

# Control de formación de múltiples robots móviles de auto-balanceo vía una comunicación disparada por eventos

O. D. Ramírez-Cárdenas\* J.F. Guerrero-Castellanos\*\*  
J. Linares-Flores\*

\* *Instituto de Electrónica y Mecatrónica, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca, México, (e-mail: oscar6ri@hotmail.com, jlinares@mixteco.utm.mx).*

\*\* *Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), Puebla, México (e-mail: fermi.guerrero@correo.buap.mx)*

Resumen: Este artículo presenta el desarrollo de un control distribuido mediante una comunicación asíncrona disparada por eventos aplicado al problema de formación en el plano de un grupo de robots móviles tipo péndulo invertido (RMPI). Se presenta el modelo matemático no lineal de los RMPI que incluye la dinámica de los actuadores, así como el modelo lineal alrededor de un punto de operación. De ahí, mediante la parametrización diferencial proporcionada a través de la salida plana, se propone una ley de control distribuida tipo descentralizada, y se desarrolla un algoritmo disparado por eventos que permite decidir si es necesario que el agente  $i$ -ésimo comunique su estado a sus vecinos. La estrategia propuesta resuelve el problema de consenso en su configuración líder-seguidor. La topología de comunicación se basa en grafos direccionados y fuertemente conectados. Simulaciones computacionales validan la capacidad de la estrategia propuesta.

*Keywords:* Robots móviles tipo péndulo invertido (RMPI), consenso, sistema multi-agente, control disparado por eventos, Control por planitud diferencial.

## 1. INTRODUCCIÓN

El control descentralizado para sistemas multi-vehículos ha surgido como un nuevo reto para los investigadores en el área de control y robótica en los últimos años. Esto es por que los sistemas multi-agentes se aplican en diferentes ámbitos, tales como el control cooperativo de vehículos aéreos no tripulados, el control de la formación de robots móviles, el control de las redes de comunicación, el diseño de redes de sensores, agrupamiento de insectos, entre otros (Xie and Wang (2005)). Para realizar tareas coordinadas se utilizan técnicas de control que involucren el intercambio de información entre los agentes. Por lo anterior, el control cooperativo de un sistema multi-agente (SMA) debe permitir que los agentes interactúen entre sí para cumplir un objetivo en común, basándose en el uso racional de los recursos. Recientemente, se han reportado trabajos sobre los problemas de formación cooperativa (Kuriki and Namerikawa (2013); Dong et al. (2015)). Sin embargo, existen pocos trabajos reportados donde se apliquen estas metodologías en sistemas multivariables y de naturaleza inestable, como vehículos de dos ruedas y de auto-balanceo o ruedas giratorias (Tsai et al. (2017)).

El control de robots móviles tipo péndulo invertido (RMPI) ha sido estudiado por diversos investigadores (ver Tsai et al. (2017); Grasser et al. (2002); Tsai et al.

(2010)). Sin embargo el enfoque propuesto por Grasser et al. (2002) y Tsai et al. (2010), se aplican para el control del balanceo del sistema y no se estudia el enfoque de control cooperativo para la formación de multi-RMPI. En Tsai et al. (2017) introducen el problema de consenso para móviles donde se emplean sistemas RMPI, la idea que proponen es un control cooperativo tipo líder seguidor virtual para la formación de dos robots (2,0) y un RMPI, mediante un control backstepping y un control por modos deslizantes. Si bien es cierto que la metodología propuesta realiza la formación de los robots, solo se preocupa por la postura de uno de ellos. Como se puede apreciar, los SMA están equipados con sistemas de computo embebidos, actuadores mecánicos, sensores, sistemas de comunicación, entre otros, y con una capacidad de energía limitada. Además, en diferentes esquemas de control un agente debe medir su estado, enviarlo a los vecinos y actualizar la señal de control continuamente o por un tiempo de muestreo especificado. Tal que las leyes de control pudieran ser poco practicas en diferentes aplicaciones por el excesivo consumo de energía. Por lo anterior, es deseable diseñar esquemas de control, tal que el consumo de energía producido por la comunicación entre agentes, sea reducida de manera significativa. De esta manera, los recursos energéticos limitados de los agentes se pueden ahorrar en gran medida y la vida

operativa de los SMA se puede extender Hu et al. (2015). Dentro de este enfoque, algunos trabajos han abordado el manejo adecuado de los recursos de computo y comunicación, mediante comunicación basada en eventos también llamadas disparados por eventos o muestreo de Lesbesgue. Con dicho paradigma la información se transmite sólo cuando es absolutamente necesario, es decir, cuando la dinámica del sistema cambia, *i.e* cuando ocurre algún evento. En enfoques más sofisticados, la función de evento  $e$  toma el estado actual  $x$  como la entrada y una memoria  $m$  de  $x$  la última vez que ocurrió un evento. La función  $e$  resultante puede llegar a ser negativo y no transmitir información, como puede verse también en Marchand et al. (2013); Guerrero-Castellanos et al. (2014).

El objetivo principal del trabajo es realizar un control de auto-balanceo y formación de robots móviles tipo péndulo invertido (RMPI) en el plano  $(x, y)$ , utilizando la propiedad de planitud diferencial del sistema en combinación con una función de evento y un algoritmo de consenso. La función de evento diseñada está en función de la dinámica de los agentes y decide cuando el agente transmite su información a los vecinos con los que existe comunicación, mientras que el algoritmo de consenso se encarga de negociar entre los robots para llevar a cabo una formación definida.

El resto del artículo se estructura de la siguiente manera. La sección 2 presenta algunas definiciones y los preliminares matemáticos involucrados en el desarrollo del trabajo. En la sección 3 se realiza el planteamiento del problema y se desarrolla la estrategia de control cooperativo distribuido basado en eventos para un sistema multi-vehículos con  $N$ -RMPI. La sección 4 se muestran las simulaciones numéricas y se analizan los resultados para mostrar la efectividad de la estrategia de control propuesta. Finalmente, las conclusiones y perspectivas se establecen en la sección 5.

## 2. PRELIMINARES

### 2.1 Teoría de grafos

La interacción de un sistema multiagente puede ser representada mediante grafos. La teoría de grafos es un recurso que permite definir la topología de comunicación entre los agentes y desde el punto de vista de control, permite establecer propiedades de estabilidad. Considere que  $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$  consiste en un conjunto de vértices (o nodos)  $\mathcal{V} = 1, \dots, N$  y enlaces  $\mathcal{E}$ . Si hay un enlace  $(i, j)$  entre los nodos  $i$  y  $j$ , entonces  $i$  y  $j$  se llaman adyacentes, es decir,  $\mathcal{E} = (i, j) \in \mathcal{V} \times \mathcal{V} : i, j \text{ adyacente}$ .  $\mathcal{G}$  es llamado no dirigido si  $(i, j) \in \mathcal{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathcal{E}$ . La matriz de adyacencia  $A$  esta definida por  $a_{ij} = 1$  si  $i$  y  $j$  son adyacentes, y  $a_{ij} = 0$  en caso contrario. Un camino desde  $i$  hasta  $j$  es una secuencia de diferentes nodos, iniciando desde  $i$  y terminando con  $j$ , de modo que cada par de nodos consecutivos es adyacente. Si hay un camino de  $i$  a  $j$ , entonces  $i$  y  $j$  son llamados conectados. Si todos los pares de nodos en  $\mathcal{G}$  son conectados, entonces  $\mathcal{G}$  es llamado conectado. La distancia  $d(i, j)$  entre dos nodos es el número de enlaces de la ruta más corta desde  $i$  hasta

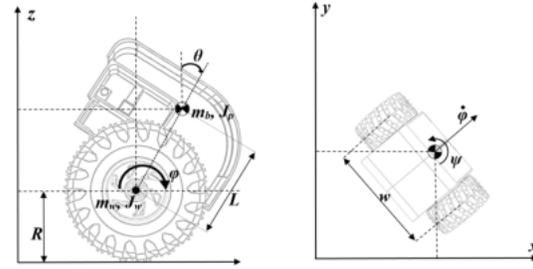


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre del RMPI.

$j$ . La matriz de grados  $D$  de  $\mathcal{G}$  es la matriz diagonal con elementos  $d_i$  igual a la cardinalidad del conjunto vecino del nodo  $i$ ,  $N_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ . La matriz laplaciana  $\mathcal{L}$  de  $\mathcal{G}$  es definida como  $\mathcal{L} = D - A$ . Para grafos conectados,  $\mathcal{L}$  tiene exactamente un sólo valor propio igual a cero y dichos valores propios pueden ser listados en orden decreciente,  $0 = \lambda_1(\mathcal{G}) < \lambda_2(\mathcal{G}) \leq \dots \leq \lambda_N(\mathcal{G})$ .  $\bar{\mathcal{G}}$  representa el grafo que contiene al grafo  $\mathcal{G}$  y al líder.

### 2.2 Comunicación entre agentes basada en eventos

Un grafo teniendo como nodos sistemas dinámicos es denotado por  $(\mathcal{G}, x)$ , siendo  $\mathcal{G}$  el grafo que contiene  $N$  nodos y  $x = (x_1^T \dots x_N^T)^T$  un vector de estado global, donde los estados de cada nodo evolucionan de acuerdo a la dinámica

$$\dot{x}_i = f(x_i, u_i)$$

donde  $x_i \in \chi \subset \mathbb{R}^n$  y  $u_i \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^p$ . La transmisión de información entre agentes basada en eventos relaciona dos funciones principales (Sánchez-Santana et al., 2017).

- Una función de evento:  $e_i : \chi \times \chi \rightarrow \mathbb{R}$  que indica si es necesario que el agente  $i$  transmita ( $e_i > 0$ ) o no ( $e_i \leq 0$ ) su estado al agente  $j$ , con  $j \in N_i$ . La función de evento toma como entrada el valor actual del estado del agente  $i$ ,  $x_i$  y una memoria  $m_i$  de  $x_i$  la última vez que  $e_i$  fue positivo.
- Control distribuido  $u_i(x_i, m_i, m_j)$ . El control depende de las memorias de los estados  $x_i$  y  $x_j$  con  $j \in N_i$ , esto significa que el control del agente  $i$  depende del estado transmitido por el propio agente la última vez que ocurrió un evento ( $m_i$ ) y el estado proveniente del agente  $j$ , así como del estado actual del agente  $i$ , *i.e.*  $x_i$ . El término distribuido se debe a que el control del agente  $i$  solo depende del conjunto  $N_i$  el cual es un subconjunto del conjunto total de nodos, *i.e.*  $N_i \subset \mathcal{V}$ .

## 3. CONTROL DEL SISTEMA MULTI-RMPI

En esta sección se presenta el modelo no lineal y linealizado alrededor de un punto de equilibrio, la obtención de la salida plana y el sistema representado mediante dicha salida plana. Además, se muestra también el algoritmo de control propuesto para el consenso de múltiples sistemas RMPI, la idea principal es que los robots realicen una formación en el plano  $(x, y)$ . Esto implica que los robots no solo deben de respetar la postura, el avance y el ángulo de giro, sino que además deben de realizar el consenso y respetar ciertas referencias con respecto a un líder virtual para realizar

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \alpha & 0 \\ \alpha & \bar{I} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J} + (m_w + m_b) R^2 \phi^2 + 2m_b RL \theta \sin \theta + m_b L^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K_s}{2} (u_l + u_r) + T_s (\dot{\theta} - \dot{\phi}) + ((m_w + m_b) R^2 \phi + m_b RL \sin \theta) \dot{\psi}^2 + m_b RL \sin \theta \dot{\theta}^2 \\ -\frac{K_s}{2} (u_l + u_r) - T_s (\dot{\theta} - \dot{\phi}) + (m_b RL \phi + m_b L^2 \sin \theta) \dot{\psi}^2 \cos \theta + m_b g L \sin \theta \\ \frac{R}{w} K_s (u_r - u_l) + T_s \dot{\psi} - 2 \left( (m_w + m_b) R^2 \phi \dot{\phi} + m_b RL \dot{\phi} \sin \theta + m_b RL \theta \dot{\theta} \cos \theta + m_b L^2 \dot{\theta} \cos \theta \sin \theta \right) \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{M} &= (m_w - m_b) R^2 + 2J_w + J_m & \bar{I} &= m_b L^2 + J_p + J_m \\ \bar{J} &= \frac{w^2}{4} m_w + \frac{w^2}{2R^2} J_w + J_\psi - J_m & \alpha &= (m_b RL \cos \theta - J_m) \end{aligned}$$

### 3.1 Modelo y descripción del sistema

Considere un RMPI como el que se muestra en la Fig. 1, el cual se compone de dos motores de corriente continua (CC) acoplados a neumáticos y capaz de desplazarse en el plano de manera autónoma, descrito mediante la ecuación dinámica no lineal multivariable 1. Seleccionando las variables de estado a la posición angular de las ruedas  $x_1$ , velocidad angular de las ruedas  $x_2$ , posición angular del péndulo  $x_3$ , velocidad angular del péndulo  $x_4$ , posición angular de la rotación del vehículo  $x_5$  y velocidad angular de la rotación del RMPI  $x_6$ , se define el vector de estado  $x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6)^T$  con entrada de control  $u = (u_l \ u_r)^T$  y considerando que el RMPI operará cerca de la posición angular de equilibrio  $x_3 = \theta \approx 0$  y con velocidad angular cercana a cero, *i.e.*  $x_4 = \dot{\theta} \approx 0$ , el sistema puede escribirse en la forma de un sistema LTI (*Linear Time-Invariant*, en inglés) multivariable de la siguiente manera

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2)$$

$$x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

con  $n = 6$  y  $m = 2$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & a_2 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_4 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & b_1 \\ 0 & 0 \\ b_2 & b_2 \\ 0 & 0 \\ -b_3 & b_3 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} u_l \\ u_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(\bar{I} - (J_m - Lm_b R)) T_s}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} & a_2 &= \frac{(J_m - Lm_b R) Lm_b g}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} \\ a_3 &= \frac{T_s ((J_m - Lm_b R) - \bar{M})}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} & a_4 &= \frac{\bar{M} (Lm_b g)}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} \\ b_1 &= \frac{1}{2} \frac{(\bar{I} - (J_m - Lm_b R)) K_s}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} & a_5 &= \frac{T_s}{J} \\ b_2 &= \frac{((J_m - Lm_b R) - \bar{M}) K_s}{\bar{M} \bar{I} - (Lm_b R - J_m)^2} & b_3 &= \frac{R K_s}{w J} \\ & & K_s &= \frac{k_t}{R_m} & T_s &= \frac{k_t k_b}{R_m} + \beta \end{aligned}$$

donde

- $m_w$  := masa de las ruedas
- $m_b$  := masa del vástago
- $J_w$  := inercia de la rueda
- $J_m$  := inercia del motor
- $J_\psi$  := inercia del giro del robot
- $J_p$  := inercia del vástago
- $R$  := radio de la rueda

- $w$  := longitud entre el eje de las ruedas
- $L$  := longitud entre el centro de masas del vástago y el eje de las ruedas
- $g$  := gravedad ( $9,81 m/s^2$ )
- $k_t$  := constante de torque del motor
- $R_m$  := resistencia del Motor
- $k_b$  := constante de FEM del Motor
- $\beta$  := coeficiente de fricción viscosa

### 3.2 Modelo del sistema representado mediante la salida plana

Considere la matriz  $B$  de rango completo ( $m$ ) y constituido por los vectores columna  $B = [B_1, B_2]$ . Si el sistema es controlable implica que la matriz de controlabilidad

$$\mathcal{K}_c = (B \ AB \ A^2 B \ A^3 B \ A^4 B \ A^5 B)$$

es de rango completo  $n$  (ver Sira-Ramirez and Agrawal (2004)). En este caso en particular, la matriz de controlabilidad  $\mathcal{K}_c$  es efectivamente de rango completo  $n$ . Lo anterior indica que el sistema es controlable, y por lo consiguiente, plano.

La controlabilidad del sistema implica entonces que podemos extraer la siguiente matriz de rango completo de  $n \times n$ ,  $\mathcal{C}$ , desde la matriz de controlabilidad de Kalman.

$$\mathcal{C} = (B_1 \ AB_1 \ \dots \ A^{\gamma_1-1} B_1 \ B_2 \ AB_2 \ \dots \ A^{\gamma_2-1} B_2)$$

con  $\gamma_i$  siendo los índices de controlabilidad de Kronecker del sistema, para  $i = 1, \dots, m$ , los cuales satisfacen:  $\sum_i \gamma_i = n$ . De lo anterior y considerando  $\gamma_1 = 4$  y  $\gamma_2 = 2$  obtenemos una nueva matriz  $\mathcal{C}$  de la siguiente manera

$$\mathcal{C} = (B_1 \ AB_1 \ A^2 B_1 \ A^3 B_1 \ B_2 \ AB_2) \quad (3)$$

con  $\phi_i$ ,  $i = 1, 2$  siendo vectores renglones de dimensión  $n$ , de la forma

$$\phi_i = [0 \ \dots \ 1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

con 1 en la posición ( $\sum_{i=1}^j \gamma_i$ ) y 0 en caso contrario

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bajo la suposición anterior, las salidas planas están dadas por

$$F = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \mathcal{C}^{-1} x \quad (4)$$

La matriz 3 es de rango completo ( $n$ ). Por lo tanto, de la ecuación (4) obtenemos que las salidas planas están determinadas de la siguiente manera:

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4 \\ k_5 x_1 + k_6 x_2 + k_7 x_3 + k_8 x_4 + k_9 x_5 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Considerando la evaluación de las derivadas temporales y sucesivas de la salida  $F$  como:

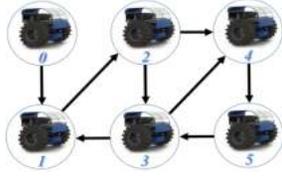


Figura 2. Grafo dirigido.

$$\begin{aligned}\dot{F} &= C\dot{x} = CAx + CBu = CAx \\ \ddot{F} &= C\ddot{x} = CA\dot{x} = CA^2x + CABu = CA^2x \\ F^{(3)} &= Cx^{(3)} = CA^2\dot{x} = CA^3x + CA^2Bu = CA^3x \\ F^{(4)} &= CF^{(4)} = CA^3\dot{x} = CA^4x + CA^3Bu\end{aligned}$$

El sistema (2) puede representarse mediante una parametrización diferencial de todas las variables del sistema en términos de  $F = [F_1 \ F_2]^T$ , de tal forma que el sistema queda representado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{F}_1 &= c_1x_2 + c_2x_3 + c_3x_4 \\ \dot{F}_1 &= c_4x_2 + c_5x_3 + c_6x_4 \\ F_1^{(3)} &= c_7x_2 + c_8x_3 + c_9x_4 \\ F_1^{(4)} &= c_{10}x_2 + c_{11}x_3 + c_{12}x_4 + u_l + u_r \\ \dot{F}_2 &= c_{13}x_2 + c_{14}x_3 + c_{15}x_4 + c_{16}x_6 \\ \dot{F}_2 &= c_{17}x_2 + c_{18}x_3 + c_{19}x_4 + u_r\end{aligned}\quad (6)$$

De lo anterior, se puede determinar las entradas de control de la forma

$$\begin{aligned}u_r &= \bar{u}_r - c_{17}x_2 - c_{18}x_3 - c_{19}x_4 \\ u_l &= \bar{u}_l - c_{10}x_2 - c_{11}x_3 - c_{12}x_4 - u_r\end{aligned}\quad (7)$$

donde

$$\bar{u}_r = \ddot{F}_2; \bar{u}_l = F_1^{(4)}$$

realizando un cambio de variable tal que  $[F_1 \ \dot{F}_1 \ \ddot{F}_1 \ F_1^{(3)}] = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4]$  y  $[F_2 \ \dot{F}_2] = [\xi_1 \ \xi_2]$ , el sistema (6)-(7) se reescribe mediante la parametrización de la salida plana de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{z}_h &= z_{h+1} \\ \dot{z}_4 &= \bar{u}_l \quad h = \{1, 2, 3\} \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= \bar{u}_r\end{aligned}\quad (8)$$

### 3.3 Control de múltiples RMPI

Considere un conjunto de RMPI donde la dinámica de cada agente está representada por la ecuación (8), y donde la comunicación entre los agentes está determinada mediante un grafo dirigido y fuertemente conectado y teniendo un nodo como líder mostrado en la Fig. 2. Entonces el sistema multi-RMPI queda representado por:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{h,i} &= z_{h+1,i} \\ \dot{z}_{4,i} &= \bar{u}_{l,i} \quad h = \{1, 2, 3\} \\ \dot{\xi}_{1,i} &= \xi_{2,i} \\ \dot{\xi}_{2,i} &= \bar{u}_{r,i}\end{aligned}\quad (9)$$

donde  $i = 1, \dots, N$ , siendo  $N$  el número de agentes en el grafo y el RMPI<sub>0</sub> se define como el agente líder.

Con la finalidad de simplificar la terminología se considera  $z_i = [z_{1,i} \ z_{2,i} \ z_{3,i} \ z_{4,i}]^T$  y  $\xi_i = [\xi_{1,i} \ \xi_{2,i}]^T$ . Se puede observar que la ecuación (9) muestra que cada agente tiene la forma de un integrador desacoplado de segundo

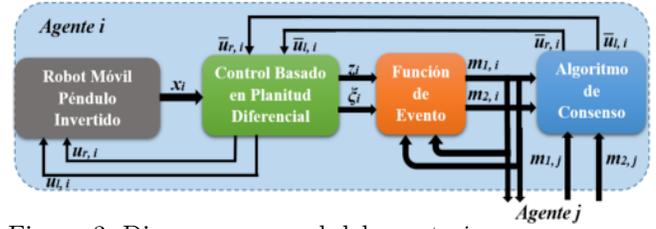


Figura 3. Diagrama general del agente  $i$

orden. Para realizar una formación en el plano  $(x, y)$  es necesario considerar la relación de posiciones que se deben de conservar entre los agentes. De lo anterior el protocolo de consenso queda determinado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\bar{u}_{l,i} &= K \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(z_j - z_{j_f}) - (z_i - z_{i_f})] \right. \\ &\quad \left. + g_i [z_0 - (z_i - z_{i_f})] \right] \\ \bar{u}_{r,i} &= K \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(\xi_j - \xi_{j_f}) - (\xi_i - \xi_{i_f})] \right. \\ &\quad \left. + g_i [\xi_0 - (\xi_i - \xi_{i_f})] \right]\end{aligned}\quad (10)$$

Donde  $z_{i_f}$  y  $\xi_{i_f}$  representan las distancias deseadas entre vehículos parametrizadas a partir de la salida plana. Si el agente  $i$  se comunica con el líder, se dice que existe un peso  $g_i > 0$ .

### 3.4 Consenso de Múltiples RMPI basado en planitud diferencial en el plano y comunicación basada en eventos

En una comunicación disparada por eventos, existe una función de evento que toma como entrada el valor actual del estado del agente  $i$  ( $z_i, \xi_i$ ), y memorias  $m_{1,i}$  y  $m_{2,i}$  de  $z_i$  y  $\xi_i$ , respectivamente, de la última vez que ocurrió un evento. La función de evento planteada se describe como

$$e_i(z_i, \xi_i, m_{1,i}, m_{2,i}) = e_{z_{i_1}} \wedge e_{z_{i_2}} \wedge e_{z_{i_3}} \wedge e_{z_{i_4}} \wedge e_{\xi_{i_1}} \wedge e_{\xi_{i_2}} \quad (11)$$

donde  $e_{z_{i_{s_1}}} = |\bar{e}_{z_{i_{s_1}}}| - \delta$  y  $e_{\xi_{i_{s_2}}} = |\bar{e}_{\xi_{i_{s_2}}}| - \delta$  con  $\bar{e}_{z_{i_{s_1}}} = m_{1,i_{s_1}} - z_{i_{s_1}}$  y  $\bar{e}_{\xi_{i_{s_2}}} = m_{2,i_{s_2}} - \xi_{i_{s_2}}$ ,  $\delta \in \mathbb{R}_+$  el umbral de activación de la función de evento,  $i \in \mathcal{V}$ ,  $s_1 = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $s_2 = \{1, 2\}$ . Entonces la función de control distribuido (10) puede ser representado mediante las memorias  $m_{1,i}$ ,  $m_{2,i}$  de los estados  $z_i, \xi_i$  de la forma

$$\bar{u}_{l,i} = K \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(m_{1,j} - m_{1,j_f}) - (m_{1,i} - m_{1,i_f})] \right. \\ \left. + g_i [z_0 - (m_{1,i} - m_{1,i_f})] \right] \quad (12)$$

$$\bar{u}_{r,i} = K \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} [(m_{2,j} - m_{2,j_f}) - (m_{2,i} - m_{2,i_f})] \right. \\ \left. + g_i [\xi_0 - (m_{2,i} - m_{2,i_f})] \right]$$

donde  $m_{1,i_f}$  y  $m_{2,i_f}$  representan las memorias de las referencias de formación parametrizadas en el marco de referencia plano  $z_{i_f}$  y  $\xi_{i_f}$ , respectivamente.

### 3.5 Implementación de la estrategia de control

La estrategia de control implementada está descrita por el diagrama a bloques de la Fig. 3. Dicho diagrama muestra el esquema general del control propuesto para cada agente  $i$ . El primer bloque (gris) representa el modelo dinámico del robot móvil  $i$ , con la entrada de control  $u_i = [u_{l,i} \ u_{r,i}]^T$  y el estado del sistema representado por  $x_i = [x_{1,i} \ x_{2,i} \ x_{3,i} \ x_{4,i} \ x_{5,i} \ x_{6,i}]^T$ . Estas variables de estado  $x_i$  son transformadas al marco de referencia plano, es decir,  $z_i = [z_{1,i} \ z_{2,i} \ z_{3,i} \ z_{4,i}]^T$  y  $\xi_i = [\xi_{1,i} \ \xi_{2,i}]^T$  mediante el segundo bloque (verde). Este bloque recibe la señal de

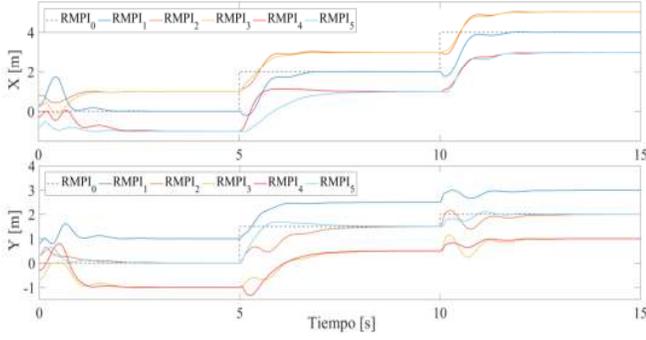


Figura 4. Respuesta de los 5 agentes en las coordenadas  $x, y$  con comunicación disparada por eventos.

control  $\bar{u}_i = [\bar{u}_{r,i} \ \bar{u}_{l,i}]^T$  determinado por el algoritmo de consenso y envía la señal correspondiente de control  $u_i$  al robot para regular la postura, desplazamientos y los ángulos de giro de los RMPI. El tercer bloque (naranja) es la función de evento que determina cuando el estado  $z_i, \xi_i$  debe actualizar a  $m_{1,i}, m_{2,i}$ , respectivamente, éste se retroalimenta, y se envía al algoritmo de consenso (bloque azul). Este último bloque contiene el control de consenso del robot  $i$  descrito en (12), el cual involucra a los agentes  $j$  con los que existe comunicación.

#### 4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Se realizaron simulaciones numéricas en el entorno de Matlab/Simulink con los parámetros:  $m_b=1.05 \text{ Kg}$ ,  $m_w=0.04 \text{ Kg}$ ,  $J_w=8.45e^{-5} \text{ Kg m}^2$ ,  $J_m=9.356e^{-4} \text{ Kg m}^2$ ,  $J_\psi=3.6e^{-3} \text{ Kg m}^2$ ,  $I_p=0.021 \text{ Kg m}^2$ ,  $K_e=0.3093$ ,  $K_m=0.3093$ ,  $R_m=5.15 \ \Omega$ ,  $g=9.8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $R=0.06 \text{ m}$ ,  $d=0.2 \text{ m}$ ,  $L=0.15 \text{ m}$ ,  $\beta=0.01$ , y con condiciones iniciales  $RMPI_1=[0.8544 \ 0 \ -0.15 \ 0 \ 1.212 \ 0]^T$ ,  $RMPI_2=[0.8544 \ 0 \ 0.1 \ 0 \ 0.3588 \ 0]^T$ ,  $RMPI_3=[0.728 \ 0 \ 0.15 \ 0 \ -1.292 \ 0]^T$ ,  $RMPI_4=[0.4243 \ 0 \ 0.2 \ 0 \ -2.356 \ 0]^T$  y  $RMPI_5=[0.8544 \ 0 \ -0.1 \ 0 \ 2.7828 \ 0]^T$ . El objetivo del control es realizar una formación deseada en el plano y que a su vez se consiga mantener el equilibrio de los péndulos de cada uno de los RMPI. En la Fig. 4 se presenta la respuesta en las coordenadas  $(x, y)$  de los 5 RMPI basándose en un esquema líder virtual y con comunicación basada en eventos. Se puede observar que, aunque no todos los agentes conocen la señal deseada proporcionada por el líder, todos los móviles llegan al punto deseado respetando las referencias de formación. La Fig. 5 muestra los estados correspondientes al desplazamiento lineal  $x_1$ , la inclinación del péndulo  $x_3$  y el ángulo de rotación  $x_5$ . A modo de muestra, los eventos realizados por el  $RMPI_2$  a través del tiempo se muestran en la Fig. 6 a). Estos eventos indican cuando el  $RMPI_2$  transmite su información. Se aprecia que el cambio de referencia exige una mayor comunicación entre los agentes ( $t=5$  y  $t=10$ ). Esto es normal, debido a que debe existir una mayor comunicación en los instantes en que todos los robots están en constante cambio y deben indicar su estado a los vecinos. Se observa que los eventos son efectuados cuando se cumple la función de evento mostrada en la sección anterior, por lo que no son generados de manera periódica. La Fig. 6 b) presenta el conteo de eventos realizados por cada uno de los RMPI. Dicho conteo está determinado por las

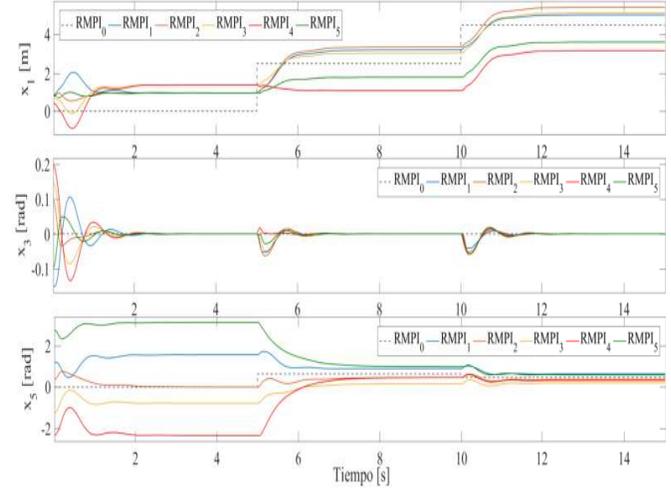


Figura 5. Respuesta de los estados  $x_1, x_3, x_5$  de los 5 agentes con comunicación disparada por eventos.

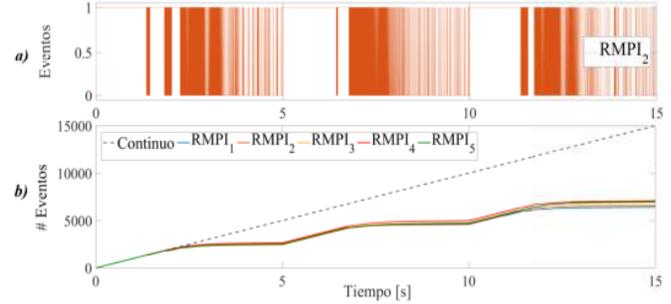


Figura 6. a) Eventos realizados por el agente 2. b) Conteo de los eventos realizados.

ocasiones en que la función de eventos determinó que debería existir comunicación entre los agentes. Note que el conteo de eventos se incrementa en  $t=5$  y  $t=10$ , eso se debe a que es necesaria una comunicación mayor cuando existe un cambio de referencia. Considerando el uso del dispositivo ESP8266 en el modo "Light-Sleep", permite mantener la conexión WiFi de tipo estación, pero reduce el consumo de energía en los momentos en los que no hay envío de información. En este modo, cuando se transmite información se consume aproximadamente 170 mA y 0.9 mW cuando no existe envío de datos. Además, tomando en cuenta el voltaje de alimentación del dispositivo (3.3 V) y los resultados de mostrados en la Fig. 6, se obtiene el consumo de energía en la transmisión de información para esta prueba como se muestra en la tabla 1.

Cont	140.3 mWh $\rightarrow$ 100 %	$RMPI_1$	60.36 mWh $\rightarrow$ 43,02 %
$RMPI_2$	62.1 mWh $\rightarrow$ 44,26 %	$RMPI_3$	64.66 mWh $\rightarrow$ 46,08 %
$RMPI_4$	66.64 mWh $\rightarrow$ 47,49 %	$RMPI_5$	65.83 mWh $\rightarrow$ 46,92 %

Tabla 1. Consumo de Energía en la etapa de transmisión de datos

Se puede observar que existe un gran ahorro energético en comparación con un esquema de transmisión continua en el tiempo. Por ultimo, se muestra el comportamiento en el plano de los 5 RMPI y la formación que realizan en las 3 referencias deseadas dadas al líder (ver Fig 7). Se observa que cada uno de los RMPI inician en diferentes posiciones y con diferentes posturas ( $t=0$ ). Sin embargo con el control propuesto, los robots realizan una formación respetando la distribución con respecto al líder.

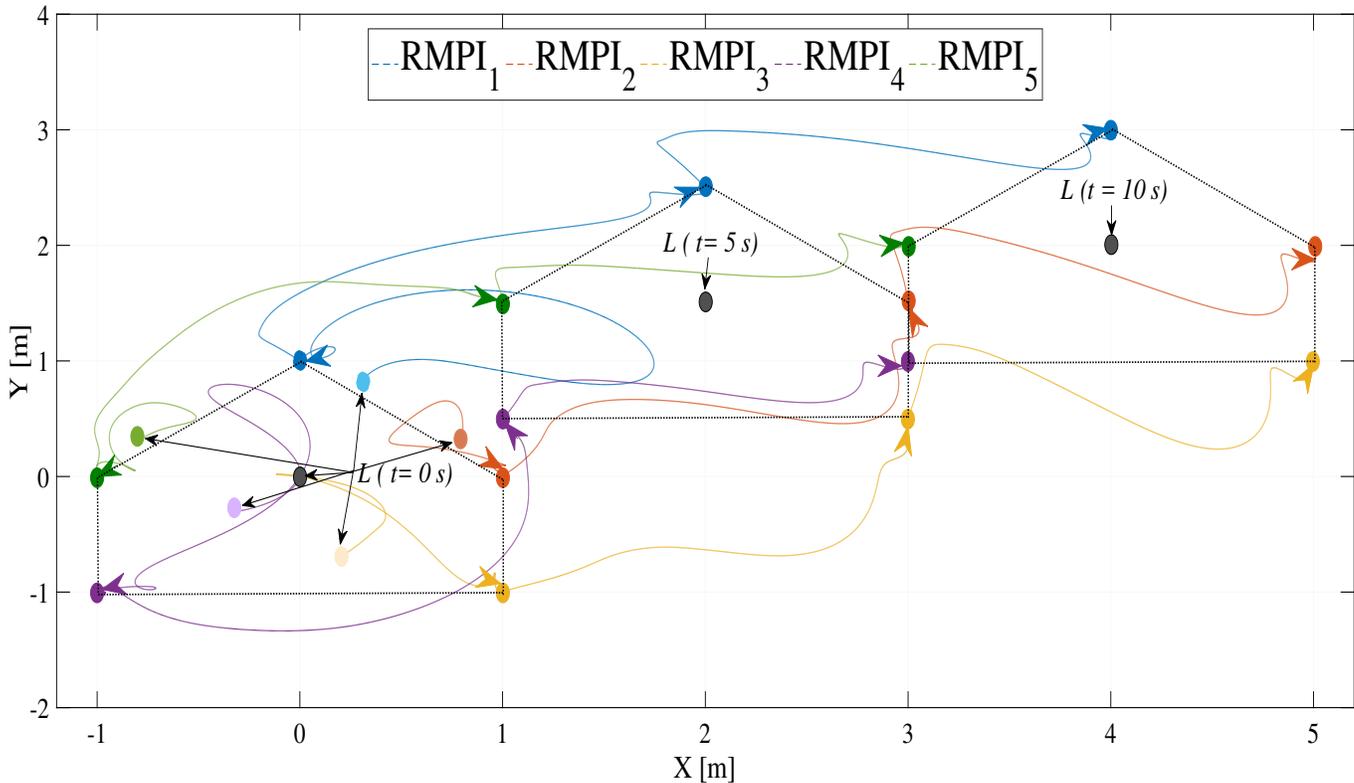


Figura 7. Formación realizada por el conjunto de RMPI en el plano  $(x, y)$ , con comunicación disparada por eventos.

## 5. CONCLUSIÓN

En este artículo se propuso un algoritmo de control colaborativo aplicado al problema de interacción y formación entre un grupo de robots autónomos tipo péndulo invertido. Se verificó mediante resultados de simulación el desempeño del controlador para un grupo de 5 RMPI. Se muestra que con el control distribuido planteado y mediante una comunicación basado en eventos se puede reducir de forma considerable ( $>50\%$ ) el consumo energético de cada uno de los agentes, sin perder el objetivo principal de control, además del desempeño del sistema en lazo cerrado.

## REFERENCIAS

- Dong, X., Yu, B., Shi, Z., and Zhong, Y. (2015). Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(1), 340–348. doi:10.1109/TCST.2014.2314460.
- Grasser, F., D'Arrigo, A., Colombi, S., and Rufer, A.C. (2002). Joe: a mobile, inverted pendulum. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 49(1), 107–114. doi:10.1109/41.982254.
- Guerrero-Castellanos, J., Téllez-Guzmán, J., Durand, S., Marchand, N., Alvarez-Muñoz, J., and Gonzalez-Diaz, V.R. (2014). Attitude stabilization of a quadrotor by means of event-triggered nonlinear control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 73(1-4), 123–135.
- Hu, W., Liu, L., and Feng, G. (2015). Consensus of linear multi-agent systems by distributed event-triggered strategy. *IEEE transactions on cybernetics*, 46(1), 148–157.
- Kuriki, Y. and Namerikawa, T. (2013). Formation control of uavs with a fourth-order flight dynamics. *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, 6706–6711.
- Marchand, N., Durand, S., and Guerrero-Castellanos, J.F. (2013). A general formula for event-based stabilization of nonlinear systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 58(5), 1332–1337.
- Sánchez-Santana, J., Guerrero-Castellanos, J., Villarreal-Cervantes, M., and Ramírez-Martínez, S. (2017). Control distribuido y disparado por eventos para la formación de robots móviles tipo (3, 0). *Congreso Nacional de Control Automático 2018 (CNCA 2018)*.
- Sira-Ramirez, H. and Agrawal, S.K. (2004). *Differentially flat systems*. Crc Press.
- Tsai, C.C., Huang, H.C., and Lin, S.C. (2010). Adaptive neural network control of a self-balancing two-wheeled scooter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(4), 1420–1428. doi:10.1109/TIE.2009.2039452.
- Tsai, C.C., Li, Y.X., and Tai, F.C. (2017). Backstepping sliding-mode leader-follower consensus formation control of uncertain networked heterogeneous nonholonomic wheeled mobile multirobots. In *2017 56th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, 1407–1412. doi:10.23919/SICE.2017.8105661.
- Xie, G. and Wang, L. (2005). Consensus control for a class of networks of dynamic agents: fixed topology. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, 96–101. IEEE.