales (*EDP*) se obtienen mediante balances de masa y cantidad de movimiento. El modelo dinámico no lineal se obtiene considerando las siguientes hipótesis: la tubería es recta y sin pendiente, el fluido es ligeramente compresible, la pared de la tubería es ligeramente deformable, los cambios convectivos en la velocidad son despreciables y el área de la sección transversal de la tubería, el diámetro y la densidad del fluido son constantes. Entonces las *EDP* que rigen el estado transitorio de un fluido son (Roberson et al., 1998):

Ecuación de momento

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + gA_r \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \mu Q(z, t) |Q(z, t)| = 0 \quad (1)$$

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial t} + \frac{b^2}{gA_r} \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

donde Q es el gasto volumétrico [m^3/s], H es la cabeza de presión [m], z es la coordenada en distancia [m], t es la coordenada en tiempo [s], g es la aceleración de la gravedad [m/s^2], A_r es la sección transversal de la tubería [m^2], b es la velocidad de onda de presión en el fluido [m/s], ϕ es el diámetro interno [m] y f es el factor de fricción, $\mu = f(Q)/2\phi A_r$.

En el presente trabajo, el coeficiente de fricción f se calcula mediante la siguiente expresión (Swamee and Jain, 1976):

$$f(Q_i) = \frac{0,25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\epsilon}{3,7\phi} + \frac{5,74}{Re(Q_i)^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (3)$$

donde Q_i es el flujo en la i -ésima sección, ϵ es la rugosidad de la tubería [m], Re es el número de Reynolds [adimensional], dado por $Re(Q_i) = Q_i\phi/\nu A$, donde ν es la viscosidad cinemática del agua en [m^2/s], la cual puede ser calculada como: $\nu = Ce^{a/T}$, donde C y a son constantes empíricas que requieren datos de viscosidad a dos temperaturas para su evaluación, T es la temperatura del agua en grados Kelvin (Delgado-Aguiñaga et al., 2016a). Aquí se consideró un escenario con temperatura

constante $T = 20^\circ$.

Una fuga puede aparecer en cualquier posición de la tubería $z_l \in (0, L)$ y puede ser considerada como una nueva condición de frontera en las ecuaciones gobernantes (1) y (2) con flujo $Q_l = c_d A_l \sqrt{2g\sqrt{H_l}}$, donde c_d es el coeficiente de descarga, y A_l es el área de la sección transversal del orificio. Definiendo $\lambda \equiv c_d A_l \sqrt{2g}$, Q_l puede ser expresado como (Crowe et al., 2000):

$$Q_l = \mathcal{H}_{t_l} \lambda \sqrt{H_l} \quad (4)$$

donde Q_l es el flujo a través del orificio de fuga [m^3/s], H_l es la presión en el punto de fuga [m], λ es el coeficiente de la magnitud de la fuga [$m^{5/2}/s$], \mathcal{H}_{t_l} es la función *Heaviside* asociada al tiempo de la ocurrencia de la fuga t_l .

Una solución analítica para las ecuaciones (1) y (2) no está disponible, salvo para algunos casos con condiciones especiales. Con el objetivo de obtener un modelo de una única variable independiente, aquí se utiliza la discretización por diferencias finitas (Chaudhry, 2014). De esta manera se obtiene un modelo que facilita la simulación y diseño de un observador. Primeramente se eligen las presiones en los extremos de la tubería como las condiciones de frontera para las ecuaciones que describen su dinámica:

$$H(0, t) = H_{in}(t); \quad H(L, t) = H_{out}(t) \quad (5)$$

A continuación se consideran las siguientes aproximaciones:

$$\frac{\partial H(z_i, t)}{\partial z} \simeq \frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta z_i} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$\frac{\partial Q(z_{i-1}, t)}{\partial z} \simeq \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta z_{i-1}} \quad \forall i = 2, \dots, N \quad (7)$$

donde H_i, Q_i representan $H(z_i, t), Q(z_i, t)$ respectivamente, y $\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$. De esta manera las ecuaciones (1)-(2) se aproximan por un par de ecuaciones diferenciales ordinarias (*ODE*) manteniendo el tiempo como variable continua. En esta nueva representación de dimensión finita, se puede considerar que una fuga puede ocurrir en el extremo de cada sección y su efecto se representa a través de la ecuación (4), entonces el espacio $(0, L)$ se puede particionar en N secciones de tamaño $\Delta z_i, \forall i = 1, \dots, N$, con $\sum_{i=1}^N \Delta z_i = L$, (Verde, 2001):

$$\dot{Q}_i = \frac{-gA_r}{\Delta z_i} (H_{i+1} - H_i) - \mu_i Q_i |Q_i| \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$\dot{H}_{i+1} = \frac{-b^2}{gA_r \Delta z_i} (Q_{i+1} - Q_i + \lambda_i \sqrt{H_{i+1}}) \quad \forall i = 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

donde $\mu_i = f(Q_i)/2\phi A_r$. Para el caso particular de una fuga, $N = 2$ y las condiciones de frontera son $H_1 = H_{in}(t)$ y $H_3 = H_{out}(t)$. Así, el siguiente modelo describe el efecto de una fuga que ocurre a una distancia Δz_1 con respecto al punto aguas arriba

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \frac{-gA_r}{\Delta z_1} (H_2 - H_{in}) - \mu_1 Q_1 |Q_1| \\ \dot{H}_2 &= \frac{-b^2}{gA_r \Delta z_1} (Q_2 - Q_1 + \lambda_1 \sqrt{H_2}) \\ \dot{Q}_2 &= \frac{-gA_r}{\Delta z_2} (H_{out} - H_2) - \mu_2 Q_2 |Q_2| \end{aligned} \quad (10)$$

donde $\Delta z_1 = z_l$ y $\Delta z_2 = L - z_l$, con z_l la posición de la fuga y L la longitud equivalente recto de la tubería.

3. SISTEMAS LINEALES DE PARÁMETROS VARIANTES

La idea aquí considerada para el propósito de identificación de los parámetros de fuga (z_l, λ_l) es su estimación directa mediante un observador de estados. Para ello, esos parámetros son considerados como nuevas variables de estado con dinámica constante $\dot{z}_l = 0$ y $\dot{\lambda}_l = 0$, (Besançon, 2007). Finalmente, el vector de estado es extendido con estos nuevos estados, resultando: $x = [Q_1 \ H_2 \ Q_2 \ z_l \ \lambda_1]^T =: [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$, y la salida del sistema es $y = [Q_1 \ Q_2]^T =: [y_1 \ y_2]^T$. Entonces, la representación extendida de (10) puede ser escrita en forma compacta como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (11)$$

donde las funciones f, g, h están dadas por:

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{bmatrix} -\frac{gA_r}{x_4} x_2 - \mu_1 x_1^2 \\ -\frac{b^2}{gA_r x_4} (x_3 - x_1 + x_5 \sqrt{x_2}) \\ \frac{gA_r}{L-x_4} x_2 - \mu_2 x_3^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ g(x) &= \begin{bmatrix} \frac{gA_r}{x_4} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{gA_r}{L-x_4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ h(x) &= \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Con el propósito de diseñar un observador para el sistema (11) considerando mediciones reales, es indispensable obtener su representación en tiempo discreto (p.e. utilizando el método del mantenedor de orden cero) en una representación en tiempo discreto con un tiempo de muestreo de T_s segundos

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f_d(x(k)) + g_d(x(k))u(k) \\ y(k) &= h_d(x(k)) \end{aligned} \quad (12)$$

donde f_d, g_d y h_d representan la versión en tiempo discreto de f, g y h respectivamente, $x(k) \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estado, $u(k) \in \mathfrak{R}^m$ es el vector de entradas conocidas y $h_d \in \mathfrak{R}^p$ es el vector de salidas medidas, y k es el índice de tiempo discreto.

$$x(k) = [Q_1(k) \ H_2(k) \ Q_2(k) \ z_l(k) \ \lambda_1(k)]^T \quad (13)$$

$$u(k) = [H_{in}(k) \ H_{out}(k)]^T \quad (14)$$

$$h_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

En general, los sistemas *LPV* son una clase particular de sistemas lineales variantes en tiempo *LTV*, cuyos elementos variables en el tiempo dependen de parámetros medidos. Estos sistemas han sido aplicados con éxito a algoritmos de visión, vehículos autónomos, robótica, entre otros (Rotondo et al., 2019). En este trabajo se aborda el problema de diagnóstico de una fuga en una tubería transformando el modelo no lineal (12) en uno en forma *LPV* mediante el método incrustación de no linealidades que evita la aproximación local del método de linealización (Kwiatkowski et al., 2006). Utilizando este método, el sistema descrito por (12) puede ser reescrito en forma *LPV* de la siguiente manera

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d(\varphi(k))x(k) + B_d(\varphi(k))u(k) \\ y(k) &= C_d(x(k)) \end{aligned} \quad (16)$$

donde:

$$A_d(\varphi(k)) = \begin{bmatrix} \varphi_1(k) & \varphi_2(k) & 0 & \varphi_3(k) & 0 \\ \varphi_4(k) & 0 & \varphi_5(k) & 0 & \varphi_6(k) \\ 0 & \varphi_7(k) & \varphi_8(k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_d(\varphi(k)) = \begin{bmatrix} \frac{gA_r}{x_4(k)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-gA_r}{L-x_4(k)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con: $C_d = h_d$

$$\varphi_1(k) = -f(x_1(k))x_1(k)/2\phi A_r$$

$$\varphi_2(k) = (-gA_r/x_4(k))(1/2)$$

$$\varphi_3(k) = (-gA_r x_2(k)/(x_4(k))^2)(1/2)$$

$$\varphi_4(k) = b^2/gA_r x_4(k)$$

$$\varphi_5(k) = -b^2/gA_r x_4(k)$$

$$\varphi_6(k) = -b^2\sqrt{x_2(k)}/gA_r x_4(k)$$

$$\varphi_7(k) = gA_r/L - x_4(k), \text{ and}$$

$$\varphi_8(k) = -f(x_3(k))x_3(k)/2\phi A_r.$$

Las matrices dinámicas $A_d(\varphi(k))$ y $B_d(\varphi(k))$ dependen de los parámetros que evolucionan $\forall k \geq 0$ en el conjunto compacto Ω

$$\varphi(k) \in \Omega = \{\varphi_i \leq \varphi(k)_i \leq \bar{\varphi}_i\} \subset \mathbb{R}^l \quad (17)$$

donde $\varphi(k)$ pertenece al polígono de 2^l vértices, l es el número de parámetros variantes, φ_i y $\bar{\varphi}_i$ son las cotas superior e inferior de i -ésimo parámetro φ , respectivamente. Para diseñar un filtro de Kalman para un sistema *LPV*, éste se debe representar de manera politópica. Dicha representación requiere definir una serie de funciones de ponderación que permitan obtener las matrices originales del sistema como la sumatoria de las matrices de los sistemas definidos en los vértices del polígono como sigue

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \sum_{i=1}^{2^l} \psi_i[A_{d_i}(\varphi(k))x(k) + B_{d_i}(\varphi(k))u(k)] \\ y(k) &= \sum_{i=1}^{2^l} \psi_i[C_{d_i}(\varphi(k))x(k)] \end{aligned} \quad (18)$$

donde las matrices (A_{d_i} , B_{d_i} , C_{d_i}) son constantes y definen la dinámica del sistema en los vértices de (17) y los coeficientes ψ_i son la funciones de ponderación de la descomposición politópica que satisfacen:

$$\sum_{i=1}^{2^l} \psi_i(\varphi(k)) = 1, \quad \psi_i(\varphi(k)) \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, 2^l; \quad \forall \varphi \in \Omega \quad (19)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi_i(\varphi(k)) &= \prod_{j=1}^l \varepsilon_{i,j}(\eta_0^j, \eta_1^j), \quad i = \{1, \dots, 2^l\} \\ \eta_0^j &= \frac{\bar{\varphi}_i - \varphi_i(k)}{\bar{\varphi}_i - \varphi_i} \\ \eta_1^j &= 1 - \eta_0^j \quad j = \{1, \dots, l\} \end{aligned}$$

3.1 Diseño del observador Kalman-LPV

Debe hacerse notar que la representación *LPV* del sistema extendido (16) no es única (Toth, 2010). Para diseñar el filtro de Kalman *LPV* se debe garantizar que al aplicar el método de la incrustación no lineal el par $[A_d(\varphi(k)), C_d(\varphi(k))]$ sea observable, es decir, el rango de la matriz:

$$\text{rango}(O(\varphi(k))) : \text{rango} \left(\begin{bmatrix} C_d(\varphi(k)) \\ C_d(\varphi(k))A_d(\varphi(k)) \\ \vdots \\ C_d(\varphi(k))A_d(\varphi(k))^{n-1} \end{bmatrix} \right) = n$$

$\forall(\varphi(k))$.

Aquí se considera el siguiente observador de Kalman en tiempo discreto para reconstruir el vector de estados x :

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A_d(\varphi(k))\hat{x}(k) + B_d(\varphi(k))u(k) \\ &\quad + \mathcal{L}(\varphi(k))(y(k) - C_d\hat{x}(k)) \end{aligned} \quad (20)$$

donde $\hat{x}(k)$ es la estimación en el instante k y donde la ganancia del observador adopta también la siguiente forma politópica

$$\mathcal{L}(\varphi(k)) = \sum_{i=1}^{2^l} \psi_i(\varphi(k))\mathcal{L}_i \quad (21)$$

\mathcal{L}_i es la ganancia obtenida en cada vértice del polígono.

3.2 Convergencia

Dada la representación en tiempo discreto (16) y un criterio cuadrático $J = \sum_{k=0}^{\infty} [w(k)^T Q w(k) + v(k)^T R v(k)]$ en función de las perturbaciones w y el ruido v , el objetivo es minimizar J mediante el diseño de la ganancia del observador (21). Utilizando el desarrollo dual análogo al diseño de un controlador *LQR* (Duan and Yu, 2013), se llega a que las ganancias de vértice del observador de

Kalman politópico (21) deben satisfacer la siguientes de desigualdades matriciales (del inglés LMIs)

$$(A_{d_i} - C_{d_i}\mathcal{L})^T P (A_{d_i} - C_{d_i}\mathcal{L}) - P + \mathcal{Q} + \mathcal{L}^T \mathcal{R} \mathcal{L} < 0 \quad (22)$$

Multiplicando ambos lados de la segunda desigualdad por $Y = P^{-1}$ e introduciendo $W = \mathcal{L}Y$ las desigualdades se reescriben como:

$$(Y A_{d_i}^T - W^T C_{d_i}^T) Y^{-1} (A_{d_i} Y - W) - Y + Y \mathcal{H}^T \mathcal{H} Y + W^T \mathcal{R} W < 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} -Y - [Y A_{d_i}^T - W^T C_{d_i}^T & Y \mathcal{H}^T & W^T] \\ -Y^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -\mathcal{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{d_i} Y - C_{d_i} W \\ \mathcal{H} Y \\ W \end{bmatrix} < 0 \quad (24)$$

y con el lemma Schur, se tiene

$$\begin{bmatrix} -Y & Y A_{d_i} - W^T C_{d_i} & Y \mathcal{H}^T & W^T \\ A_{d_i} Y - C_{d_i} W & -Y & 0 & 0 \\ \mathcal{H} Y & 0 & -I_q & 0 \\ W & 0 & 0 & -\mathcal{R}^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma I & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} > 0 \quad i = 1, \dots, 2^l$$

donde P , $Y = Y^T$ y W son variables de optimización, $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T > 0$ y $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^T > 0$ son la matriz de covarianza del ruido en las mediciones y del sistema, respectivamente, $\mathcal{H} = \mathcal{Q}^{1/2}$. La ganancia del i -ésimo observador se calcula como $\mathcal{L}_i = Y^{-1} W_i$. Para cada matriz de vértice, los polos de $(A_{d_i} - \mathcal{L}_i C_{d_i})$ están dentro del círculo unitario.

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

En esta subsección, se simula el comportamiento dinámico del flujo dentro de una tubería en el entorno de *Matlab* utilizando la aproximación por diferencias finitas (8) y (9) con $N = 30$ que se resuelven utilizando el método de Heun (Delgado-Aguíñaga et al., 2016b). Esta representación satisface la condición de Courant $\Delta z \geq b \Delta t$. Los principales parámetros se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros de la tubería

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Longitud	L	225	[m]
Diámetro interno	ϕ	$10,16 \times 10^{-2}$	[m]
Espesor de la pared	ϵ	$13,095 \times 10^{-3}$	[m]
Rugosidad	ϵ	35×10^{-5}	[m]
Inclinación	Θ	0	[°]
Velocidad de onda	b	$7,21 \times 10^2$	[m/s]

El tamaño de cada sección vale $\Delta z = L/N = 7,5$ [m]. El paso de tiempo del solucionador se ha fijado en $\Delta t = 0,001$ [s]. Las condiciones de frontera son las cabezas de presión en ambos extremos de la tubería: $H_{in}(t) = 18$ [m] y $H_{out}(t) = 6$ [m] que son corrompidas con ruido Gaussiano $\sigma^2 = 1 \times 10^{-2}$.

Considerando el conjunto de variables $\varphi = \{Q_1 H_2 Q_2 z_l\}$, $l = 4$, el polítopo resultante consta de $2^4 = 16$ vértices. Los límites de cada variable son: $Q_1 \in \{0,0170$ [m³/s], 0,0171 [m³/s], $H_2 \in \{5,5$ [m], 17 [m] $Q_2 \in \{0,0168$ [m³/s], 0,0170 [m³/s] y $z_l \in \{10$ [m], 220 [m]. Las matrices de covarianza del ruido son:

$$\mathcal{Q} = \text{diag}[1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^{-6}, 2 \times 10^3, 1 \times 10^{-7}] \quad (26)$$

$$\mathcal{R} = \text{diag}[1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-6}] \quad (27)$$

Previo a la implementación del observador (20) las LMIs (25) fueron resueltas en *Matlab* utilizando el toolbox *YALMIP* con el solucionador *LMILAB*. Este cómputo arroja los valores de cada ganancia \mathcal{L}_i en cada vértice del polítopo.

La simulación se ejecuta de la siguiente manera: Se inicia el sistema en una condición libre de falla y en el tiempo $t_l \approx 27$ [s] se induce una fuga. La fuga se detecta una vez que $|Q_{in}(t) - Q_{out}(t)| > \delta$ donde $\delta = 1,55 \times 10^{-4}$ [m³/s] es el umbral de detección, que considera la varianza del ruido de las mediciones para evitar falsas alarmas. Inmediatamente que se detecta la fuga la identificación de sus parámetros inicia mediante (20), cuya inicialización se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Inicialización del observador

Variable	Símbolo	Valor	Unidades
Flujo de entrada	$\hat{Q}_1(0)$	$17,19 \times 10^{-3}$	[m ³ /s]
Presión en nodo interior	$\hat{H}_2(0)$	14,85	[m]
Flujo de salida	$\hat{Q}_2(0)$	$17,19 \times 10^{-3}$	[m ³ /s]
Posición de fuga	$\hat{z}_1(0)$	60	[m]
Magnitud de fuga	$\hat{\lambda}_1(0)$	0	[m ^{5/2} /s]

En las Figs. 1 y 2 se muestran las presiones y los flujos en los extremos de la tubería. La Figs. 3, 4 y 5 muestra la estimación de la posición de fuga, la estimación de la presión en el punto de fuga y la estimación de la magnitud, respectivamente. Se puede apreciar una muy buena estimación. La Fig. 6 muestra la sumatoria presentada en (19) y claramente se cumple el criterio. Finalmente en la Fig. 7 se ve la variación de las ψ_i en el polítopo.

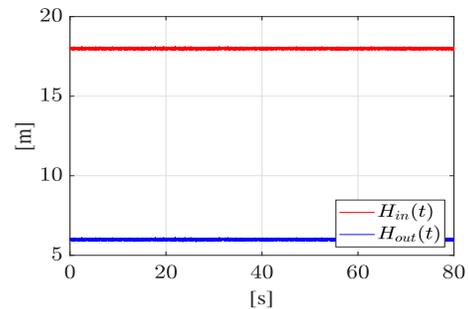


Figura 1. Cabezas de presión en los extremos de la tubería

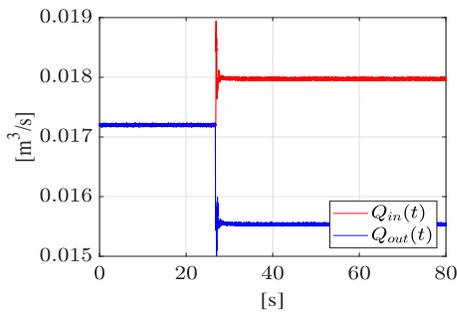


Figura 2. Flujo en los extremos de la tubería

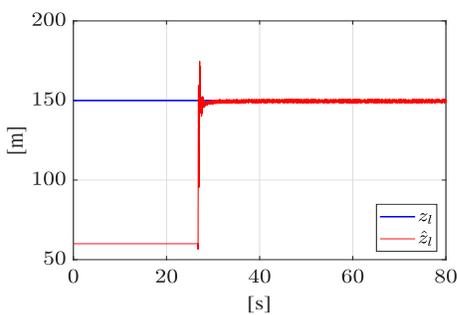


Figura 3. Estimación de la posición de fuga

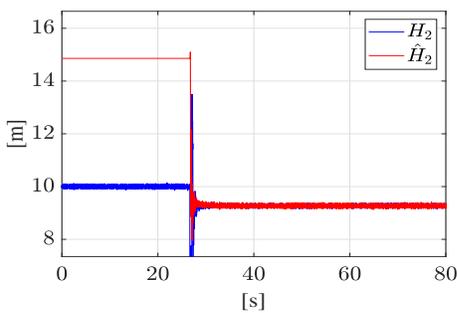


Figura 4. Estimación de la presión en el punto de fuga

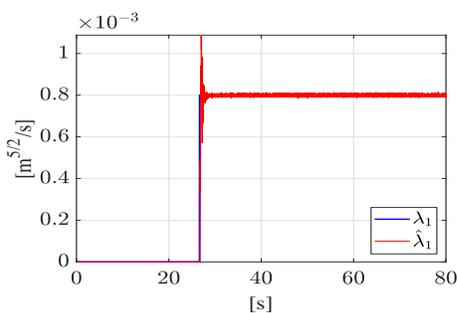


Figura 5. Estimación de la magnitud de fuga

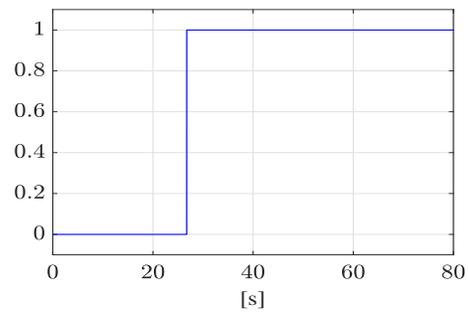


Figura 6. Sumatoria de las variables ψ_i

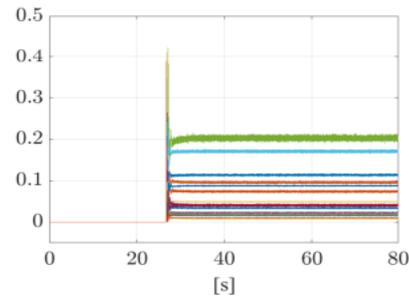


Figura 7. Variación de ψ_i

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha mostrado la eficiencia del observador Kalman LPV en la resolución del problema de una fuga. El cálculo de las ganancias del observador fuera de línea permiten que en la implementación, el coste computacional sea bajo lo cual hace que este enfoque sea una potencial alternativa en el monitoreo de tuberías en tiempo real. Además el método Kalman LPV no requiere de la linealización del modelo como el método EKF (del inglés, extended Kalman filter) pudiendo utilizar el modelo no lineal directamente gracias al método de incrustación de las no linealidades en los parámetros variantes. Como trabajo a futuro, este enfoque será probado con datos reales del prototipo del Cinvestav-Guadalajara así como en algún sistema real. También se considerará el caso de múltiples fugas no concurrentes.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado gracias al apoyo del Centro de Investigación Innovación y Desarrollo Tecnológico de la Universidad del Valle de México (CIIDETEC-UVM) campus Guadalajara Sur y al apoyo del Prof. Vicenç Puig del Institut de Robòtica i Informàtica Industrial de la Universitat Politècnica de Catalunya: (IRI-UPC).

REFERENCIAS

Allidina, A.Y. and Benkherouf, A. (1988). Leak detection and location in gas pipelines. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 135(2), 142–148.

- Begovich, O., Pizano, A., and Besançon, G. (2012). Online implementation of a leak isolation algorithm in a plastic pipeline prototype. *Latin American Applied Research*, 57(6), 131–140.
- Besançon, G. (2007). *Nonlinear Observers and Applications*, volume 363. Springer.
- Billman, L. and Isermann, R. (1987). Leak detection methods for pipelines. *Automatica*, 23, 381–385.
- Chaudhry, M.H. (2014). *Applied Hydraulic Transients*. Springer-Verlag New York.
- Crowe, C.T., Elger, D.F., and Roberson, J.A. (2000). *Engineering fluid mechanics*. John Wiley & Sons.
- Cugueró-Escofet, M.A., Puig, V., and Quevedo, J. (2017). Optimal pressure sensor placement and assessment for leak location using a relaxed isolation index: Application to the Barcelona water network. *Control Engineering Practice*, 63, 1 – 12.
- Delgado-Aguíñaga, J., Begovich, O., and Besançon, G. (2016a). Exact-differentiation-based leak detection and isolation in a plastic pipeline under temperature variations. *Journal of Process Control*, 42, 114 – 124. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2016.04.005>.
- Delgado-Aguíñaga, J. and Begovich, O. (2017). *Modeling and Monitoring of Pipelines and Networks*, chapter Water leak diagnosis in pressurized pipelines: A real case study, 235–262. Springer International Publishing.
- Delgado-Aguíñaga, J., Besançon, G., Begovich, O., and Carvajal, J. (2016b). Multi-leak diagnosis in pipelines based on Extended Kalman Filter. *Control Engineering Practice*, 49, 139 – 148.
- Duan, G.R. and Yu, H.H. (2013). *LMIs in Control Systems: Analysis, Design and Applications*. Taylor & Francis.
- Kazemi, M.H. and Jabali, M.B.A. (2018). State-feedback control of robot manipulators using polytopic LPV modelling with fuzzy-clustering. *Ain Shams Engineering Journal*, 9(4), 2841 – 2848.
- Kwiatkowski, A., Boll, M., and Werner, H. (2006). Automated generation and assessment of affine LPV models. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, 6690–6695. doi:10.1109/CDC.2006.377768.
- Marx, B., Ichalal, D., Ragot, J., Maquin, D., and Mammar, S. (2019). Unknown input observer for LPV systems. *Automatica*, 100(4), 67 – 74.
- Morato, M.M., Sename, O., Dugard, L., and Nguyen, M.Q. (2019). Fault estimation for automotive electro-rheological dampers: LPV-based observer approach. *Control Engineering Practice*, 85(4), 11 – 22.
- Navarro, A., Begovich, O., Sánchez, J., and Besançon, G. (2017). Real-Time Leak Isolation Based on State Estimation with Fitting Loss Coefficient Calibration in a Plastic Pipeline. *Asian Journal of Control*, 19(1), 255–265. doi:10.1002/asjc.1362. Asjc.1362.
- Pemex (2018). Reporte de tomas clandestinas en 2018.
- Puig, V. and Ocampo-Martínez, C. (2015). Decentralised fault diagnosis of large-scale systems: Application to water transport networks. In *DX 2015-26th International Workshop on Principles of Diagnosis*, 31 August-1 September, Paris (France), 99–104.
- Roberson, J.A., Cassidy, J.J., and Chaudhry, M.H. (1998). *Hydraulic Engineering*. Wayne Anderson.
- Rotondo, D., Sánchez, H., Nejari, F., and Puig, V. (2019). Análisis y diseño de sistemas lineales con parámetros variantes utilizando LMIs. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 16(1), 1–14.
- Rubio Scola, I., Besançon, G., and Georges, D. (2016). Blockage and Leak Detection and Location in Pipelines Using Frequency Response Optimization. *Journal of Hydraulic Engineering*. doi:10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001222. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01363386>.
- Soldevila, A., Fernandez-Canti, R.M., Blesa, J., Tornil-Sin, S., and Puig, V. (2017). Leak localization in water distribution networks using bayesian classifiers. *Journal of Process Control*, 55, 1 – 9.
- Swamee, P.K. and Jain, A.K. (1976). Explicit equations for pipe-flow problems. *Journal of the hydraulics division*, 102(5), 657–664.
- Torres, L., Besançon, G., Georges, D., Navarro, A., and Begovich, O. (2011). Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real-data validation. *8th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*.
- Toth, R. (2010). *Modeling and Identification of Linear Parameter-Varying Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Verde, C. (2001). Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines. *Control Engineering Practice*, 9, 673–682.