

Diagnóstico de Fallas basado en Observadores por Modos Deslizantes para un *Quad-Rotor*

Romeo Falcón* Héctor Ríos** y Alejandro Dzul*

* *Tecnológico Nacional de México/I.T. La Laguna, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N, C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México.*

** *CONACYT-Tecnológico Nacional de México/I.T. La Laguna, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Blvd. Revolución y Cuauhtémoc S/N, C.P. 27000, Torreón, Coahuila, México.*

Resumen: Este trabajo presenta el diseño de un esquema de Diagnóstico de Fallas en actuadores para un *Quad-Rotor*. Las fallas son modeladas como pérdidas parciales de efectividad. Se propone un Observador por Modos Deslizantes en Tiempo Finito para estimar todo el estado a partir de las salidas medibles y proporcionar un conjunto de señales residuales. Dicho Diagnóstico de Fallas resuelve el problema de detección, aislamiento e identificación de una única falla aún bajo la presencia de perturbaciones externas. El desempeño del esquema propuesto es validado a través de simulaciones numéricas.

Palabras Clave: Diagnóstico de Fallas, *Quad-Rotor*, Modos Deslizantes.

1. INTRODUCCIÓN

En las últimas tres décadas, los vehículos aéreos no tripulados (UAVs) han atraído un enorme interés debido a la simplicidad de operación, bajo costo y tamaño reducido. Este interés se debe principalmente a la popularidad de los *Quad-Rotors* en aplicaciones como seguridad, agricultura, supervisión industrial, reconocimiento militar, etc. En estas aplicaciones, la seguridad, la confiabilidad y el nivel aceptable en el desempeño de la tarea es una prioridad; esto ha propiciado la investigación de controladores robustos aplicados a dichos vehículos. Sin embargo, estas técnicas son efectivas cuando el sistema funciona en condiciones nominales. Con el fin de aumentar la seguridad y la robustez, el diseño de controladores tolerantes a fallas (FTCs) ha recibido una atención particular.

Las técnicas de FTC se pueden clasificar en dos tipos: pasivos y activos. Varios trabajos han tratado el tema de FTCs pasivos para *Quad-Rotors* (e.g. Merheb et al. (2013)), que tienen la ventaja de que las leyes de control no cambian en situaciones con fallas y no requieren esquemas de Diagnóstico de Fallas (FD), pero el precio a pagar es que tienen una menor tolerancia a fallas (Blanke et al. (2003)). Para lidiar con esta limitación, se han desarrollado FTCs activos en *Quad-Rotors* (e.g. Avram et al. (2017) y Zhang et al. (2013)). El FD juega un papel importante en los FTCs activos para detectar, aislar e

identificar la magnitud de las fallas. Haciendo uso del FD, la ley de control puede adaptarse a situaciones con falla con el fin de cumplir la tarea a realizar o, si es necesario, llevar a cabo acciones de aterrizaje.

Varios trabajos han tratado el tema de FD en *Quad-Rotors*. En Aguilar-Sierra et al. (2013) se propone un observador polinomial para el FD en los actuadores de un *Quad-Rotor* sin considerar perturbaciones. En el mismo contexto, en Freddi et al. (2012) se diseña un FD basado en el modelo, el cual es usado para monitorear fallas en sensores y detectar fallas en actuadores basándose en un conjunto de residuales, sin embargo, dichos residuales son imprecisos y no son aplicables para el aislamiento y la identificación de fallas. En Han et al. (2018) un residuo es generado por el método de espacio de paridad para fallas en actuadores y el algoritmo de mínimos cuadrados recursivo es usado para estimar la falla. En Amoozgar et al. (2013) un método de FD, utilizando filtros de Kalman de dos etapas, es diseñado para un *Quad-Rotor* en presencia de fallas en actuadores mostrando resultados experimentales. En Cen et al. (2014) un observador Thau adaptable es desarrollado para construir un conjunto de residuales para indicar fallas en actuadores de un *Quad-Rotor*. En Chen et al. (2016) se presenta un observador de estimación de fallas adaptable para fallas variantes e invariantes en el tiempo sin considerar perturbaciones.

En estos trabajos, las metodologías de FD se validan a través de simulaciones o pruebas experimentales. Sin embargo, las perturbaciones externas pueden afectar el

* Todos los autores agradecen el apoyo financiero por parte de proyectos TecNM, CONACYT 785635 y 270504.

desempeño de estos métodos. Debido a esto, los observadores por modos deslizantes (SMOs) son utilizados frecuentemente debido a su robustez y su convergencia en tiempo finito. Los SMOs también permiten la identificación de la perturbación, que puede ser usada para la identificación de fallas (ver Alwi et al. (2011) y Edwards et al. (2000)). En este contexto, en Chandra et al. (2015) un método de reconstrucción de fallas en actuadores es desarrollado usando un SMO para un *Quad-Rotor*, mostrando resultados en simulación. De igual manera, en Saied et al. (2015) se presenta una estrategia de FD en actuadores usando un SMO de segundo orden, validando su efectividad en simulaciones numéricas. En Sierra et al. (2011), un observador polinomial y un SMO son utilizados para reconstruir el estado sistema e identificar las fallas mostrando resultados experimentales.

En este sentido, la literatura muestra que el diseño de métodos de FD para *Quad-Rotors*, considerando incertidumbres y perturbaciones externas, continua siendo un tema desafiante. Pocos trabajos de FD teniendo en cuenta perturbaciones externas se encuentran reportados en la literatura. Motivados por este desafío, se propone un método de FD para lidiar con una única falla en actuadores basándose en un conjunto de residuos. Se consideran pérdidas parciales de efectividad (LOEs) en los rotores. Dicha estrategia hace uso de un Observador por Modos Deslizantes en Tiempo Finito (FT-SMO), el cual estima todo el estado a partir de las salidas medibles y proporciona un conjunto de señales residuales. A partir del análisis de estas señales residuales, se propone una serie de condiciones y algoritmos para resolver el problema de detección, aislamiento e identificación de fallas, aun ante la presencia de perturbaciones externas. Se presentan simulaciones numéricas, considerando perturbaciones externas, para demostrar la eficiencia de este método.

La organización de este trabajo está dada de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el planteamiento del problema. En la Sección 3 se describe el método de FD propuesto. Algunos resultados de simulación se encuentran en la Sección 4. Finalmente, algunas conclusiones están dadas en la Sección 5.

Notación: Denote $s(\cdot) := \sin(\cdot)$ y $c(\cdot) := \cos(\cdot)$; \wedge denota el operador lógico AND; I_n denota la matriz identidad de orden n ; denote $\mathbb{R}_+ := \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$, donde \mathbb{R} es el conjunto de todos los números reales; $|\cdot|$ denota el valor absoluto en \mathbb{R} , $\|\cdot\|$ denota la norma Euclidiana en \mathbb{R}^n ; para una función medible de Lebesgue $d : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^m$, definiendo la norma $\|d\|_{[t_0, t_1]} = \text{ess sup}_{t \in [t_0, t_1]} \|d(t)\|$, entonces $\|d\|_f = \|d\|_{[t_f, +\infty)}$ y $\|d\|_\infty = \|d\|_{[0, +\infty)}$; el conjunto de $d(t)$ con la propiedad de $\|d\|_\infty < +\infty$ se denota como \mathcal{L}_∞ ; y $\mathcal{L}_D = \{d \in \mathcal{L}_\infty : \|d\|_\infty \leq D\}$, para cualquier $D > 0$. La secuencia de enteros $1, \dots, n$ está denotada como $\overline{1, n}$ y la función $[a]^\gamma := |a|^\gamma \text{sign}(a)$, para cualquier $a \in \mathbb{R}$ y $\gamma \in \mathbb{R}_{\geq 0}$.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La dinámica simplificada del *Quad-Rotor* (ver Fig. 1, para detalles del modelado ver Alexis et al. (2012)), está dada por

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad (1a)$$

$$\dot{\xi}_2 = g_\xi(\eta_1)u_m - G + \Lambda\xi_2 + d_\xi(t), \quad (1b)$$

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2, \quad (1c)$$

$$\dot{\eta}_2 = J\tau + \Xi w_\eta(\eta_2) + d_\eta(t), \quad (1d)$$

donde $\xi_1 := (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$, $\xi_2 := (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T \in \mathbb{R}^3$, $\eta_1 := (\phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^3$, $\eta_2 := (\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^3$, $d_\xi := (d_x, d_y, d_z)^T \in \mathbb{R}^3$ y $d_\eta := (d_\phi, d_\theta, d_\psi)^T \in \mathbb{R}^3$. Las variables $x, y \in \mathbb{R}$ son las coordenadas en el plano horizontal, $z \in \mathbb{R}$ es la posición vertical, mientras que ϕ, θ y $\psi \in \mathbb{R}$ son el ángulo de balanceo alrededor del eje x , el ángulo de cabeceo alrededor del eje y , y el ángulo de guiñada alrededor del eje z , respectivamente. Los términos $d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta$ y $d_\psi \in \mathbb{R}$ representan incertidumbres y perturbaciones externas, *e.g.* dinámicas no modeladas y ráfagas de viento. Los términos $G := (0, 0, g)^T \in \mathbb{R}^3$, $J := \text{diag}(J_x^{-1}, J_y^{-1}, J_z^{-1}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\tau := (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)^T \in \mathbb{R}^3$ son el vector de gravedad, la matriz de inercias y el vector de momentos angulares, con g como la aceleración gravitacional, J_x, J_y y J_z como los momentos inerciales a lo largo de los ejes x, y y z , mientras que τ_ϕ, τ_θ y $\tau_\psi \in \mathbb{R}$ representan los momentos de balanceo, de cabeceo y de guiñada, respectivamente; el término $u_m := u_z/m$, con $u_z \in \mathbb{R}$ representando el empuje principal y $m \in \mathbb{R}_+$ la masa del *Quad-Rotor*. Los términos $\Lambda := \text{diag}(a_x, a_y, a_z) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\Xi := \text{diag}(b_\phi, b_\theta, b_\psi) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ están dados por los coeficientes de arrastre aerodinámicos a_x, a_y y a_z , y los coeficientes inerciales $b_\phi := (J_y - J_z)/J_x$, $b_\theta := (J_z - J_x)/J_y$ y $b_\psi := (J_x - J_y)/J_z$. Las funciones $g_\xi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $w_\eta : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ están dadas como $g_\xi(\eta_1) := (c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi, c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi, c\phi c\theta)^T$ y $w_\eta(\eta_2) := (\dot{\theta}\dot{\psi}, \dot{\phi}\dot{\psi}, \dot{\phi}\dot{\theta})^T$.

En este trabajo se considera la configuración “+” del *Quad-Rotor*. La relación entre las señales de control $u_z, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ y los empujes T_i , generados por el i -ésimo rotor, está dada por

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}}_u = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & L & -L \\ L & -L & 0 & 0 \\ K_\tau & K_\tau & -K_\tau & -K_\tau \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}}_T, \quad (2)$$

donde u representa el vector de entradas de control, T el vector de empujes y M la matriz que relaciona las señales de control con los empujes. La constante L representa la distancia entre los motores y el centro de masa de la aeronave, mientras K_τ representa el factor de empuje.

Así como en Avram et al. (2017), Amoozgar et al. (2013) y Dydek et al. (2013), las fallas en los actuadores son representadas como LOEs en los rotores. Por ejemplo, un daño estructural de la hélice o un cambio inesperado en

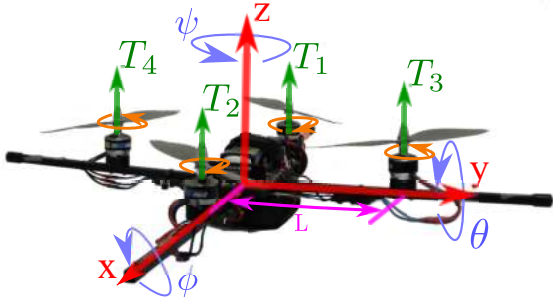


Fig. 1. Representación esquemática del *Quad-Rotor*.

los parámetros físicos del rotor, daría lugar a una LOE en el empuje generado por el rotor en cuestión.

Las fallas del actuador se modelan de la siguiente manera

$$\bar{T}(t) = (I_4 - \Gamma(t))T(t) = T(t) - f(t), \quad (3)$$

donde $\bar{T} \in \mathbb{R}^4$ es el empuje actual de los rotores, $\Gamma(t) := \text{diag}(\gamma_1(t), \gamma_2(t), \gamma_3(t), \gamma_4(t)) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es la matriz de LOE y $f = \Gamma(t)T(t) := (f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t))^T \in \mathbb{R}^4$ corresponde al vector de fallas. El término $\gamma_i(t) \in (0, 1)$ representa el caso de una falla de LOE en el i -ésimo rotor. El caso de $\gamma_i(t) = 0$ representa un rotor en estado nominal, mientras que $\gamma_i(t) = 1$ indica que el i -ésimo rotor está totalmente dañado.

El objetivo de este trabajo es diseñar un método de FD para detectar, aislar e identificar LOEs en los actuadores tan rápido como sea posible, a pesar del efecto de incertidumbres y perturbaciones acotadas, únicamente por medio de las posiciones y ángulos medibles.

Antes de continuar con el método de FD, se introducen las siguientes suposiciones y definiciones.

Suposición 1. Las perturbaciones están uniformemente acotadas y son Lipschitz, i.e. $d_x \in \mathcal{L}_{D_x}$, $d_y \in \mathcal{L}_{D_y}$, $d_z \in \mathcal{L}_{D_z}$, $d_\phi \in \mathcal{L}_{D_\phi}$, $d_\theta \in \mathcal{L}_{D_\theta}$, $d_\psi \in \mathcal{L}_{D_\psi}$, $\dot{d}_x \in \mathcal{L}_{\bar{D}_x}$, $\dot{d}_y \in \mathcal{L}_{\bar{D}_y}$, $\dot{d}_z \in \mathcal{L}_{\bar{D}_z}$, $\dot{d}_\phi \in \mathcal{L}_{\bar{D}_\phi}$, $\dot{d}_\theta \in \mathcal{L}_{\bar{D}_\theta}$, $\dot{d}_\psi \in \mathcal{L}_{\bar{D}_\psi}$; con constantes conocidas y positivas $D_x, D_y, D_z, D_\phi, D_\theta, D_\psi, \bar{D}_x, \bar{D}_y, \bar{D}_z, \bar{D}_\phi, \bar{D}_\theta$ y \bar{D}_ψ .

Suposición 2. La falla f y la derivada de la falla \dot{f} están uniformemente acotadas y son Lipschitz, i.e. $f \in \mathcal{L}_{F_1}$, $\dot{f} \in \mathcal{L}_{F_2}$, con constantes conocidas F_1 y F_2 .

Definición 1. Blanke et al. (2003). La falla f_i es fuertemente detectable si existe un generador residual estable tal que $r(t)$ alcanza un valor en estado estable diferente de cero para una señal de falla que tiene un valor con cota final diferente de cero.

Las suposiciones 1 y 2 podrían considerarse como restrictivas, sin embargo, vale la pena mencionar que las posiciones, ángulos, velocidades y aceleraciones, así como las entradas de control, están físicamente acotadas en la práctica. Por otro lado, las perturbaciones externas, como las ráfagas de viento, son generalmente modeladas como señales sinusoidales las cuales están claramente acotadas y son Lipschitz.

3. ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS

Defina $\chi_1 := (z, \phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^4$ y $\chi_2 := (\dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^4$. Entonces, considerando (2) y (3), la dinámica de χ_1 y χ_2 está dada como

$$\dot{\chi}_1 = \chi_2, \quad (4a)$$

$$\dot{\chi}_2 = \zeta(\chi_1)M(I_4 - \Gamma(t))T + \varphi(\chi_2) + d(t), \quad (4b)$$

donde $\zeta(\chi_1) := \text{diag}(c\phi c\theta/m, J) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $\varphi(\chi_2) := (a_z \dot{z} - g, w_\eta(\eta_2)^T \Xi)^T \in \mathbb{R}^4$ y el vector de perturbaciones externas $d := (d_z, d_\eta^T)^T \in \mathbb{R}^4$.

3.1 Observador por Modos Deslizantes en Tiempo Finito

Para la generación de las señales residuales, se propone un FT-SMO. Para este propósito, se introduce la siguiente suposición en el modelo dinámico (4).

Suposición 3. El término $\varphi(\chi_2)$ es Lipschitz i.e., $\|\varphi(\chi_2) - \varphi(\hat{\chi}_2)\| \leq L_\varphi \|\chi_2 - \hat{\chi}_2\|$, para cualquier χ_2 y $\hat{\chi}_2 \in \mathbb{R}^4$.

La suposición anterior se cumple siempre y cuando el *Quad-Rotor* no realice maniobras agresivas.

Note que la incertidumbre total en el sistema está dada por

$$\Phi(t) = d(t) - \zeta(\chi_1)Mf(t).$$

Debido a las Suposiciones 1 y 2, la incertidumbre total está acotada y es Lipschitz, i.e. $\Phi \in \mathcal{L}_\Delta$ y $\dot{\Phi} \in \mathcal{L}_{\bar{\Delta}}$ con constantes conocidas Δ y $\bar{\Delta}$, respectivamente.

El FT-SMO está dado por

$$\dot{\hat{\chi}}_1 = \hat{\chi}_2 + K_1\varphi_1(e_\chi), \quad (5a)$$

$$\dot{\hat{\chi}}_2 = \zeta(\chi_1)MT + \varphi(\hat{\chi}_2) + \hat{\chi}_3 + K_2\varphi_2(e_\chi), \quad (5b)$$

$$\dot{\hat{\chi}}_3 = K_3\varphi_3(e_\chi), \quad (5c)$$

donde $e_\chi := \chi_1 - \hat{\chi}_1 \in \mathbb{R}^4$ es el error de estimación de salida, las inyecciones de salida no lineales $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ están dadas por $\varphi_1(\mathbf{s}) := \lceil \mathbf{s} \rceil^{\frac{2}{3}}$, $\varphi_2(\mathbf{s}) := \lceil \mathbf{s} \rceil^{\frac{1}{3}}$, $\varphi_3(\mathbf{s}) := \lceil \mathbf{s} \rceil^0$, con $\lceil \mathbf{s} \rceil^\gamma := (\lceil s_1 \rceil^\gamma, \dots, \lceil s_n \rceil^\gamma)^T$, para cualquier $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_n)^T \in \mathbb{R}^n$, y matrices $K_j = \text{diag}(k_{j1}, k_{j2}, k_{j3}, k_{j4}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, con $j = \overline{1, 3}$.

Se define el error de estimación como $e := (e_\chi, \varepsilon_\chi) \in \mathbb{R}^8$, donde $\varepsilon_\chi := \chi_2 - \hat{\chi}_2 \in \mathbb{R}^4$ es el error de estimación de las velocidades. El siguiente teorema describe las propiedades de convergencia en tiempo-finito del FT-SMO.

Teorema 1. Levant (2003). Aplicando el observador (5) en el sistema (4) y suponiendo que los parámetros del observador son seleccionados como

$$K_1 = 2\bar{\Delta}^{\frac{1}{3}}I_4, K_2 = 1.5\bar{\Delta}^{\frac{1}{2}}I_4, K_3 = 1.1\bar{\Delta}I_4,$$

entonces, $e = 0$ es Uniformemente Estable en Tiempo Finito (UFTS)¹.

¹ Para más detalles sobre este tipo de convergencia ver Polyakov (2012).

Observación 1. Considere la ocurrencia de una falla en un tiempo $t_f > T_o > 0$, donde T_o es el tiempo de convergencia del observador sin falla. Entonces, dado el diseño del observador y debido a la naturaleza de la falla, el observador convergerá nuevamente en un tiempo $T_1 > t_f > T_o$.

Defina $\epsilon_\chi(t) := \Phi(t) - \hat{\chi}_3(t) \in \mathbb{R}^4$. Entonces, la dinámica correspondiente es $\dot{\epsilon}_\chi(t) = \dot{\Phi}(t) - K_3\varphi_3(\epsilon_\chi)$. De acuerdo al Teorema 1, se tiene que $\hat{\chi}_1(t) = \chi_1(t)$, $\hat{\chi}_2(t) = \chi_2(t)$ y $\hat{\chi}_3(t) = \Phi(t)$, para todo $t \geq T_1$. Por lo tanto, si las Suposiciones 1, 2 y 3 se cumplen, entonces, el FT-SMO (5) proporciona los siguientes residuos para todo $t \geq T_1$

$$\hat{\chi}_3(t) = (\hat{\chi}_z(t), \hat{\chi}_\phi(t), \hat{\chi}_\theta(t), \hat{\chi}_\psi(t))^T = \Phi(t). \quad (6)$$

3.2 Detección de Fallas

Para determinar si existe alguna falla se introduce la siguiente proposición.

Proposición 1. Asuma que la falla f es tal que

$$\|f\|_f > 2\|M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)D\|_f, \quad (7)$$

con $D := (D_z, D_\phi, D_\theta, D_\psi)^T$. Entonces si

$$\|\hat{\chi}_3\|_\infty > \|D\|, \quad (8)$$

la falla f es fuertemente detectable.

Observación 2. De acuerdo a la Definición 1, las fallas que no satisfagan la condición (7), no son detectables. Sin embargo, note que si la falla no satisface (7), un controlador robusto, como algunos controladores continuos por modos deslizantes, debido a sus propiedades de robustez, puede ser capaz de compensar dicha falla (para mas detalles ver Ríos et al. (2018)).

Observación 3. El esquema de detección de fallas está dado por la expresión en (8).

3.3 Aislamiento de Fallas

Una vez detectada la falla, se procede a aislarla. Para esto, se introduce la siguiente proposición.

Proposición 2. Asuma que la falla f_i es fuertemente detectable, i.e.

$$\|f_1\|_{f_1} > 2Q_1(\chi_1)\|I_\theta D\|, \quad (9a)$$

$$\|f_2\|_{f_2} > 2Q_2(\chi_1)\|I_\theta D\|, \quad (9b)$$

$$\|f_3\|_{f_3} > 2Q_3(\chi_1)\|I_\phi D\|, \quad (9c)$$

$$\|f_4\|_{f_4} > 2Q_4(\chi_1)\|I_\phi D\|, \quad (9d)$$

donde $Q_1(\chi_1) = \|I_\theta M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)\|_{f_1}$, $Q_2(\chi_1) = \|I_\theta M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)\|_{f_2}$, $Q_3(\chi_1) = \|I_\phi M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)\|_{f_3}$ y $Q_4(\chi_1) = \|I_\phi M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)\|_{f_4}$, con $I_\theta := \text{diag}(1, 0, 1, 1) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ y $I_\phi := \text{diag}(1, 1, 0, 1) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$. Entonces, las siguientes expresiones

$$\|\hat{\chi}_\theta\|_\infty > D_\theta \wedge \hat{\chi}_\theta(t) < 0 \Rightarrow \mathcal{A}_1 = 1 \Rightarrow f_1 \neq 0, \quad (10a)$$

$$\|\hat{\chi}_\theta\|_\infty > D_\theta \wedge \hat{\chi}_\theta(t) > 0 \Rightarrow \mathcal{A}_2 = 1 \Rightarrow f_2 \neq 0, \quad (10b)$$

$$\|\hat{\chi}_\phi\|_\infty > D_\phi \wedge \hat{\chi}_\phi(t) < 0 \Rightarrow \mathcal{A}_3 = 1 \Rightarrow f_3 \neq 0, \quad (10c)$$

$$\|\hat{\chi}_\phi\|_\infty > D_\phi \wedge \hat{\chi}_\phi(t) > 0 \Rightarrow \mathcal{A}_4 = 1 \Rightarrow f_4 \neq 0, \quad (10d)$$

proporcionan el aislamiento de la i -ésima falla f_i .

Observación 4. Las señales de alerta \mathcal{A}_i indican la ocurrencia de la falla en el i -ésimo rotor cuando $\mathcal{A}_i = 1$, de lo contrario $\mathcal{A}_i = 0$.

3.4 Identificación de Fallas

Los esquemas de detección y aislamiento no determinan la magnitud de la falla. Para los FTCs activos, la identificación de las fallas son necesarias para compensar el efecto producido por las mismas en el controlador.

Debido a la Suposición 1 y a las propiedades de estimación del FT-SMO, se asume que

$$\underline{d}_\phi \leq d_\phi(t) \leq \bar{d}_\phi \quad \forall t \geq 0,$$

$$\underline{d}_\theta \leq d_\theta(t) \leq \bar{d}_\theta \quad \forall t \geq 0,$$

donde las constantes $\underline{d}_\phi, \bar{d}_\phi, \underline{d}_\theta, \bar{d}_\theta \in \mathbb{R}$ son conocidas. Se introducen las variables

$$\sigma_z(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \|\hat{\chi}_z\|_\infty \leq D_z, \\ \underline{d}_z, & \text{si } \|\hat{\chi}_z\|_\infty > D_z, \end{cases} \quad (11a)$$

$$\sigma_\phi(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \|\hat{\chi}_\phi\|_\infty \leq D_\phi, \\ \underline{d}_\phi, & \text{si } \|\hat{\chi}_\phi\|_\infty > D_\phi \wedge \hat{\chi}_\phi(t) > 0, \\ \bar{d}_\phi, & \text{si } \|\hat{\chi}_\phi\|_\infty > D_\phi \wedge \hat{\chi}_\phi(t) < 0, \end{cases} \quad (11b)$$

$$\sigma_\theta(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \|\hat{\chi}_\theta\|_\infty \leq D_\theta, \\ \underline{d}_\theta, & \text{si } \|\hat{\chi}_\theta\|_\infty > D_\theta \wedge \hat{\chi}_\theta(t) > 0, \\ \bar{d}_\theta, & \text{si } \|\hat{\chi}_\theta\|_\infty > D_\theta \wedge \hat{\chi}_\theta(t) < 0, \end{cases} \quad (11c)$$

$$\sigma_\psi(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \|\hat{\chi}_\psi\|_\infty \leq D_\psi, \\ \underline{d}_\psi, & \text{si } \|\hat{\chi}_\psi\|_\infty > D_\psi \wedge \hat{\chi}_\psi(t) > 0, \\ \bar{d}_\psi, & \text{si } \|\hat{\chi}_\psi\|_\infty > D_\psi \wedge \hat{\chi}_\psi(t) < 0. \end{cases} \quad (11d)$$

Considere la matriz de aislamiento $\mathcal{A}(t) := \text{diag}(\mathcal{A}_1(t), \mathcal{A}_2(t), \mathcal{A}_3(t), \mathcal{A}_4(t)) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ y el vector $\sigma(t) := (\sigma_z(t), \sigma_\phi(t), \sigma_\theta(t), \sigma_\psi(t))^T \in \mathbb{R}^4$. Entonces, la siguiente proposición establece el esquema de identificación de la falla.

Proposición 3. Asuma que la falla f_i es fuertemente detectable y que ha sido aislada. Entonces, la identificación del vector de fallas f está dada por

$$\hat{f}(t) = \mathcal{A}(t)M^{-1}\zeta^{-1}(\chi_1)(\sigma(t) - \hat{\chi}_3(t)). \quad (12)$$

Además, los errores de identificación satisfacen

$$Q_1(\chi_1) \left[\|I_\theta D\| - \left\| \begin{pmatrix} \underline{d}_z \\ \underline{d}_\theta \\ \underline{d}_\psi \end{pmatrix} \right\| \right] \leq \|f_1 - \hat{f}_1\|_{f_1} \leq Q_1(\chi_1) \|I_\theta D\|, \quad (13a)$$

$$Q_2(\chi_1) \left[\|I_\theta D\| - \left\| \begin{pmatrix} \underline{d}_z \\ \underline{d}_\theta \\ \underline{d}_\psi \end{pmatrix} \right\| \right] \leq \|f_2 - \hat{f}_2\|_{f_2} \leq Q_2(\chi_1) \|I_\theta D\|, \quad (13b)$$

$$Q_3(\chi_1) \left[\|I_\phi D\| - \left\| \begin{pmatrix} \underline{d}_z \\ \underline{d}_\phi \\ \underline{d}_\psi \end{pmatrix} \right\| \right] \leq \|f_3 - \hat{f}_3\|_{f_3} \leq Q_3(\chi_1) \|I_\phi D\|, \quad (13c)$$

$$Q_4(\chi_1) \left[\|I_\phi D\| - \left\| \begin{pmatrix} \underline{d}_z \\ \underline{d}_\phi \\ \underline{d}_\psi \end{pmatrix} \right\| \right] \leq \|f_4 - \hat{f}_4\|_{f_4} \leq Q_4(\chi_1) \|I_\phi D\|. \quad (13d)$$

Observación 5. Para obtener la identificación de la i -ésima LOE se puede usar la relación $\hat{\gamma}_i(t) = \hat{f}_i(t)/T_i(t)$. Note que debido al efecto de las perturbaciones no es posible proporcionar una identificación exacta de la LOE.

4. SIMULACIONES

En esta sección, el esquema de FD propuesto es validado a través de simulaciones numéricas en Matlab Simulink[®]. Se considera una LOE del 25% en el segundo rotor en un tiempo $t_f = 40$ [s]. Los parámetros del modelo (1) son tomados del prototipo QBall2 de Quanser[®] dados por $m = 1.79$ [kg], $g = 9.81$ [m/s²], $J_x = J_y = 0.03$ [Ns²/rad], $J_z = 0.04$ [Ns²/rad], y $a_x = a_y = a_z = 0.012$ [Ns/kgm].

Las perturbaciones externas están dadas como:

$$\begin{aligned} d_x &= 0.3 + 0.2 \sin(\omega_1 t), \\ d_y &= 0.3 + 0.2 \cos(\omega_1 t), \\ d_z &= -0.5 + 0.1 \sin(\omega_1 t) - 0.1 \sin(\omega_2 t) + 0.1 \cos(\omega_3 t), \\ d_\phi &= -0.5 + 0.2 \sin(\omega_1 t) - 0.2 \sin(\omega_2 t) + 0.2 \cos(\omega_2 t), \\ d_\theta &= 0.5 + 0.2 \cos(\omega_2 t) - 0.2 \sin(\omega_1 t) + 0.2 \cos(\omega_3 t), \\ d_\psi &= 0.5 + 0.2 \cos(\omega_3 t) - 0.2 \sin(\omega_2 t) + 0.2 \cos(\omega_3 t), \end{aligned}$$

con $\omega_1 = 0.4$ [rad/s], $\omega_2 = 0.6$ [rad/s] y $\omega_3 = 0.8$ [rad/s].

La trayectoria deseada está dada por $x_d(t) = 0$, $y_d(t) = 0$, $z_d(t) = 0.5(1 + \tanh(t - 7.5)) + 0.1(1 + \tanh((t - 35)/3))$ y $\psi_d(t) = \cos(0.02\alpha t)$ con $\alpha = \pi/6$ [rad/s]. Los parámetros del FT-SMO (5) son $\hat{K}_1 = 2.736I_4$, $\hat{K}_2 = 2.4I_4$ y $\hat{K}_3 = 2.818I_4$.

Se diseña el controlador Terminal Singular Continuo por Modos Deslizantes por sus propiedades de robustez, como se muestra en Ríos et al. (2018). La simulación es implementada por el método de integración de Euler con un tiempo de muestreo de 0.001[s].

Las señales residuales proporcionadas por el FT-SMO y las perturbaciones inyectadas al sistema son mostradas en la Fig. 2. El tiempo de convergencia de la identificación antes de que ocurra alguna falla es de $T_o \approx 1$ [s]. Como puede verse en la figura, antes de que ocurra alguna falla, todos los residuos convergen a las perturbaciones inyectadas al sistema. Después de la ocurrencia la falla (representado por el área sombreada en gris), los residuos $\hat{\chi}_z$, $\hat{\chi}_\theta$ y $\hat{\chi}_\psi$ se ven notablemente afectados. La Figura 3 muestra el esquema de detección descrito en (8) donde $\|\hat{\chi}_3\|_\infty$ sobrepasa el valor de $\|D\| = 0.962$ en un tiempo $t_d = 40.12$ [s], indicando la existencia de una falla en un actuador.

Las señales de alarma del esquema de aislamiento (10) son mostradas en la Figura 4, en donde se muestra que la señal de alerta \mathcal{A}_2 es activada en un tiempo $t_i = 40.44$ [s], aislando la falla en el segundo actuador. La identificación de la falla es realizada a través de (12). Por claridad en la presentación de resultados solo se muestra la estimación de la LOE en la Figura 5.

Estos resultados muestran que, momentos después de la existencia de una falla, el esquema de FD propuesto detecta y aísla exitosamente la falla. Además, una estimación de la magnitud de la LOE es identificada, la cual permite acciones correctivas para los FTCs activos. La

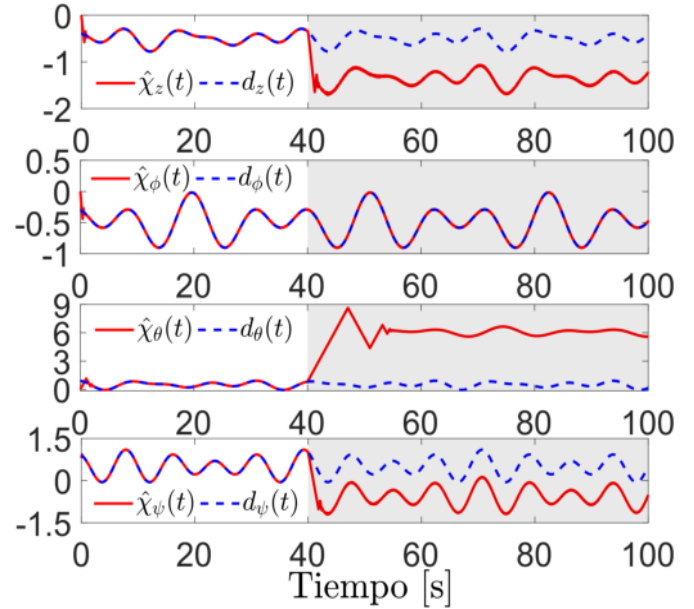


Fig. 2. Señales residuales generadas por el FT-SMO y perturbaciones introducidas al sistema. El área sombreada en gris representa el momento en que la falla está activa.

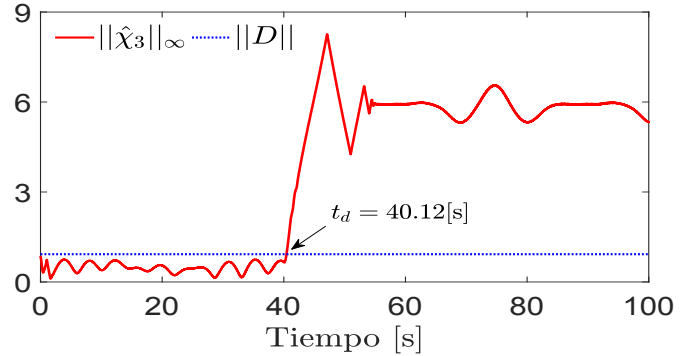


Fig. 3. Detección de la falla.

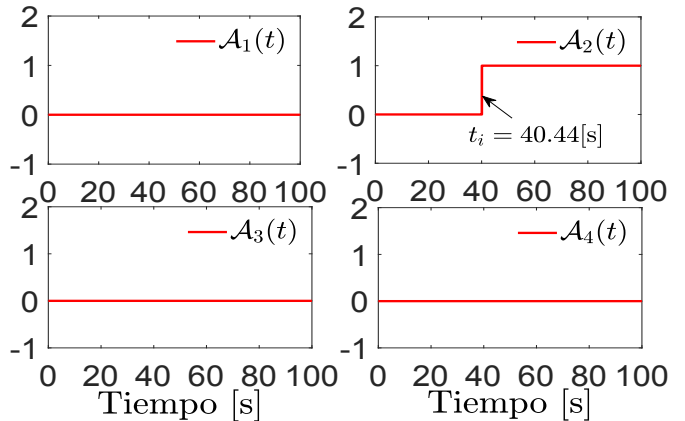


Fig. 4. Señales de alerta del aislamiento de la falla.

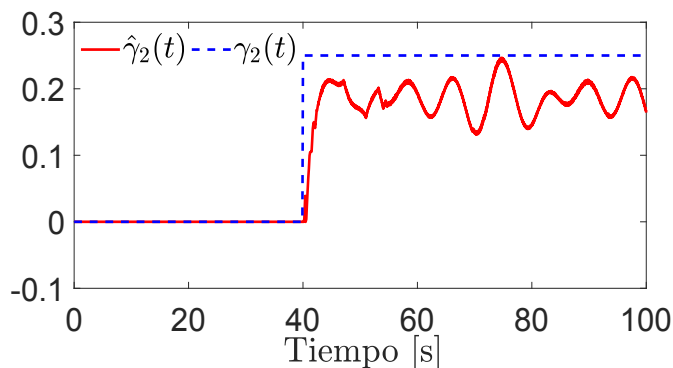


Fig. 5. Identificación de la LOE en el segundo rotor.

extensión del FD propuesto ante múltiples fallas, así como su validación experimental, serán tratados en un trabajo futuro.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta un esquema de FD para un *Quad-Rotor* en presencia de fallas en actuadores y perturbaciones externas. Las fallas consideradas están dadas por LOE en los rotores. Se propone un FT-SMO para la identificación de las entradas desconocidas. El FD propuesto detecta, aísla e identifica la falla aún en presencia de perturbaciones externas. Simulaciones validan el desempeño del esquema propuesto. Como trabajo futuro se pretende extender el FD a múltiples fallas y validarlo a través de pruebas experimentales.

REFERENCIAS

- Aguilar-Sierra, H., Flores, G., Salazar, S., and Lozano, R. (2013). Fault estimation for a Quad-rotor MAV using a polynomial observer. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 73, 455–468.
- Alexis, K., Nikolakopoulos, G., and A.Tzes (2012). Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *IET Control Theory & Applications*, 6(12), 1812–1827.
- Alwi, H., Edwards, C., and Tan, C. (2011). *Fault Detection and Fault-tolerant Control Using Sliding Modes*. AIC Seriese. Springer-Verlag.
- Amoozgar, M.H., Chamseddine, A., and Zhang, Y. (2013). Experimental test of a two-stage Kalman filter for actuator fault detection and diagnosis of an unmanned quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 70(1-4), 107–117.
- Avram, R.C., Zhang, X., and Muse, J. (2017). Quadrotor actuator fault diagnosis and accommodation using nonlinear adaptive estimators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25(6), 2219–2226.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., and Staroswiecki, M. (2003). *Diagnosis and fault tolerant control*. Springer, New York.
- Cen, Z., Noura, H., Susilo, T.B., and Al Younes, Y. (2014). Robust fault diagnosis for Quadrotor UAVs using adaptive Thau observer. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 73(1-4), 573–588.
- Chandra, K.P.B., Alwi, H., and Edwards, C. (2015). Fault Reconstruction for a Quadrotor using an LPV Sliding Mode Observer. *IFAC-PapersOnLine*, 48(21), 374–379.
- Chen, F., Jiang, R., Zhang, K., Jiang, B., and Tao, G. (2016). Robust backstepping Sliding-Mode Control and observer-based fault estimation for a Quadrotor UAV. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(8), 5044–5056.
- Dydek, Z.T., Annaswamy, A.M., and Lavretsky, E. (2013). Adaptive control of quadrotor uavs: A design trade study with flight evaluations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 21(4), 1400–1406.
- Edwards, C., Spurgeon, S., and Patton, R. (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36(4), 541–553.
- Freddi, A., Longhi, S., and Monteriù, A. (2012). A Diagnostic Thau Observer for a Class of Unmanned Vehicles. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 67(1), 61–73.
- Han, W., Wang, Z., and Shen, Y. (2018). Fault estimation for a Quadrotor unmanned aerial vehicle by integrating the parity space approach with recursive least squares. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 232(4), 783–796.
- Levant, A. (2003). High-order sliding modes: differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9-10), 924–941.
- Merheb, A.R., Noura, H., and Bateman, F. (2013). Passive fault tolerant control of Quadrotor UAV using regular and cascaded Sliding Mode Control. In *2013 Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (Sys-Tol)*, 330–335. IEEE.
- Polyakov, A. (2012). Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(8), 2106–2110.
- Ríos, H., Falcón, R., González, O., and Dzul, A. (2018). Continuous sliding-modes control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66, 1264 – 1272.
- Saied, M., Shraim, H., Francis, C., Fantoni, I., and Lussier, B. (2015). Actuator fault diagnosis in an octorotor UAV using sliding modes technique: Theory and experimentation. In *2015 European Control Conference (ECC)*, 1639–1644. IEEE.
- Sierra, H.A., Martinez-Guerra, R., and Mata-Machuca, J. (2011). Fault diagnosis via a polynomial observer. In *2011 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*, 1–6. IEEE.
- Zhang, Y., Chamseddine, A., Rabbath, C., Gordon, B., Su, C.Y., Rakheja, S., Fulford, C., Apkarian, J., and Gosselin, P. (2013). Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed. *Journal of the Franklin Institute*, 350(9), 2396–2422.