

# Caotización de un servomecanismo de CD mediante un controlador adaptable utilizando un modelo de referencia no lineal

# Rubén Garrido, Erick Asiain\*

\* CINVESTAV, Av. IPN No. 2508 CP 07360, Ciudad de México, México (email: garrido@ctrl.cinvestav.mx, easiain@ctrl.cinvestav.mx).

**Resumen:** El objetivo de este trabajo es proponer un método de caotización para un servomecanismo de Corriente Directa (CD) utilizando un enfoque de control adaptable por modelo de referencia. La dinámica de este último es caótica y corresponde al oscilador de Duffing. Se presenta una prueba de estabilidad del sistema en lazo cerrado donde se concluye que el error de seguimiento de modelo y los parámetros estimados están acotados. Se reportan experimentos en tiempo real con un prototipo de laboratorio los cuales permiten comprobar el desempeño del esquema propuesto.

*Palabras Clave:* Control adaptable por modelo de referencia, Comportamiento caótico, Servomecanismo.

# 1. INTRODUCCIÓN

Un enfoque para el diseño de algoritmos de controladores adaptables es el Control Adaptable por Modelo de Referencia (CAMR) [Slotine and Li (1991)]. Este típicamente emplea un modelo de referencia lineal y su objetivo es que el error de seguimiento de modelo tienda a cero pese a las incertidumbres en los parámetros de la planta [Sastry and Bodson (1989)]. Generalmente, un CAMR puede representarse mediante el diagrama de bloques mostrado en la Fig. 1 [Slotine and Li (1991)].

Un sistema dinámico se denomina caótico cuando su evolución depende de las condiciones iniciales. Lo anterior implica que dos trayectorias que surgen de dos condiciones iniciales cercanas se separan exponencialmente en el transcurso del tiempo [Boccaletti et al. (2002)]. Cabe



Fig. 1. Control Adaptable por Modelo de Referencia

mencionar que existen algunas aplicaciones de sistemas caóticos en la Robótica. En [Tlelo-Cuautle et al. (2014)] los autores presentan la aplicación de un oscilador caótico para controlar las ruedas de un robot móvil autónomo. En [Lochan et al. (2019)] se diseña una ley de control para un manipulador flexible de dos grados de libertad para tareas de seguimiento de una señal caótica.

Por otro lado, en la industria química la *agitación caótica*, especialmente de líquidos y materiales de flujo libre (granos, arena, fertilizante granular, etc.), es un área importante de estudio sobre el uso del caos controlado. Lo anterior se debe a que una mayor velocidad y calidad de agitación reducen la masa de reactivos no necesarios en la reacción y en consecuencia mejoran el producto [Andrievskii and Fradkov (2004)]. En [Chau et al. (2004)] los autores proponen e implementan la caotización de un motor de Corriente Directa (CD) que usa una ley de control retardada para producir un movimiento caótico deseado en procesos de mezcla industrial.

En los sistemas eléctricos y electrónicos se han encontrado procesos caóticos, y se han propuesto métodos de control para ellos. En [Chen et al. (2000)] se presentan pruebas experimentales sobre el uso de realimentación controlada retardada para estabilizar el efecto del caos en un sistema de control de velocidad de un motor de CD en modo voltaje. En [Yamapi et al. (2003)] se describe la dinámica de un sistema que consiste en un oscilador eléctrico de Duffing acoplado a un oscilador mecánico lineal.

Por otro lado, es importante resaltar que en un estudio bibliográfico minucioso llevado a cabo por los autores muestra que en la literatura los CAMR utilizan únicamente modelos de referencia lineales [Sastry and Bodson (1989); Slotine and Li (1991); Åström and Wittenmark (2008)] y, no se encontraron referencias sobre el empleo de modelos de referencia no lineales. La aportación principal de este trabajo es el empleo de un CAMR con modelo de referencia no lineal cuya dinámica corresponde a la del oscilador de Duffing. El objetivo es inducir un movimiento caótico en un servomecanismo de CD mediante el seguimiento de un modelo de referencia no lineal, de manera que su dinámica en lazo cerrado produzca la misma respuesta que la de un oscilador de Duffing.

El trabajo esta compuesto de las siguientes secciones. La Sección 2 describe el esquema de control propuesto. La Sección 3 muestra la prueba de estabilidad para el sistema en lazo cerrado. El prototipo de laboratorio basado en un servomecanismo de CD y el equipo de laboratorio se describen en la Sección 4. La Sección 5 muestra los experimentos realizados y el análisis de resultados. Al final se dan las conclusiones del trabajo.

Notación: Sea una matriz  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , donde el término  $\lambda_{\min}(A)$  representa el valor propio mínimo de la matriz A y el término  $\lambda_{\max}(A)$  representa el valor propio máximo de la matriz A. La matriz  $A^{-1}$  denota la inversa de la matriz A, si existe, y  $B = \operatorname{diag}(b_1, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz diagonal con elementos  $b_1, \dots, b_n$ . El operador  $|| \cdot || : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  denota la norma Euclidiana.

# 2. CONTROL ADAPTABLE POR MODELO DE REFERENCIA NO LINEAL

En esta sección, se presentan tanto el modelo del servomecanismo como el modelo de referencia no lineal. También se describe la ley de control y se obtiene la dinámica del sistema en lazo cerrado. El esquema de control propuesto se representa en el diagrama de bloques mostrado en la Fig. 2.



Fig. 2. Control Adaptable por Modelo de Referencia

#### 2.1 Modelo del servomecanismo

Considérese un servomecanismo compuesto por un motor de CD cuya carga corresponde a un disco de latón, un sensor de posición y un amplificador de potencia funcionando en modo corriente, cuya tarea es mantener la corriente de armadura proporcional al voltaje de control. Un modelo que describe este sistema es:

$$J\ddot{y} + F\dot{y} = ku + \eta \tag{1}$$

En este modelo,  $y, \dot{y} y \ddot{y}$  corresponden a la posición, velocidad y aceleración del servomecanismo respectivamente, ues el voltaje, J es la suma de la inercia del servomecanismo incluyendo su carga, F corresponde al coeficiente de fricción viscosa,  $\eta$  es una perturbación acotada y k es un parámetro que depende de la ganancia del amplificador y de la constante de par del motor. Alternativamente, el modelo (1) puede escribirse como:

$$\ddot{y} = -a\dot{y} + bu + d \tag{2}$$

Los parámetros de este último se definen como a = F/J, b = k/J y  $d = \eta/J$ . Notar que a y b son positivos y se suponen constantes y desconocidos, y la perturbación se supone acotada, i.e.  $|d| \leq D$ .

#### 2.2 Modelo de referencia no lineal

Considérese el modelo del Oscilador de Duffing [Garrido and Miranda (2012)], el cuál corresponde al modelo de referencia dentro del esquema de Control Adaptable propuesto y que está descrito por:

$$\dot{x}_1 = x_2 \omega \pi \dot{x}_2 = \left[ -0.25 x_2 + x_1 - 1.05 x_1^3 + 0.3 \sin(\omega \pi t) \right] \omega \pi$$
(3)

Aquí, la variable  $\omega$  modifica la velocidad de respuesta del oscilador sin alterar el perfil de la señales  $x_1$  y  $x_2$ . Definiendo  $y_m = Mx_1$ , donde  $y_m$  es la salida del modelo de referencia y M > 0 permite reescribir el modelo (3) como:

$$\dot{y}_m = \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr \tag{4}$$

donde  $\alpha = -0.25\omega\pi$ ,  $\beta = (\omega\pi)^2$ ,  $\gamma = -1.05(\omega\pi/M)^2$ y  $F = 0.3M(\omega\pi)^2$  y la señal de entrada corresponde a  $r = \sin(\omega\pi t)$ .

### 2.3 Ley de control

El error de seguimiento de modelo se define como:

$$e = y_m - y \tag{5}$$

A partir de las ecuaciones (2), (4) y (5) se obtiene la dinámica del error de seguimiento de modelo:

$$\ddot{e} = \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + a\dot{y} - bu - d \qquad (6)$$

Considérese el caso donde se conocen los parámetros del modelo (2). Se desea diseñar una ley de control u que permita obtener la siguiente dinámica en lazo cerrado del servomecanismo:

$$\ddot{e} = -\sigma_1 \dot{e} - \sigma_2 e, \quad \sigma_1, \sigma_2 > 0 \tag{7}$$

Igualando (6) y (7) se obtiene:

$$\alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + a\dot{y} - bu - d = -\sigma_1 \dot{e} - \sigma_2 e \quad (8)$$

De (8) se sigue que la ley de control u se define como:

$$u = \frac{1}{b} \left[ \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + a\dot{y} + \sigma_1 \dot{e} + \sigma_2 e \right] \quad (9)$$

Defínase  $z = \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + \sigma_1 \dot{e} + \sigma_2 e$ . Entonces, la ley de control (9) puede parametrizarse de la manera siguiente:

$$u = \theta_1 z + \theta_2 \dot{y} \tag{10}$$

donde  $\theta_1 = 1/b$  y  $\theta_2 = a/b$ . En consecuencia, (10) puede expresarse como:

$$u = \phi^{\top} \theta \tag{11}$$

donde:

$$\phi = \begin{bmatrix} z \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

Con base en la ecuación (11) se propone la ley de control con parámetros estimados  $\hat{\theta}$ :

$$u = \phi^{\top} \hat{\theta} \tag{12}$$

donde:

$$\phi = \begin{bmatrix} z \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

### 2.4 Dinámica del sistema en lazo cerrado

A continuación se procede a obtener la dinámica del sistema en lazo cerrado. Sustituyendo (12) en (6) produce:

$$\ddot{e} = \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + a\dot{y} - b\phi^\top \hat{\theta} - d \qquad (13)$$
  
El error paramétrico se define como:

$$=\hat{\theta}-\theta\tag{14}$$

 $\tilde{\theta}$ De (14) se sigue que (13) se puede escribir como:

$$\ddot{e} = \alpha \dot{y}_m + \beta y_m + \gamma y_m^3 + Fr + a\dot{y} - b\phi^\top \theta - b\phi^\top \tilde{\theta} - d \quad (15)$$

a partir de la cual no es difícil obtener:

Ì

$$\ddot{e} + \sigma_1 \dot{e} + \sigma_2 e = -b\phi^{\top}\theta - d \tag{16}$$

Ahora defínase:

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \tag{17}$$

lo que permite escribir (16) como:

$$\dot{E} = AE - b\phi^{\dagger}\dot{\theta}v - d_1 \tag{18}$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sigma_2 & -\sigma_1 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}$$

Aquí, A es una matriz Hurwitz estable, por lo que  $\forall Q \in$  $\mathbb{R}^{2 \times 2} > 0$  la ecuación de Lyapunov:

$$A^{\top}P + PA = -Q \tag{19}$$

tiene una única solución  $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2} > 0$  [Chen (1998)].

# 3. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Con el fin de estudiar la estabilidad del sistema en lazo cerrado compuesto por el modelo del servomecanismo (2), el modelo del referencia (4), la ley de control (12) y la ley de adaptación de parámetros mencionada en párrafos subsecuentes, considérese la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V = E^{\top} P E + b \tilde{\theta}^{\top} \Gamma^{-1} \tilde{\theta}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} > 0 \qquad (20)$$

La derivada respecto al tiempo de (20) está dada por:

$$\dot{V} = \dot{E}^{\top} P E + E^{\top} P \dot{E} + 2b \tilde{\theta}^{\top} \Gamma^{-1} \tilde{\dot{\theta}}$$
(21)

Sustituyendo (18) y (19) en (21) se obtiene:

$$\dot{V} = -E^{\top}QE - 2b\tilde{\theta}^{\top}\phi v^{\top}PE - 2d_{1}^{\top}PE + 2b\tilde{\theta}^{\top}\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\theta}}$$
(22)

Considérese la cota superior de los términos siguientes:

$$-E^{\top}QE \le -\lambda_{\min}(Q)||E||^2 \tag{23}$$

$$-2d_1^\top PE \le 2D\lambda_{\max}(P)||E|| \tag{24}$$

De (23) y (24) se sigue que la cota superior para  $\dot{V}$  está dada por:

$$\dot{V} \le -\lambda_{\min}(Q)||E||^2 + 2D\lambda_{\max}(P)||E|| -2b\tilde{\theta}^{\top}\phi v^{\top}PE + 2b\tilde{\theta}^{\top}\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\theta}}$$
(25)

Considérese el siguiente algoritmo de estimación para los parámetros desconocidos  $\theta$ :

$$\hat{\theta} = \Gamma \phi v^{\top} P E - \beta \Gamma ||E||\hat{\theta}$$
(26)

Ya que  $\theta$  es constante, entonces  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$ . Sustituyendo  $\dot{\tilde{\theta}}$  en (25) se obtiene:

$$\dot{V} \le -\lambda_{\min}(Q)||E||^2 + 2D\lambda_{\max}(P)||E|| -2b\beta||E||\tilde{\theta}^{\top}\hat{\theta}$$
(27)

Note que:

$$\tilde{\theta}^{\top}\hat{\theta} = ||\tilde{\theta}||^2 + \tilde{\theta}^{\top}\theta \tag{28}$$

Bajo la suposición que  $||\theta|| \leq K_{\theta}$ , se sigue que la cota superior para  $\tilde{\theta}^{\top} \theta$  corresponde a:

$$\tilde{\theta}^{\top} \theta \le K_{\theta} ||\tilde{\theta}|| \tag{29}$$

Sustituyendo (28) y (29) en (27) se obtiene:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q)||E||^2 + 2D\lambda_{\max}(P)||E|| -2b\beta||E||\left(||\tilde{\theta}||^2 - K_{\theta}||\tilde{\theta}||\right)$$
(30)

Sustituyendo la siguiente igualdad:

$$|\tilde{\theta}||^2 - K_{\theta}||\tilde{\theta}|| = \left(||\tilde{\theta}|| - \frac{1}{2}K_{\theta}\right)^2 - \frac{1}{4}K_{\theta}^2$$

en (30) produce:

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q)||E||^2 + 2D\lambda_{\max}(P)||E||$$
  
$$-2b\beta||E||\left(||\tilde{\theta}|| - \frac{1}{2}K_{\theta}\right)^2 + \frac{1}{2}b\beta||E||K_{\theta}^2$$
(31)

y factorizando términos se obtiene:

$$\dot{V} \leq -2b\beta ||E|| \left( ||\tilde{\theta}|| - \frac{1}{2}K_{\theta} \right)^{2}$$

$$-\lambda_{\min}(Q) ||E|| \left( ||E|| - \rho \right)$$

$$(32)$$

donde:

$$\rho = \frac{2D\lambda_{\max}(P) + \frac{1}{2}b\beta K_{\theta}^2}{\lambda_{\min}(Q)}$$
(33)

Si se verifica la condición:

$$||E|| > \rho \tag{34}$$

entonces se cumple  $\dot{V} \leq 0$ , por lo que las soluciones del sistema en lazo cerrado son uniformemente últimamente acotadas. Notar que la desigualdad (34) es verdadera cuando  $||E(0)|| > ||E(t)|| > \rho$  con t > 0. La siguiente proposición resume los resultados anteriores.

*Proposición 1.* Considérese el modelo del servomecanismo (2) en lazo cerrado con la ley de control (12) y el modelo de referencia (4). Si (26) actualiza los parámetros del controlador y:

 $||E|| > \rho$ 

entonces, E y  $\tilde{\theta}$  permanecen acotados y las soluciones del sistema en lazo cerrado son uniformemente últimamente acotadas.

# 4. PLATAFORMA EXPERIMENTAL

La Fig. 3 muestra la configuración utilizada en los experimentos. Esta consiste consiste de un motor de CD de escobillas marca Clifton Precision, modelo JDTH-2250-DQ-1C, que impulsa a un disco de latón, un codificador óptico marca Servotek, modelo SA-7388-1, que mide la posición angular del motor, un amplificador de potencia marca Copley Controls, modelo 413, configurado en modo corriente, y una etapa de aislamiento galvánico entre la tarjeta de adquisición de datos y el amplificador de potencia.

Para la adquisición de datos se emplea una tarjeta marca Servotogo. Esta posee convertidores digitales analógicos y analógicos digitales de 13 bits con un rango de voltaje de  $\pm 10V$ . La programación de los algoritmos se lleva a cabo por medio del programa MatLab/Simulink de la marca MathWorks, bajo el ambiente de programación de tiempo real WINCON de la marca Quanser Consulting. Estos programas se ejecutan en una computadora personal dotada de un procesador Intel Core 2 quad. Los diagramas de Simulink utilizan un período de muestreo de 1*ms* y el método de integración Euler-ode1.

La velocidad angular del servomotor  $\dot{y}$  se estima a partir de las mediciones de posición a través del siguiente filtro:

$$G_f(s) = \frac{300s}{s+300} \frac{300}{s+300} \tag{35}$$



Fig. 3. Equipo experimental

## 5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 5.1 Experimentos en tiempo real

En esta subsección, el desempeño del controlador adaptable propuesto es evaluado experimentalmente. Los experimentos consisten en aplicar la ley de control (12), el algoritmo de estimación (26), y el modelo de referencia (4) en el servomecanismo, utilizando una señal de referencia  $r = \sin(\pi t)$ . Los parámetros del oscilador de Duffing usado como modelo de referencia son  $\omega = 1.0$  y M = 0.2. Los parámetros del controlador adaptable empleados en los experimentos son  $\sigma_1 = 15$ ,  $\sigma_2 = 105$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\gamma_1 = 5$ ,  $\gamma_2 = 10$  y:

$$P = \begin{bmatrix} 18.0238 & 0.0238 \\ 0.0238 & 0.1683 \end{bmatrix}$$

Las ganancias  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , que corresponden a una ganancia derivativa y a una ganancia proporcional respectivamente, se seleccionan de tal manera que la respuesta del sistema en lazo cerrado no presente oscilaciones. Por otro lado, de acuerdo a la región de convergencia (33), valores pequeños de  $\beta$  hacen que  $\rho$  disminuya. Por esta razón se escogió un valor pequeño de  $\beta$ .

La matriz P se obtiene a partir de la solución de la ecuación de Lyapunov (19) para una matriz diagonal



Fig. 4. Seguimiento de modelo



Fig. 5. Seguimiento de modelo en el intervalo 105-120s



Fig. 6. Señal de error e(t)



Fig. 7. Señal de error e(t) en el intervalo 105-120s

 $Q = \operatorname{diag}(5,5)$ . Si bien el cociente  $\lambda_{\max}(P)/\lambda_{\min}(Q)$  que se encuentra en la región de convergencia (33) se mantiene aproximadamente constante para valores de la diagonal de Q entre 1 y 5, se escogió el valor en la diagonal de Q en 5 para obtener una matriz P con entradas de mayor valor. El propósito de esta elección es incrementar la velocidad



Fig. 8. Señal de control u(t)



Fig. 9. Señal de control u(t) en el intervalo 105-120s



Fig. 10. Parámetro estimado  $\hat{\theta}_1$ 



Fig. 11. Parámetro estimado  $\hat{\theta}_2$ 

de convergencia de los parámetros de la ley de adaptación (26) la cual depende de la matriz P. Valores mayores de P generan oscilaciones en la respuesta del sistema en lazo cerrado. En el caso de las ganancias  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ , los valores empleados son los máximos posibles que producen una respuesta en lazo cerrado sin oscilaciones.

El seguimiento del modelo se representa en la Fig. 4. Los últimos 15s del seguimiento de modelo se representan en la Fig. 5. El error de seguimiento de modelo se representa en la Fig. 6. Los últimos 15s del error de seguimiento de modelo se representan en la Fig. 7. La señal de control se representa en la Fig. 8. Los últimos 15s de la señal de control se representan en la Fig. 9. La Fig. 10 y la Fig. 11 muestran la evolución de los parámetros estimados. Es importante destacar que los estimados no convergen a los parámetros identificados fuera de línea mediante un algoritmo de Mínimos Cuadrados (MC) estándar los cuales corresponden a  $\hat{\theta}_{1_{\rm MC}} = 0.0195$  y  $\hat{\theta}_{2_{\rm MC}} = 0.0381$ . Lo anterior es debido a que no se tiene suficiente excitación en el vector regresor  $\phi$  definido en (12).

El desempeño del sistema en lazo cerrado se mide utilizando la Integral del Error Cuadrático (IEC), la Integral del valor Absoluto de la señal de Control (IAC) y la Integral del valor Absoluto de la Variación de la señal de Control (IAVC), los cuales se definen como:

$$IEC = \int_0^T \left[ e(t) \right]^2 dt, \quad IAC = \int_0^T \left| u(t) \right| dt$$
$$IAVC = \int_0^T \left| \frac{du(t)}{dt} \right| dt$$

y son evaluados en T = 2s. La Tabla 1 muestra los valores de estos índices obtenidos en el experimento.

Tabla 1. Índices de desempeño

$$\begin{tabular}{cccc} $\omega$ & IEC & IAC & IAVC \\ \hline 1.0 & 0.1571 & 0.0580 & 3.5348 \\ \hline \end{tabular}$$

#### 5.2 Análisis de resultados

Los resultados muestran que el controlador adaptable propuesto por modelo de referencia caótico presenta un buen desempeño en el seguimiento de la salida del modelo  $y_m$ , como se puede ver en la Fig. 4 y la Fig. 5. Se comprueba experimentalmente que el error de seguimiento de modelo mostrado en la Fig. 6 y la Fig. 7, y los parámetros estimados están acotados, ver las Fig. 10 y 11. Con base en la Tabla 1 se observa que la IEC tiene un valor cercano a cero, lo que indica un buen seguimiento de modelo. Además, el índice *IAC*, que puede ser interpretado como el consumo de energía del controlador, es pequeño en los experimentos realizados; sin embargo el índice IAVCmuestra que la variación de la señal de control tiene un valor mayor. Esto se debe a la frecuencia de corte empleada en el filtro de estimación de la velocidad (35), y sus efectos se ven en las Figuras 8 y 9.

### 6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un controlador adaptable usando el enfoque por modelo de referencia. Se tomó como modelo de referencia el oscilador de Duffing. Los experimentos en tiempo real realizados en un prototipo de laboratorio permitieron verificar el desempeño del controlador propuesto. Una aplicación potencial de la caotización de un motor de CD es en la industria química, donde se ha comprobado que un movimiento caótico de mezclado produce mejores resultados.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo a los ingenieros Gerardo Castro Zavala y José de Jesús Meza Serrano por su apoyo en el acondicionamiento del prototipo de laboratorio. Se agradece el apoyo brindado por CONACyT al segundo autor mediante una beca doctoral.

### REFERENCIAS

- Andrievskii, B.R. and Fradkov, A.L. (2004). Control of chaos: Methods and applications. ii. applications. *Automation and Remote Control*, 65(4), 505–533.
- Boccaletti, S., Kurths, J., Osipov, G., Valladares, D., and Zhou, C. (2002). The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports*, 366(1), 1–101.
- Chau, K.T., Ye, S., Gao, Y., and Chen, J.H. (2004). Application of chaotic-motion motors to industrial mixing processes. In Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting., volume 3, 1874–1880.
- Chen, C.T. (1998). Linear System Theory and Design. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 3rd edition.
- Chen, J.H., Chau, K.T., Siu, S.M., and Chan, C.C. (2000). Experimental stabilization of chaos in a voltagemode dc drive system. *IEEE Transactions on Circuits* and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 47(7), 1093–1095.
- Garrido, R. and Miranda, R. (2012). Dc servomechanism parameter identification: A closed loop input error approach. *ISA Transactions*, 51(1), 42–49.
- Lochan, K., Singh, J.P., Roy, B.K., and Subudhi, B. (2019). Chapter 12 - chaotic path planning for a two-link flexible robot manipulator using a composite control technique. In O. Boubaker and S. Jafari (eds.), *Recent Advances in Chaotic Systems and Synchronization*, Emerging Methodologies and Applications in Modelling, 233–257. Academic Press.
- Sastry, S. and Bodson, M. (1989). Adaptive control, stability, convergence and robustness. Prentice Hall.
- Slotine, J.J. and Li, W. (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall.
- Åström, K.J. and Wittenmark, B. (2008). *Adaptive Control.* Dover Publications, Mineola, NY.
- Tlelo-Cuautle, E., Ramos-López, H.C., Sánchez-Sánchez, M., Pano-Azucena, A.D., Sánchez-Gaspariano, L.A., Núñez-Pérez, J.C., and Camas-Anzueto, J.L. (2014). Application of a chaotic oscillator in an autonomous mobile robot. *Journal of Electrical Engineering*, 65(3).
- Yamapi, R., Chabi Orou, J.B., and Woafo, P. (2003). Harmonic Oscillations, Stability and Chaos Control in a Non-Linear Electromechanical System. *Journal of Sound Vibration*, 259, 1253–1264.