

Observador en cascada para la estimación del par de carga en un motor de CD sin escobillas ^{*}

Axel Coronado–Andrade ^{*} Alejandra de la Guerra ^{*}
Luis Alvarez–Icaza ^{*}

^{} Instituto de Ingeniería, Av. Universidad 3000, C.U., 04510, CDMX, Mexico (e-mail: acoronadoa@iingen.unam.mx, e-mail: adelaguerraca@iingen.unam.mx, e-mail: alvar@pumas.iingen.unam.mx)*

Abstract: En este trabajo se presenta un observador de par de carga y velocidad para el motor de corriente directa sin escobillas. El observador se obtiene al conectar en cascada un observador Luenberger y un diferenciador de modos deslizantes de orden superior. Se presentan las condiciones bajo las cuales se puede asegurar que el error de estimación tiende a cero. Para validar el diseño se incluyen simulaciones de un sistema de control de velocidad de campo orientado junto con el observador en lazo abierto.

Keywords: Motor de CD sin escobillas, estimador, observadores, par de carga.

1. INTRODUCCIÓN

El control de velocidad en máquinas eléctricas es un área de gran interés, ya que las aplicaciones que requieren variación de velocidad con alto desempeño son cada vez más (Gamazo-Real J.C., 2010). En particular, el diseño de observadores de par de carga es importante dado que esta perturbación es la más significativa en este sistema de control.

En este trabajo se propone un observador de par de carga variable para un motor de corriente directa sin escobillas (BLDC por sus siglas en inglés). Como se menciona en Ehsani (2018), el BLDC se puede definir como un motor de imán permanente invertido (PMSM por sus siglas en inglés) donde la densidad de flujo en el entrehierro se diseña para tener una forma de onda trapezoidal *i.e.* la forma de onda de la fuerza contraelectromotriz es trapezoidal. El uso del BLDC se ha extendido debido a que tiene alta densidad de potencia y eficiencia, cualidades que se requieren en aplicaciones tan exigentes como la tracción en vehículos eléctricos (Ehsani et al., 2003). Adicionalmente, estos motores tienen buena disponibilidad en el mercado y usan una electrónica de potencia de bajo costo.

El objetivo de este artículo es estimar las perturbaciones en el eje del rotor en un sistema de control basado en el BLDC usando un observador y un diferenciador en cascada. En cuanto a la literatura de observadores interconectados para máquinas eléctricas, se tienen los trabajos de Traoré et al. (2008) para el motor de Inducción (IM por sus siglas en inglés), de Kim et al. (2010) y de Hamida et al. (2012) para el PMSM. En estos trabajos, se propone un observador no lineal para obtener un estimado de los estados que se acopla con un estimador de los parámetros del modelo de motor. La diferencia entre el presente trabajo y los observadores interconectados mencionados es: el par de carga no se considera constante y además solo se requiere conocer la cota superior de la perturbación.

En este artículo se presenta un observador en cascada para BLDC perturbado basado en los diseños presentados en Fridman et al. (2007) y en Apaza-Perez et al. (2015). El observador se obtiene al conectar en cascada un observador Luenberger y un diferenciador por modos deslizantes de orden superior (HOSM) para garantizar la convergencia teórica exacta del estimado en tiempo finito; con los valores de las variables de estado del diferenciador se reconstruye la perturbación.

El artículo se organiza como sigue: la sección 2 presenta el modelo del BLDC, la sección 3 es de preliminares, la sección 4 presenta el diseño del observador, la sección 5 incluye simulaciones del observador propuesto, la sección 6 presenta las conclusiones.

^{*} Alejandra de la Guerra agradece a DGAPA–UNAM por su beca posdoctoral. Axel Coronado–Andrade agradece a Conacyt con CVU:856213. Este trabajo fue apoyado por el proyecto UNAM-PAPIIT IN104218.

2. MODELO DEL MOTOR DE CD SIN ESCOBILLAS

En esta sección se presenta el modelo en espacio de estados del motor y la definición de las variables y de los parámetros que lo componen. Se considera que las fases del motor BLDC están conectadas en estrella y se asume que:

- Las inductancias propias y las mutuas de los bobinados son constantes.
- Las pérdidas en el núcleo y los efectos de saturación son despreciables.

Si las corrientes del estator son balanceadas, el modelo matemático completo del BLDC según Chiasson (2005), se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} &= \mathbf{u} - \mathbf{R}\mathbf{i} + e_p \mathbf{E}\omega \\ J \frac{d\omega}{dt} &= \tau_e - \tau_L - d\omega \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega, \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{i} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de corrientes del estator, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de entradas, $\omega \in \mathbb{R}$ es la velocidad angular, $\theta \in \mathbb{R}$ es la posición angular, $\tau_L(t) \in \mathbb{R}$ es el par de carga, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz diagonal de la resistencia de fase de los bobinados de estator $R_s \in \mathbb{R}$, $J \in \mathbb{R}$ es el momento de inercia del motor, $e_p \in \mathbb{R}$ es la constante de fuerza contraelectromotriz y el vector que agrupa la fuerza contraelectromotriz se define como

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} e(\theta) \\ e\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

con $e(\theta)$ descrita de la siguiente manera

$$e(\theta) = \begin{cases} \frac{6\theta}{\pi} & \text{para } -\pi/6 \leq \theta \leq \pi/6 \\ 1 & \text{para } \pi/6 \leq \theta \leq 5\pi/6 \\ \frac{-6(\theta - \pi)}{\pi} & \text{para } 5\pi/6 \leq \theta \leq 7\pi/6 \\ -1 & \text{para } 7\pi/6 \leq \theta \leq 11\pi/6 \end{cases}. \quad (3)$$

Mientras, la matriz de inductancias de los bobinados de estator es igual a

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_s + M & 0 & 0 \\ 0 & L_s + M & 0 \\ 0 & 0 & L_s + M \end{bmatrix}, \quad (4)$$

con $L_s = 7/3M$ la inductancia propia del bobinado y M la inductancia mutua. Finalmente, el par eléctrico generado por el motor se describe como

$$\tau_e = \tau_1(\theta, i_1) + \tau_2(\theta, i_2) + \tau_3(\theta, i_3), \quad (5)$$

con

$$\tau_1(\theta, i_1) = -\tau_p e(\theta) i_1 \quad (6)$$

$$\tau_2(\theta, i_2) = -\tau_p e\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) i_2$$

$$\tau_3(\theta, i_3) = -\tau_p e\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) i_3,$$

donde $\tau_p \in \mathbb{R}$ es la constante de par del motor.

3. PRELIMINARES

El objetivo de este trabajo es construir un observador que garantice la estimación de las variables mecánicas del modelo (1) y de la entrada desconocida, en este caso la perturbación mecánica. En esta sección se presentan los conceptos necesarios para el planteamiento del esquema de estimación de par.

Considerese el siguiente sistema Lineal e Invariante en el Tiempo (LIT) perturbado

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{D}w(t), \mathbf{D} \neq 0 \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (7)$$

con $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}$ los estados del sistema y la salida respectivamente, $w(t) \in \mathbb{R}$ es una entrada desconocida que puede depender de los estados, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}$ son las entradas conocidas y las matrices $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ son conocidas y de tamaño adecuado. Las ecuaciones son entendidas en el sentido de Filippov Filippov (1988), para que sea posible el uso de señales discontinuas en el observador.

La observabilidad y detectabilidad para sistemas LIT con entradas desconocidas ha sido estudiada extensamente en Hautus (1983), en donde se establece que las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un observador con entradas desconocidas son que el sistema sea fuertemente observable o al menos fuertemente detectable.

Definición 3.1. (Hautus, 1983). Un sistema (7) se llama fuertemente observable si para cualquier condición inicial $x(0)$ y cualquier entrada $w(t)$, $y(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$ implica también que $x(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$. Es decir, $\{\mathbf{A}, \mathbf{D}, \mathbf{C}\}$ no tiene ceros invariantes.

Definición 3.2. (Hautus, 1983). Un sistema (7) es fuertemente detectable, si para cualquier $w(t)$ y $x(0)$ resulta que $y(t) \equiv 0 \forall t \geq 0$ implica que $x(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Esto quiere decir que el sistema (7) es de fase mínima (todos los ceros invariantes de $\{\mathbf{A}, \mathbf{D}, \mathbf{C}\}$ satisfacen $Re\{s\} < 0$).

Si $\mathbf{D} = 0$ los conceptos de observabilidad fuerte y detectabilidad fuerte coinciden con los conocidos conceptos de observabilidad y detectabilidad lineal, respectivamente, donde la matriz de observabilidad se define como

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

El sistema (7) es observable (en la ausencia de la entrada desconocida $w(t)$) si y solo si la matriz de observabilidad \mathbf{O} es de rango completo ($\text{rango}(\mathcal{O}) = n$).

En Shtessel et al. (2014) se presentan los siguientes teoremas así como sus respectivas pruebas sobre la observabilidad fuerte y detectabilidad fuerte en términos de grado relativo con respecto a la entrada desconocida.

Teorema 3.1. *El sistema (7) es fuertemente observable si y solo si la salida del sistema tiene grado relativo n con respecto a la entrada desconocida $w(t)$.*

Teorema 3.2. *El sistema (7) es fuertemente detectable si y solo si el grado relativo con respecto a la entrada desconocida existe, y el sistema es de fase mínima.*

Definición 3.3. (Isidori, 1996). El grado relativo de un sistema con respecto a la entrada desconocida es el número r tal que:

$$\mathbf{CA}^j\mathbf{D} = 0, \quad j = 1, \dots, r-2, \quad \mathbf{CA}^{r-1}\mathbf{D} \neq 0. \quad (9)$$

Si se considera solo el subsistema mecánico del modelo del motor, éste tiene la estructura del sistema (7) con,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{d}{J} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$u = \tau_e/J$ como entrada conocida, la fricción de Coulomb se considera constante y la perturbación se define como $w(t) = \tau_L/J$. De esta forma, se puede mostrar que el sistema (10) cumple con las condiciones del Teorema 3.1, lo que implica que es fuertemente observable.

Lema 3.1. (Moreno, 2001). *El sistema (7) tiene un observador con entrada desconocida si y solo si es fuertemente detectable.*

Utilizando el Lema 3.1 es posible afirmar que se puede construir un observador con entrada desconocida para el sistema (10).

4. DISEÑO DEL OBSERVADOR

El diseño del observador se basa en el modelo (10), es decir, la parte mecánica del sistema (1). Se asume que se miden las corrientes i para el cálculo del par eléctrico τ_e y que la posición angular θ se obtiene usando sensores de efecto Hall. El objetivo del estimador es garantizar la estimación asintótica de los estados en presencia de par de carga desconocido. La estimación de la entrada desconocida se hace de forma indirecta a partir de los estados del diferenciador.

Si se define el vector de variables mecánicas de la siguiente forma

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \theta & \omega \end{bmatrix}^T, \quad (11)$$

la parte mecánica del modelo puede reescribirse como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u - \frac{d}{J}x_2 - \mu_J + w(t) \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (12)$$

en donde $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ son los estados, $u = \tau_e/J$ es una entrada conocida, $\mu_J = \mu/J$ es el término que representa la fricción de Coulomb con ω positiva, y es la salida medida, en este caso la posición angular θ , $w(t) \in \mathbb{R}$ es una entrada desconocida acotada ($|w(t)| \leq K$). De manera específica se tiene

$$w(t) = -\frac{1}{J}\tau_L. \quad (13)$$

Antes de presentar el diseño del observador se deben tomar en cuenta la siguientes suposiciones. *Suposición 1.* La entrada desconocida $w(t)$ es una función de Lebesgue acotada $|w(t)| \leq K^+$.

Suposición 2. La entrada desconocida es una función acotada, $|w(t)| \leq K^+$, con derivadas sucesivas hasta de orden k acotadas por la misma constante K_1^+ , es decir, la k -ésima derivada es una función Lipchitz con constante no mayor a K_1^+ .

El diseño del observador se realiza en dos partes, la primera es un observador Luenberger que asegura la convergencia del error de estimación a una vecindad acotada alrededor del origen, que considera la presencia de la entrada desconocida $w(t)$. La segunda parte usa un diferenciador basado en modos deslizantes de orden superior, que asegura la convergencia del error de estimación a cero en tiempo finito en ausencia de ruido. Además, debido a que el par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) es observable, es posible asignar cualquier conjunto de eigenvalores estables a la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$, si se escoge un vector $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ adecuado. Como consecuencia el par $(\mathbf{A} - \mathbf{LC}, \mathbf{C})$ también es observable con una matriz de observabilidad no singular

$$\tilde{\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}(\mathbf{A} - \mathbf{LC}) \\ \vdots \\ \mathbf{C}(\mathbf{A} - \mathbf{LC})^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Por lo tanto, el observador (Fridman et al., 2007) tiene la siguiente estructura

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{v} + \tilde{\mathbf{O}}^{-1}\mathbf{z}. \quad (15)$$

4.1 Observador Luenberger

La parte lineal del estimador tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 &= v_2 + l_1(y - v_1) \\ \dot{v}_2 &= u - \frac{d}{J}v_2 - \mu_J + l_2(y - v_1), \end{aligned} \quad (16)$$

donde $\mathbf{L} = [l_1, l_2]^T$ agrupa a las constantes de diseño. Si se define el vector de error $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{x} - \mathbf{v}$ y retomado la definición de las matrices $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ en (10) se llega a

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{e}}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC})\bar{\mathbf{e}} + \mathbf{D}w(t) \\ y_e &= \mathbf{C}\bar{\mathbf{e}}. \end{aligned} \quad (17)$$

El vector \mathbf{L} se diseña de tal manera que la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ sea Hurwitz.

4.2 Diferenciador por modos deslizantes

La parte no lineal del estimador está dada por el diferenciador de orden $(k-1)$ propuesto en Levant (2003), con $k=3$ y suponiendo que la tercera derivada temporal del error \bar{e}_1 del sistema (17) es Lipschitz $|\ddot{\bar{e}}_1| < L_f$.

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= -\alpha_3 L_f^{1/3} |z_1 - (v_1 - y)|^{2/3} \text{sign}(z_1 - (v_1 - y)) + z_2 \\ \dot{z}_2 &= -\alpha_2 L_f^{1/2} |z_2 - \dot{z}_1|^{1/2} \text{sign}(z_2 - \dot{z}_1) + z_3 \\ \dot{z}_3 &= -\alpha_1 L_f \text{sign}(z_3 - \dot{z}_2)\end{aligned}\quad (18)$$

donde las ganancias $\alpha_3 = 3$, $\alpha_2 = 1.5$, $\alpha_1 = 1.1$ aseguran que los estados z_1 , z_2 y z_3 convergerán en tiempo finito a \bar{e}_1 , $\dot{\bar{e}}_1$ y $\ddot{\bar{e}}_1$ si se escoge un L_f lo suficientemente grande tal que

$$L_f > |\kappa| K^+ \quad \kappa = (\mathbf{CA}^{n-1}\mathbf{D}). \quad (19)$$

El diferenciador es de tercer orden debido a que es necesaria la segunda derivada para la estimación de la entrada desconocida, definida como (Fridman et al., 2007),

$$\begin{aligned}\hat{w}(t) &= \frac{1}{\kappa} (z_{n+1} - (a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n v_n)) \\ s^n - a_n s^{n-1} - \dots - a_1 &= (-1)^n \det(\mathbf{A} - \mathbf{LC} - s\mathbf{I}).\end{aligned}\quad (20)$$

A partir de lo anterior, se puede tener un estimado del par de carga τ_L de la forma

$$\hat{\tau}_L = -J(z_3 - (a_1 z_1 + a_2 z_2)). \quad (21)$$

Proposición 4.1. *Si las suposiciones 1 y 2 se satisfacen, el observador (15) estima de manera exacta y en tiempo finito el estado \mathbf{x} , en ausencia de ruido en la medición. Si existe ruido en la medición, tal que este sea Lebesgue-medible en el tiempo con una magnitud máxima de ε , el observador (15) estima en tiempo finito el estado \mathbf{x} , si las ganancias $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ se escogen de manera adecuada con L_f suficientemente grande. Si ε es suficientemente pequeño el error de estimación $e_{O_i} = \hat{x}_i - x$ se encontrará en el orden de $\varepsilon^{(k-i+1/n)}$. Lo que significa que las desigualdades $|e_{O_i}| \leq \gamma_i \varepsilon^{(k-i+1/n)}$ se mantienen, para algunas constantes $\gamma_i > 0$ que dependen solo del observador y parámetros del sistema y la cota superior de la entrada.*

Demostración. Dado el error $\bar{e} = \mathbf{x} - \mathbf{v}$ y una función candidata de Lyapunov de la forma $V = \bar{e}^T \mathbf{P}_e \bar{e}$ con $\mathbf{P}_e = \mathbf{P}_e^T > 0$ que es solución de la ecuación algebraica de Lyapunov

$$\mathbf{P}_e (\mathbf{A} - \mathbf{LC}) + (\mathbf{A} - \mathbf{LC})^T \mathbf{P}_e = -\mathbf{Q}_e, \quad (22)$$

con $\mathbf{Q}_e = \mathbf{Q}_e^T > 0$, la primera derivada de V se puede escribir como

$$\dot{V} = -\bar{e}^T \mathbf{Q}_e \bar{e} + 2(\mathbf{D}w(t))^T \mathbf{P}_e \bar{e}, \quad (23)$$

a partir de la Suposición 1, \dot{V} es negativa semidefinida si se satisface la desigualdad

$$\|\bar{e}\| > \frac{2K^+ \|\mathbf{D}^T \mathbf{P}_e\|}{\|\mathbf{Q}_e\|}. \quad (24)$$

Esta ecuación implica que el observador lineal Luenberger solamente puede asegurar la convergencia del error de estimación a una región acotada alrededor del origen, en ausencia de ruido.

Si se define $\tilde{e} = (\mathbf{Cv} - y)$ y se supone que \bar{e} y su derivada son uniformemente acotados, entonces también \tilde{e} y su derivada estarán acotadas. Ahora considere las funciones $\sigma_1 = z_1 - \tilde{e}$, $\sigma_2 = z_2 - \dot{\tilde{e}}$, $\sigma_3 = z_3 - \ddot{\tilde{e}}$ y una función del ruido Lebesgue-medible $\eta \in [-\varepsilon, \varepsilon]$, entonces si se escoge L_f tal que satisfaga la Suposición 2 y se cumple la ecuación (19), cualquier solución de (18) satisface la inclusión diferencial siguiente,

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_1 &\in \alpha_3 L_f^{1/3} |\sigma_1 + \eta|^{2/3} \text{sign}(\sigma_1 + \eta) + \sigma_2 \\ \dot{\sigma}_2 &\in \alpha_2 L_f^{1/2} |\sigma_2 - \dot{\sigma}_1|^{1/2} \text{sign}(\sigma_2 - \dot{\sigma}_1) + \sigma_3 \\ \dot{\sigma}_3 &\in \alpha_1 L_f \text{sign}(\sigma_3 - \dot{\sigma}_2) + [-L_f, L_f].\end{aligned}\quad (25)$$

Finalmente, la demostración de la convergencia del esquema de estimación (25) está basada en el siguiente lema,

Lema 4.1. (Fridman et al., 2007) *Suponga que $\alpha_3 > 1$ y α_2, α_1 son seleccionados lo suficientemente grandes. Entonces después de un tiempo finito del proceso transitorio, cualquier solución de (25) satisface las desigualdades $|\sigma_i| \leq \mu_i L_f^{(i-1)/k} \varepsilon^{(k-i+1)/k}$ con $i = 1, 2, \dots, k$ donde $\mu_i > 1$ son algunas constantes positivas que dependen solamente de la selección de α_i .*

5. SIMULACIONES

La simulación se realizó considerando que el motor es controlado utilizando la técnica de control de campo orientado (FOC por sus siglas en inglés). Aunque en general para este tipo de motores se utiliza la técnica de control Sixstep, en este caso se optó por el FOC debido a que el Sixstep produce un rizo significativo en el par, el cual ocurre seis veces cada revolución eléctrica.

En el control por campo orientado, las corrientes y voltajes del motor son manipuladas en marco de referencia d-q del rotor. Esto significa que las corrientes deben ser transformadas del marco de referencia estático de tres fases de los bobinados del estator a un marco de referencia d-q rotatorio para después ser procesados por controladores PI. De manera similar los voltajes que serán aplicados al motor tienen que ser transformados del marco de referencia d-q del rotor al marco de referencia de tres fases del estator.

El motor BLDC suele tener sensores de efecto Hall integrados para medir la posición del eje del rotor, uno por cada fase de estator. Para acondicionar la información dada por estos sensores se propone un algoritmo simple que emplea un integrador saturado, con condición inicial variable. La condición inicial del integrador se obtiene a partir del posicionamiento y la secuencia de giro de los sensores de efecto Hall. El integrador es alimentado con el estimado de la velocidad $\hat{\omega}_{Hall} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, donde $\Delta\theta$ es constante con valor de $\pi/3$ [rad]. El integrador se reiniciará cada que se detecte alguna transición de los sensores y posteriormente se establecerá como condición inicial el valor que corresponda a la secuencia de giro.

Las simulaciones numéricas del sistema se realizaron en Simulink, utilizando los parámetros del motor BLY344S-240V-3000 de Anaheim:

Table 1. Parámetros del motor

Parámetro	Valor
J	0.0002618 [Kgm ²]
d	0.000695 [Kgm ² /s]
μ	0.196 [Nm]
R	1.2 [Ω]
L	0.00475 [mH]
e_p	0.3455 [V/rad/s]
τ_p	0.3811 [Nm/A]
Voltaje max.	240 [V]
Par	2 [Nm]

Las ganancias del observador fueron seleccionadas de tal manera que la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ sea Hurwitz y buscando una ganancia L_f lo suficientemente grande para que el error de estimación converja a cero. Los valores de las ganancias utilizadas en la simulación se muestran a continuación,

Table 2. Ganancias del observador

l_1	l_2	L_f
7.3453	105.5004	400

Con la selección de este conjunto de ganancias, es posible encontrar la expresión que define el par de carga estimado utilizando la ecuación (21),

$$\hat{\tau}_L = -J(z_3 - (125z_1 + 10z_2)). \quad (26)$$

A continuación se presentan los resultados de una prueba en lazo abierto y en ausencia de ruido, en donde se simula una carga inercial acoplada al eje del motor de 0.0024 [Kgm²]. La referencia de velocidad es la función sigmoide $\omega_{ref} = \frac{30}{1+e^{-4(x-1.6)}} + 20$, con una aceleración máxima de 45[rad/s²] y valor final de 50[rad/s]. El estimador tiene como condiciones iniciales los siguientes valores: $\theta_0 = 20$ [rad], $\omega_0 = 5$ [rad/s], $z_{10} = z_{20} = z_{30} = 0$, con un paso fijo de $T_s = 0.01$ [ms]. Esta simulación pretende mostrar el funcionamiento del acondicionador de la señal proveniente de los sensores de efecto Hall y el observador en cascada. La Figura 1 ilustra la posición angular mecánica desenrollada estimada $\hat{\theta}$ por el acondicionador de señal en comparación con el valor real θ . En la Figura 2 se muestra la velocidad angular estimada $\hat{\omega}$ junto con la velocidad angular real ω . En la Figura 3 se puede apreciar el par de carga estimado $\hat{\tau}_L$ y el real τ_L . En la Figura 4 la posición angular estimada y la real $e_\theta = \theta - \hat{\theta}$. La Figura 5 muestra el error entre la velocidad angular real y la estimada $e_\omega = \omega - \hat{\omega}$. La Figura 6 muestra el error de estimación

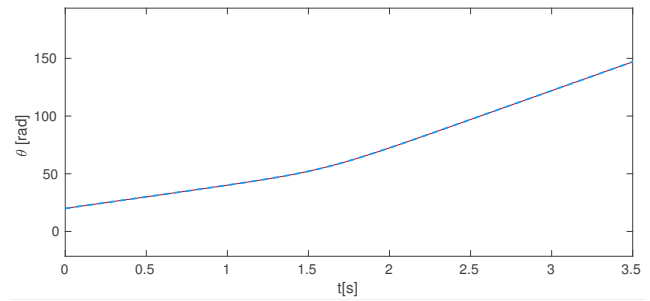


Fig. 1. Posición angular real en rojo y estimado en azul, usando sensores de efecto Hall.

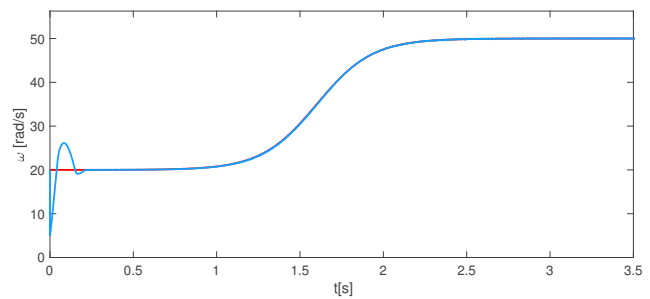


Fig. 2. Velocidad angular real en rojo y estimada en azul, usando sensores de efecto Hall.

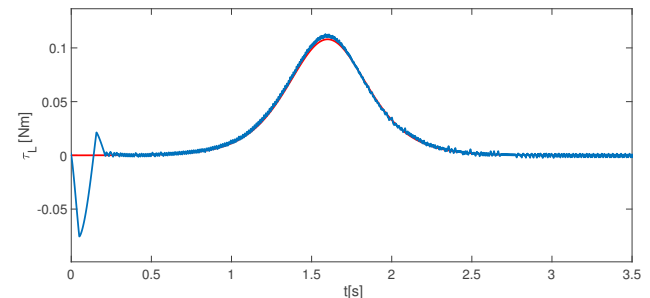


Fig. 3. Par de carga real en rojo y estimado en azul.

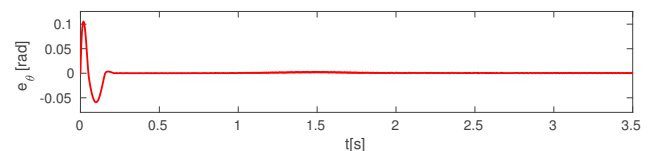


Fig. 4. Error de estimación de posición e_θ .

entre el par real y el par estimado $e_{\tau_L} = \tau_L - \hat{\tau}_L$. Por último, en la Figura 7 se ilustra el comportamiento del error relativo con respecto a la velocidad angular. Es indudable que a mayor velocidad mejor es la estimación debido a que las transiciones de estado de los sensores de efecto Hall son más frecuentes por lo que es posible calcular un estimado más preciso de la posición angular.

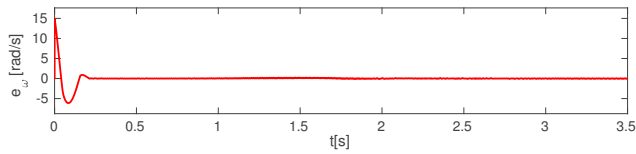


Fig. 5. Error de estimación de velocidad e_ω .

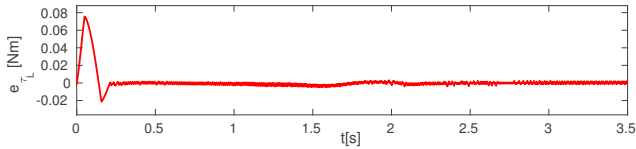


Fig. 6. Error de estimación del par de carga e_{TL}

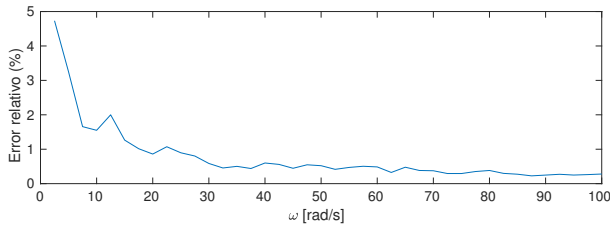


Fig. 7. Error relativo de estimación con respecto a la velocidad angular ω .

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra que se cumplen las condiciones para diseñar un observador con entradas desconocidas considerando solamente el modelo del subsistema mecánico del motor BLDC. En consecuencia, se propuso un esquema de estimación de las variables mecánicas y el par de carga, con base en la medición de las corrientes de estator y de la señal de los sensores de efecto Hall. El esquema de estimación se divide en 2 partes: un acondicionador de la información de los sensor de efecto Hall y un observador en cascada. El acondicionador de señal medida convierte las transiciones de los tres sensores de efecto Hall en un estimado de la posición angular eléctrica. Posteriormente, se calcula la posición angular mecánica y esta se usa en el estimador en cascada. El estimador en cascada se basa en un observador Luenberger y un diferenciador por modos deslizantes. El objetivo de la primera parte del observador es que en presencia de entradas desconocidas, el error de estimación pueda llegar a una región acotada alrededor del origen. La segunda parte del observador se encarga de asegurar la convergencia del error de estimación a cero en tiempo finito en ausencia de ruido. En conclusión, el esquema de estimación presentado en este trabajo puede estimar la posición, velocidad y par de carga en lazo abierto, con un error relativo menor al 2%, para velocidades mayores a 20[rad/s], si el ruido en la medición de las corrientes no es excesivamente grande.

BIBLIOGRAFÍA

- Apaza-Perez, W.A., Fridman, L.M., and Moreno, J.A. (2015). Dissipative approach to design sliding-mode observers for uncertain unstable mechanical systems. In *2015 54th IEEE conference on decision and control (CDC)*, 4728–4733. IEEE.
- Chiasson, J.N. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*. Wiley.
- Ehsani, M., G.Y.L.S..E.K. (2018). *Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles*. CRC press.
- Ehsani, M., Gao, Y., and Gay, S. (2003). Characterization of electric motor drives for traction applications. In *Industrial Electronics Society, 2003. IECON'03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, volume 1, 891–896. IEEE.
- Filippov, A.F. (1988). Equations with the right-hand side continuous in x and discontinuous in t . In F.M. Arscott (ed.), *Differential equations with discontinuous righthand sides*, volume 18, 3–47. Springer, Dordrecht.
- Fridman, L., Levant, A., and Davila, J. (2007). Observation of linear systems with unknown inputs via high-order sliding-modes. *International Journal of systems science*, 38(10), 773–791.
- Gamazo-Real J.C., Vázquez-Sánchez E., G.G.J. (2010). Position and speed control of brushless dc motors using sensorless techniques and application trends. *MDPI Sensors*, 10(7).
- Hamida, M.A., De Leon, J., Glumineau, A., and Boisliveau, R. (2012). An adaptive interconnected observer for sensorless control of PM synchronous motors with online parameter identification. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(2), 739–748.
- Hautus, M. (1983). Strong detectability and observers. *Linear Algebra and its Applications*, 50, 353–368.
- Isidori, A. (1996). Global almost disturbance decoupling with stability for non minimum-phase single-input single-output nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 28(2), 115–122.
- Kim, H., Son, J., and Lee, J. (2010). A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 58(9), 4069–4077.
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9-10), 924–941.
- Moreno, J. (2001). Existence of unknown input observers and feedback passivity for linear systems. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*.
- Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., and Levant, A. (2014). *Sliding Mode Control and Observation*. Springer New York.
- Traoré, D., Plestan, F., Glumineau, A., and De Leon, J. (2008). Sensorless induction motor: High-order sliding-mode controller and adaptive interconnected observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(11), 3818–3827.