

## Ecuaciones Geométricas para el Control del Ajuste de un Mecanismo de Puesta a Tierra

J.A Mendoza Quiñonez. \* B.C Sirene García. \*  
J. M Jiménez Rodríguez. \* M. Aparicio Razo. \* L. R Pinto Mindiola\*\*

\*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Ciudad Universitaria. Puebla. México.

Facultad de Ciencias de la Electrónica. (Tel: +52 2295500-7400; e-mails:

jesus.mendozaq@correo.buap.mx; bernardino.calixto@correo.buap.mx;

juanmanuel.jimenez@correo.buap.mx; manuel.aparicio@correo.buap.mx)

\*\*Universidad de La Guajira. Ciudadela Universitaria. Riohacha. Colombia.

Facultad de Ingenierías. (Tel: + 57 5 7282729; e-mail: lpintom@uniguajira.edu.co).

---

Resumen: El ajuste del mecanismo de palancas de puesta a tierra del seccionador eléctrico aquí estudiado, no se realiza de manera automática, sino manual. El mecanismo está formado por dieciséis eslabones móviles, entre los que se cuentan tres elementos de calibración y un eslabón fijo. Este ajuste consiste en la calibración longitudinal in situ de sus tres elementos de calibración con el fin de lograr durante su movimiento, que las tres cuchillas de puesta a tierra marchen paralelas, sin que ninguna cuchilla se desfase respecto a las otras. Para poder automatizar el ajuste del movimiento paralelo de estas tres cuchillas, se propone en este trabajo, controlar las dimensiones de tres elementos distintos a los que originalmente el diseñador dispone en su esquema inicial de ajuste. Para poder encontrar cómo se puede automatizar este ajuste de un modo más racional, se escriben las ecuaciones cinemáticas en el campo de las posiciones que rigen el movimiento de todas las palancas móviles. A continuación, se toma la diferencial total de cada una de estas ecuaciones, con el fin de hallar las ecuaciones geométricas que relacionan las pequeñas variaciones longitudinales de los nuevos elementos de calibración sugeridos, con las pequeñas variaciones angulares de las tres cuchillas de puesta a tierra. Conocidas estas relaciones se puede proponer un esquema de automatización más simple para el control del movimiento paralelo de las tres cuchillas.

*Palabras Clave:* Automatización, Mecanismos de puesta a tierra, Ecuaciones geométricas, Control.

---

### 1. INTRODUCCIÓN

Un seccionador eléctrico es un mecanismo de seguridad usado durante las maniobras de mantenimiento de una subestación eléctrica y sirve para separar de la red, cada uno de los tres cables de conducción que han sido previamente desconectados de la alimentación por un interruptor. Cada uno de estos seccionadores tiene un mecanismo de palancas para la puesta a tierra de la subestación.

Este mecanismo de palancas consiste de un bastidor y de dieciséis elementos móviles. De estos, trece son eslabones de palancas y otros tres son rodillos seguidores que se mueven por tres levas fijas de perfil semicircular y recto.

Para que este mecanismo pueda operar correctamente, sus tres cuchillas de puesta a tierra deben moverse simultáneamente paralelas durante la operación de conexión. Sin embargo, este movimiento simultáneo de las tres cuchillas puede verse afectado por los pequeños movimientos de dilatación térmica durante el día y la noche, o por los pequeños movimientos del terreno donde se soporta la obra civil que sustenta al mecanismo o por pequeños errores de fabricación y montaje.

Cuando las tres cuchillas 5, 9 y 13 comienzan a girar desde su posición horizontal, ocurre que los rodillos numerados como 14, 15 y 16 en la Figura 1, articulados a las cuchillas 5, 9 y 13, ruedan sobre los perfiles curvos de sus correspondientes levas fijas y cuando las cuchillas están en posición vertical, ya listas para ascender y conectar a tierra la subestación, los rodillos se mueven por los perfiles rectos. Cualquier error de paralelismo, fuera de los límites permitidos, hace que al menos uno de los rodillos se trabe, produciendo la rotura de su eje.

Este trabajo muestra las ecuaciones matemáticas que permiten determinar cómo la calibración longitudinal manual de los eslabones 2, 6 y 10 del mecanismo de puesta a tierra, logra corregir las posibles variaciones de paralelismo de sus tres cuchillas de salida. Se concluye que el esquema original de calibración de este mecanismo puede ser simplificado, dejando que sean los eslabones 4, 8 y 12, los nuevos elementos de calibración del movimiento paralelo de las tres cuchillas de puesta a tierra. La formulación matemática que aquí se ofrece aplicada a un mecanismo de apertura y cierre de compuertas de descarga de vagones puede ser vista en Mendoza and Otero, 2006.

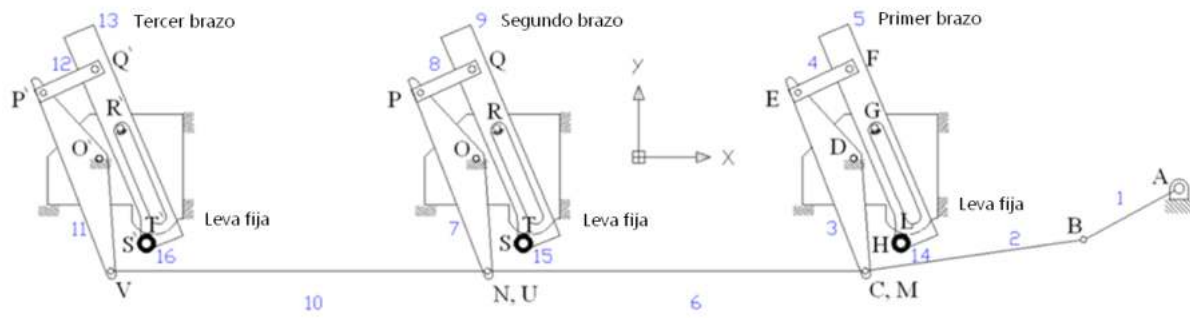


Fig 1. Levantamiento cinemático del mecanismo de puesta a tierra. Los elementos de calibración originales son los eslabones 2, 6 y 10. Las cuchillas o brazos de salida son los eslabones numerados como 5, 9 y 13.

## 2. DESARROLLO

Sea  $\{q_i\}$  en (1), el conjunto de las 13 coordenadas generalizadas que definen la posición angular  $q_i$ , de todos los eslabones del mecanismo y sea  $\{p_j\}$  el conjunto de sus 31 parámetros geométricos, como se muestra en (2).

$$\{q_i\} = \begin{cases} \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7, \varphi_8, \\ \varphi_9, \varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{13} \end{cases} \quad (1)$$

$$\{p_j\} = \begin{cases} l_1, l_2, r_3, a_1, b_1, l_3, l_4, l_5, a_2, b_2, l_6, l_7, \\ a_3, b_3, r_7, l_8, l_9, a_4, b_4, \beta_1, \beta_2, l_{10}, l_{11}, \\ a_5, b_5, r_{11}, l_{12}, l_{13}, a_6, b_6, \beta_3 \end{cases} \quad (2)$$

A cada coordenada generalizada  $q_i$  del conjunto (1) le corresponde un error angular posicional  $\delta q_i$ , como se indica en el conjunto  $\{\delta q_i\}$ , mostrado en (3).

$$\{\delta q_i\} = \begin{cases} \delta\varphi_1, \delta\varphi_2, \delta\varphi_3, \delta\varphi_4, \delta\varphi_5, \delta\varphi_6, \delta\varphi_7, \\ \delta\varphi_8, \delta\varphi_9, \delta\varphi_{10}, \delta\varphi_{11}, \delta\varphi_{12}, \delta\varphi_{13} \end{cases} \quad (3)$$

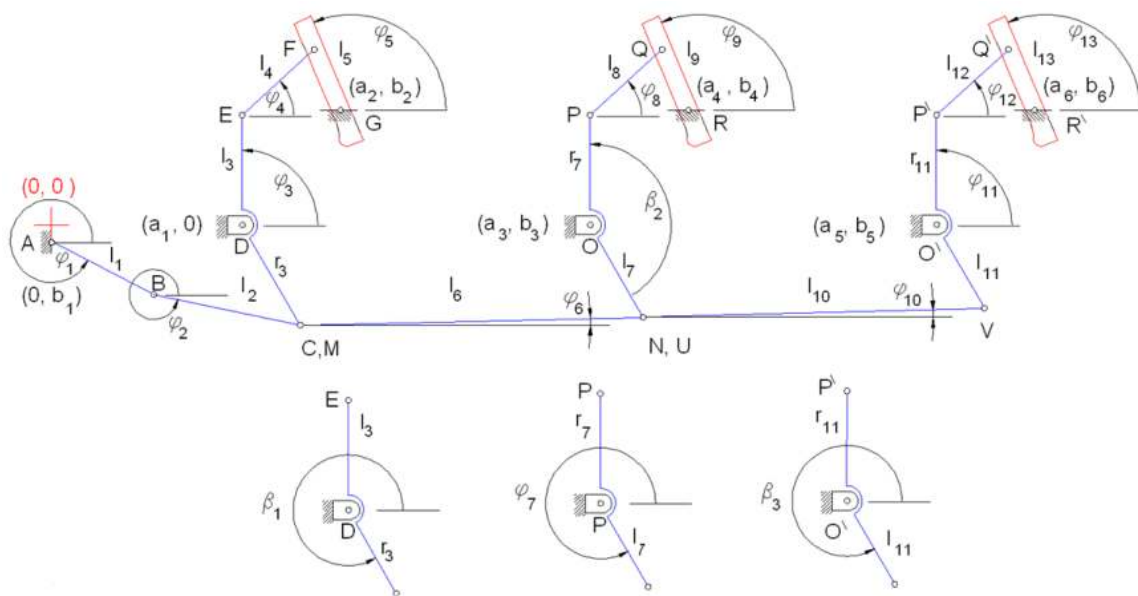


Fig. 2. Los 31 parámetros geométricos y las 13 coordenadas generalizadas del mecanismo. El movimiento paralelo de las cuchillas se propone ajustar mediante la calibración de los eslabones 4, 8 y 12, en lugar de los eslabones 2, 6 y 10.

Debido a las dilataciones térmicas, movimientos del terreno, holguras (Mendoza and Otero, 2008), y a los errores de fabricación y montaje, el diseñador ajusta manualmente las variaciones  $\delta l_2, \delta l_6, \delta l_{10}$  de los eslabones de calibración 2, 6 y 10. Sin embargo, otros eslabones pueden ser usados para este ajuste. Las posibles variaciones dimensionales de los 31 parámetros geométricos  $\delta p_j$  que pueden ser usados con este propósito se escriben en (4).

$$\left\{ \delta p_j \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \delta l_1, \delta l_2, \delta r_3, \delta a_1, \delta b_1, \delta l_3, \delta l_4, \delta l_5, \\ \delta a_2, \delta b_2, \delta l_6, \delta l_7, \delta a_3, \delta b_3, \delta r_7, \delta l_8, \\ \delta l_9, \delta a_4, \delta b_4, \delta \beta_1, \delta \beta_2, \delta l_{10}, \delta l_{11}, \\ \delta a_5, \delta b_5, \delta r_{11}, \delta l_{12}, \delta l_{13}, \delta a_6, \delta b_6, \delta \beta_3 \end{array} \right\} \quad (4)$$

## 2.1 Análisis cinemático

### 2.1.1 Ecuaciones de restricción y diferenciales totales.

El análisis en el campo de las posiciones de cada uno de los seis ciclos cinemáticos de este mecanismo conduce a las doce ecuaciones de restricción cinemática señaladas en (5).

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 - r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) - a_1 = 0 \\ \Phi_2 &= b_1 + l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 - r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) = 0 \\ \Phi_3 &= l_3 \cos \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 - l_5 \cos(\varphi_5) - (a_2 - a_1) = 0 \\ \Phi_4 &= -b_2 + l_3 \sin \varphi_3 + l_4 \sin \varphi_4 - l_5 \sin \varphi_5 = 0 \\ \Phi_5 &= r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) + l_6 \cos \varphi_6 - l_7 \cos(\varphi_7) \\ &\quad - (a_3 - a_1) = 0 \\ \Phi_6 &= b_3 + r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) + l_6 \sin \varphi_6 - l_7 \sin(\varphi_7) = 0 \\ \Phi_7 &= r_7 \cos(\varphi_7 + \beta_2) + l_8 \cos \varphi_8 - l_9 \cos(\varphi_9) \\ &\quad + (a_3 - a_4) = 0 \\ \Phi_8 &= -b_4 + r_7 \sin(\varphi_7 + \beta_2) + l_8 \sin \varphi_8 - l_9 \sin \varphi_9 = 0 \\ \Phi_9 &= l_7 \cos \varphi_7 + l_{10} \cos \varphi_{10} - l_{11} \cos(\varphi_{11} + \beta_3) - (a_5 - a_4) = 0 \\ \Phi_{10} &= l_7 \sin \varphi_7 + l_{10} \sin \varphi_{10} - l_{11} \sin(\varphi_{11} + \beta_3) + b_5 = 0 \\ \Phi_{11} &= r_{11} \cos \varphi_{11} + l_{12} \cos \varphi_{12} - l_{13} \cos(\varphi_{13}) - (a_6 - a_5) = 0 \\ \Phi_{12} &= r_{11} \sin \varphi_{11} + l_{12} \sin \varphi_{12} - l_{13} \sin(\varphi_{13}) - b_6 = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

Al hallar las diferenciales totales (6), de las doce ecuaciones de restricción cinemática dadas en (5), se puede despejar la influencia que tiene cada unidad de variación longitudinal,  $\delta l_2, \delta l_6$  y  $\delta l_{10}$ , sobre los errores angulares,  $\delta \varphi_5, \delta \varphi_9$  y  $\delta \varphi_{13}$  de cada cuchilla respecto a sus posiciones verticales simultáneas teóricas.

$$\begin{aligned} \delta \Phi_1 &= \cos \varphi_1 \delta l_1 + \cos \varphi_2 \delta l_2 - \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta r_3 \\ &\quad - \delta a_1 - l_1 \sin \varphi_1 \delta \varphi_1 - l_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 \\ &\quad + r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta \varphi_3 + r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta \beta_1 = 0 \\ \delta \Phi_2 &= \delta b_1 + \sin \varphi_1 \delta l_1 + \sin \varphi_2 \delta l_2 - \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta r_3 \\ &\quad + l_1 \cos \varphi_1 \delta \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 \delta \varphi_2 \\ &\quad - r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta \varphi_3 - r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta \beta_1 = 0 \\ \delta \Phi_3 &= \cos \varphi_3 \delta l_3 + \cos \varphi_4 \delta l_4 - \cos(\varphi_5) \delta l_5 - \delta a_2 \\ &\quad + \delta a_1 - l_3 \sin \varphi_3 \delta \varphi_3 - l_4 \sin \varphi_4 \delta \varphi_4 \\ &\quad + l_5 \sin(\varphi_5) \delta \varphi_5 = 0 \\ \delta \Phi_4 &= -\delta b_2 + \sin \varphi_3 \delta l_3 + \sin \varphi_4 \delta l_4 - \sin(\varphi_5) \delta l_5 \\ &\quad + l_3 \cos \varphi_3 \delta \varphi_3 + l_4 \cos \varphi_4 \delta \varphi_4 \\ &\quad - l_5 \cos(\varphi_5) \delta \varphi_5 = 0 \\ \delta \Phi_5 &= \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta r_3 + \cos \varphi_6 \delta l_6 - \cos(\varphi_7) \delta l_7 \\ &\quad - \delta a_3 + \delta a_1 - r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta \varphi_3 \\ &\quad - r_3 \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta \beta_1 - l_6 \sin(\varphi_6) \delta \varphi_6 \\ &\quad + l_7 \sin(\varphi_7) \delta \varphi_7 = 0 \\ \delta \Phi_6 &= \delta b_3 + \sin(\varphi_3 + \beta_1) \delta r_3 + \sin \varphi_6 \delta l_6 - \sin(\varphi_7) \delta l_7 \\ &\quad + r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta \varphi_3 + r_3 \cos(\varphi_3 + \beta_1) \delta \beta_1 \\ &\quad + l_6 \cos(\varphi_6) \delta \varphi_6 - l_7 \cos(\varphi_7) \delta \varphi_7 = 0 \\ \delta \Phi_7 &= \cos(\varphi_7 + \beta_2) \delta r_7 + \cos \varphi_8 \delta l_8 - \cos(\varphi_9) \delta l_9 \\ &\quad + \delta a_3 - \delta a_4 - r_7 \sin(\varphi_7 + \beta_2) \delta \varphi_7 \\ &\quad - r_7 \sin(\varphi_7 + \beta_2) \delta \beta_2 - l_8 \sin(\varphi_8) \delta \varphi_8 \\ &\quad + l_9 \sin(\varphi_9) \delta \varphi_9 = 0 \\ \delta \Phi_8 &= -\delta b_4 + \sin(\varphi_7 + \beta_2) \delta r_7 + \sin \varphi_8 \delta l_8 \\ &\quad - \sin(\varphi_9) \delta l_9 + r_7 \cos(\varphi_7 + \beta_2) \delta \varphi_7 \\ &\quad + r_7 \cos(\varphi_7 + \beta_2) \delta \beta_2 + l_8 \cos(\varphi_8) \delta \varphi_8 \\ &\quad - l_9 \cos(\varphi_9) \delta \varphi_9 = 0 \\ \delta \Phi_9 &= \cos \varphi_7 \delta l_7 + \cos \varphi_{10} \delta l_{10} - \cos(\varphi_{11} + \beta_3) \delta l_{11} \\ &\quad - \delta a_5 + \delta a_3 - l_7 \sin \varphi_7 \delta \varphi_7 - l_{10} \sin \varphi_{10} \delta \varphi_{10} \\ &\quad + l_{11} \sin(\varphi_{11} + \beta_3) \delta \varphi_{11} + l_{11} \sin(\varphi_{11} + \beta_3) \delta \beta_3 = 0 \\ \delta \Phi_{10} &= \sin \varphi_7 \delta l_7 + \sin \varphi_{10} \delta l_{10} - \sin(\varphi_{11} + \beta_3) \delta l_{11} \\ &\quad + \delta b_5 + l_7 \cos \varphi_7 \delta \varphi_7 + l_{10} \cos \varphi_{10} \delta \varphi_{10} \\ &\quad - l_{11} \cos(\varphi_{11} + \beta_3) \delta \varphi_{11} - l_{11} \cos(\varphi_{11} + \beta_3) \delta \beta_3 = 0 \\ \delta \Phi_{11} &= \cos \varphi_{11} \delta r_{11} + \cos \varphi_{12} \delta l_{12} - \cos(\varphi_{13}) \delta l_{13} - \delta a_6 \\ &\quad + \delta a_5 - r_{11} \sin \varphi_{11} \delta \varphi_{11} - l_{12} \sin \varphi_{12} \delta \varphi_{12} \\ &\quad + l_{13} \sin(\varphi_{13}) \delta \varphi_{13} = 0 \\ \delta \Phi_{12} &= -\delta b_6 + \sin \varphi_{11} \delta r_{11} + \sin \varphi_{12} \delta l_{12} - \sin(\varphi_{13}) \delta l_{13} \\ &\quad + r_{11} \cos \varphi_{11} \delta \varphi_{11} + l_{12} \cos \varphi_{12} \delta \varphi_{12} \\ &\quad - l_{13} \cos(\varphi_{13}) \delta \varphi_{13} = 0; \quad (6) \end{aligned}$$

### 2.1.2 Solución del sistema de ecuaciones

Al despejar los errores posicionales de las tres cuchillas respecto a sus posiciones teóricas, se tiene el grado de movimiento no paralelo entre ellas, en función de las pequeñas variaciones de los parámetros geométricos debidas a las dilataciones térmicas, a los posibles movimientos del terreno y a los errores de fabricación y montaje. El despeje de los errores posicionales se puede escribir en forma compacta, usando la notación matricial indicada en la ecuación (7):

$$\begin{aligned} [\delta q_i] &= [B]^{-1} [A] \begin{bmatrix} \delta p_j \\ \delta q_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial \Phi_k \\ \partial q_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \partial \Phi_k \\ \partial p_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p_j \\ \delta q_1 \end{bmatrix} = \\ &= - [E_{ij}] \begin{bmatrix} \delta p_j \\ \delta q_1 \end{bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

Los términos que forman las matrices  $[A]$ ,  $[B]$  y  $[B]^{-1}$  pueden ser vistos en Mendoza, 2010, p. 135 y una detallada descripción de su deducción se puede encontrar en Fogarasy and Smith, 1998, p. 35.

### 2.1.3 Error posicional de la primera cuchilla.

La desviación angular de la primera cuchilla respecto a su valor nominal teórico viene dada por (8).

$$\begin{aligned} \delta \varphi_5 = & - (c_{41} a_{11} + c_{42} a_{21}) \delta l_1 - (c_{41} a_{12} + c_{42} a_{22}) \delta l_2 \\ & - (c_{41} a_{13} + c_{42} a_{23}) \delta r_3 - (c_{41} a_{14} + c_{43} a_{34}) \delta a_1 - c_{42} a_{25} \delta b_1 \\ & - (c_{43} a_{36} + c_{44} a_{46}) \delta l_3 - (c_{43} a_{37} + c_{44} a_{47}) \delta l_4 \\ & - (c_{43} a_{38} + c_{44} a_{48}) \delta l_5 - (c_{43} a_{39}) \delta a_2 - (c_{44} a_{4,10}) \delta b_2 \\ & + 0 \delta l_6 + 0 \delta l_7 + 0 \delta a_3 + 0 \delta b_3 + 0 \delta r_7 + 0 \delta l_8 + 0 \delta l_9 \\ & + 0 \delta a_4 + 0 \delta b_4 - (c_{41} a_{1,20} + c_{42} a_{2,20}) \delta \beta_1 + 0 \delta \beta_2 \\ & + 0 \delta l_{10} + 0 \delta l_{11} + 0 \delta a_5 \\ & + 0 \delta b_5 + 0 \delta r_{11} + 0 \delta l_{12} + 0 \delta l_{13} + 0 \delta a_6 + 0 \delta b_6 + 0 \delta \beta_3 \\ & - (c_{41} a_{1,32} + c_{42} a_{2,32}) \delta \varphi_1; \quad (8) \end{aligned}$$

Cada término en (8), representa el coeficiente de influencia  $\varepsilon_{5,j}$  de cada unidad de cambio dimensional  $\delta p_j$  de cada parámetro geométrico en el error angular de posicionamiento de la primera cuchilla. Los términos  $\{a_{nm}\}$  y  $\{c_{nm}\}$  son variables y dependen de la posición que va ocupando el eslabón de entrada del mecanismo.

### 2.1.4 Error posicional de la segunda cuchilla.

La desviación angular de la segunda cuchilla respecto a su valor nominal teórico, se expresa mediante (9).

$$\begin{aligned} \delta \varphi_9 = & - (c_{81} a_{11} + c_{82} a_{21}) \delta l_1 - (c_{81} a_{12} + c_{82} a_{22}) \delta l_2 \\ & - (c_{81} a_{13} + c_{82} a_{23} + c_{85} a_{53} + c_{86} a_{63}) \delta r_3 \\ & - (c_{81} a_{14} + c_{85} a_{54}) \delta a_1 - c_{82} a_{25} \delta b_1 + 0 \delta l_3 + 0 \delta l_4 + 0 \delta l_5 \\ & + 0 (\delta a_2) + 0 \delta b_2 - (c_{85} a_{5,11} + c_{86} a_{6,11}) \delta l_6 \\ & - (c_{85} a_{5,12} + c_{86} a_{6,12}) \delta l_7 - (c_{85} a_{5,13} + c_{87} a_{7,13}) \delta a_3 \\ & - c_{86} a_{6,14} \delta b_3 - (c_{87} a_{7,15} + c_{88} a_{8,15}) \delta r_7 \\ & - (c_{87} a_{7,16} + c_{88} a_{8,16}) \delta l_8 - (c_{87} a_{7,17} + c_{88} a_{8,17}) \delta l_9 \\ & - c_{87} a_{7,18} \delta a_4 - c_{88} a_{8,19} \delta b_4 \\ & - (c_{81} a_{1,20} + c_{82} a_{2,20} + c_{85} a_{5,20} + c_{86} a_{6,20}) \delta \beta_1 \\ & - (c_{87} a_{7,21} + c_{88} a_{8,21}) \delta \beta_2 + 0 \delta l_{10} + 0 \delta l_{11} + 0 \delta a_5 + 0 \delta b_5 + \\ & 0 \delta r_{11} + 0 \delta l_{12} + 0 \delta l_{13} + 0 \delta a_6 + 0 \delta b_6 + 0 \delta \beta_3 \\ & - (c_{81} a_{1,32} + c_{82} a_{2,32}) \delta \varphi_1 \quad (9) \end{aligned}$$

### 2.1.6 Error posicional de la tercera cuchilla.

La desviación angular de la tercera cuchilla respecto a su valor nominal, puede ser escrito como se señala en (10).

$$\begin{aligned} \delta \varphi_{13} = & - (c_{12,1} a_{11} + c_{12,2} a_{21}) \delta l_1 - (c_{12,1} a_{12} + c_{12,2} a_{22}) \delta l_2 \\ & - (c_{12,1} a_{13} + c_{12,2} a_{23} + c_{12,5} a_{53} + c_{12,6} a_{63}) \delta r_3 \\ & - (c_{12,1} a_{14} + c_{12,5} a_{54}) \delta a_1 - c_{12,2} a_{25} \delta b_1 + 0 \delta l_3 + 0 \delta l_4 \\ & + 0 \delta l_5 + 0 (\delta a_2) + 0 \delta b_2 - (c_{12,5} a_{5,11} + c_{12,6} a_{6,11}) \delta l_6 \\ & - (c_{12,5} a_{5,12} + c_{12,6} a_{6,12}) \delta l_7 - (c_{12,5} a_{5,13}) \delta a_3 \\ & - c_{12,6} a_{6,14} \delta b_3 - 0 \delta r_7 - 0 \delta l_8 - 0 \delta l_9 - 0 \delta a_4 + 0 \delta b_4 \\ & - (c_{12,1} a_{1,20} + c_{12,2} a_{2,20} + c_{12,5} a_{5,20} + c_{12,6} a_{6,20}) \delta \beta_1 \\ & - 0 \delta \beta_2 - (c_{12,9} a_{9,22} + c_{12,10} a_{10,22}) \delta l_{10} \\ & - (c_{12,9} a_{9,23} + c_{12,10} a_{10,23}) \delta l_{11} \\ & - (c_{12,9} a_{9,24} + c_{12,11} a_{11,24}) \delta a_5 \\ & - c_{12,10} a_{10,25} \delta b_5 - (c_{12,11} a_{11,26} + c_{12,12} a_{12,26}) \delta r_{11} \\ & - (c_{12,11} a_{11,27} + c_{12,12} a_{12,27}) \delta l_{12} \\ & - (c_{12,11} a_{11,28} + c_{12,12} a_{12,28}) \delta l_{13} - (c_{12,11} a_{11,29}) \delta a_6 \\ & - (c_{12,12} a_{12,30}) \delta b_6 - (c_{12,9} a_{9,31} + c_{12,10} a_{10,31}) \delta \beta_3 \\ & - (c_{12,1} a_{1,32} + c_{12,2} a_{2,32}) \delta \varphi_1; \quad (10) \end{aligned}$$

La posición crítica del mecanismo ocurre justo cuando las tres cuchillas alcanzan teóricamente la posición vertical, ya que en esta posición es cuando los rodillos de cada cuchilla deben dejar de moverse sobre los perfiles curvos de sus levas para empezar a hacerlo sobre los perfiles rectos de las mismas, pudiendo entonces trabarse cualquiera de ellos. Esto sucede cuando el ángulo  $\varphi_1$  en la Fig. 2, es  $\varphi_1 = 315^\circ$ .

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Las ecuaciones (8), (9) y (10) permiten determinar cómo la calibración precisa de las longitudes de los eslabones 2, 6 y 10 hacen posible ajustar el sincronismo del movimiento paralelo de las tres cuchillas de puesto a tierra, alrededor de la posición en la que las éstas deben estar simultáneamente en posición vertical. Ello se consigue evaluando la magnitud numérica de los coeficientes  $\varepsilon_{ij}$  que acompañan a los términos  $\delta_2, \delta_6$  y  $\delta_{10}$  en dichas ecuaciones. Estos coeficientes específicos se muestran en (11), (12) y (13).

$$\varepsilon_{5,l_2} = -(c_{41}a_{12} + c_{42}a_{22}); \varepsilon_{5,l_6} = \varepsilon_{5,l_{10}} = 0; \quad (11)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{9,l_2} = -(c_{81}a_{12} + c_{82}a_{22}); \\ \varepsilon_{9,l_6} = -(c_{85}a_{5,11} + c_{86}a_{6,11}); \quad \varepsilon_{9,l_{10}} = 0; \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{13,l_2} = -(c_{12,1}a_{12} + c_{12,2}a_{22}); \\ \varepsilon_{13,l_6} = -(c_{12,5}a_{5,11} + c_{12,6}a_{6,11}); \\ \varepsilon_{13,l_{10}} = -(c_{12,9}a_{9,22} + c_{12,10}a_{10,22}) \end{cases} \quad (13)$$

Los términos que forman las ecuaciones (11), (12) y (13) se especifican en las expresiones que van de (14) a (29).

$$c_{41} = \frac{-l_3 \cos(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_4 - \varphi_3)}{r_3 l_5 \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_5 - \varphi_4)}, \quad (14)$$

$$c_{42} = \frac{-l_3 \sin(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_4 - \varphi_3)}{r_3 l_5 \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_5 - \varphi_4)}, \quad (15)$$

$$a_{12} = \cos \varphi_2, \quad (16) \text{ y } a_{22} = \operatorname{sen} \varphi_2, \quad (17)$$

$$c_{81} = \frac{r_7 \cos(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_7 + \beta_2 - \varphi_8)}{l_7 l_9 \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_9 - \varphi_8)}$$

(18)

$$c_{82} = \frac{r_7 \sin(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_7 + \beta_2 - \varphi_8)}{l_7 l_9 \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_9 - \varphi_8)}$$

(19)

$$c_{85} = \frac{r_7 \cos(\varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_7 + \beta_2 - \varphi_8)}{l_7 l_9 \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_9 - \varphi_8)} \quad (20)$$

$$c_{86} = \frac{r_7 \sin(\varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_7 + \beta_2 - \varphi_8)}{l_7 l_9 \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_9 - \varphi_8)} \quad (21)$$

$$a_{5,11} = \cos \varphi_6, \quad (20) \text{ y } a_{6,11} = \operatorname{sen} \varphi_6, \quad (21)$$

$$c_{12,1} = \frac{-r_{11} \cos(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{10} - \varphi_7) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{13})} \quad (22)$$

$$c_{12,2} = \frac{-r_{11} \sin(\varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{10} - \varphi_7) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_3 + \beta_1 - \varphi_2) \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{13})} \quad (23)$$

$$c_{12,5} = \frac{r_{11} \cos(\varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{10} - \varphi_7) \sin(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{11} + \beta_3 - \varphi_{10}) \sin(\varphi_{13} - \varphi_{12})} \quad (24)$$

$$c_{12,6} = \frac{r_{11} \sin(\varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{10} - \varphi_7) \sin(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_7 - \varphi_6) \operatorname{sen}(\varphi_{11} + \beta_3 - \varphi_{10}) \sin(\varphi_{13} - \varphi_{12})} \quad (25)$$

$$c_{12,9} = \frac{r_{11} \cos(\varphi_{10}) \sin(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_{11} + \beta_3 - \varphi_{10}) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{13})} \quad (26)$$

$$c_{12,10} = \frac{r_{11} \sin(\varphi_{10}) \sin(\varphi_{12} - \varphi_{11})}{l_{11} l_{13} \operatorname{sen}(\varphi_{11} + \beta_3 - \varphi_{10}) \operatorname{sen}(\varphi_{12} - \varphi_{13})} \quad (27)$$

$$a_{9,22} = \cos \varphi_{10}, \quad (28) \text{ y } a_{10,22} = \operatorname{sen} \varphi_{10}, \quad (29)$$

Para poder hallar estos coeficientes, se determina por medio de un programa de cómputo, (Mendoza, 2010, p. 145), las relaciones geométricas entre las coordenadas de salida y la coordenada de entrada en torno a la posición de entrada  $\varphi_1 = 315^\circ$ . En las ecuaciones (14) a (29) participan las longitudes nominales de los eslabones, las cuales también se indican en Mendoza, 2010, p. 35. El programa computacional elaborado arroja que los coeficientes de influencia  $\varepsilon_{5,l_2}, \varepsilon_{9,l_2}, \varepsilon_{9,l_6}, \varepsilon_{13,l_2}, \varepsilon_{13,l_6}, \varepsilon_{13,l_{10}}$  de los elementos de calibración del mecanismo, para el ajuste vertical preciso y simultáneo de las tres cuchillas de puesta a tierra, en torno a  $\varphi_1 = 315^\circ$ , son los indicados en (30).

$$\varepsilon_{5,l_2} = -0,002449, \quad \varepsilon_{5,l_6} = 0, \quad \varepsilon_{5,l_{10}} = 0$$

$$\varepsilon_{9,l_2} = +0,002099, \quad \varepsilon_{9,l_6} = +0,007720 \quad \varepsilon_{9,l_{10}} = 0$$

$$\varepsilon_{13,l_2} = -0,002032, \quad \varepsilon_{13,l_6} = -0,009519,$$

$$\varepsilon_{13,l_{10}} = -0,00951$$

(30)

De (30) se puede afirmar que los tres coeficientes de influencia de la calibración de  $l_2$  sobre las cuchillas son diferentes de cero y diferentes entre sí en valor y signo.

Se concluye que la calibración del eslabón 6 participa en el ajuste de las posiciones angulares de la segunda y tercera cuchilla, pero no en el de la primera cuchilla. Del mismo modo, se obtiene que la calibración del eslabón 10, modifica nada más la posición angular de la tercera cuchilla.

Dado que las variaciones de las longitudes de 6 y 10 no influyen sobre la variación de la posición de la primera cuchilla, se deduce que el ajuste de ésta sólo puede llevarse a cabo a través de la variación de la longitud del eslabón 2. Una vez realizado este ajuste, no puede usarse al eslabón 2 para ajustar la posición de la segunda y la tercera cuchilla, porque esto descalibraría a la primera cuchilla ya ajustada.

La calibración del eslabón 10 no influye sobre la segunda cuchilla, y como ya no se puede ajustar ésta usando al eslabón 2, el ajuste de la posición vertical precisa de la segunda cuchilla, solo se debe hacer mediante el eslabón 6.

La ecuación (11) indica que por cada milímetro de incremento o disminución de la longitud del elemento 2, alrededor de la posición vertical de la cuchilla 5, ésta gira un ángulo  $\delta\varphi_5$ , según se expresa en (31).

$$\delta\varphi_5 = \mp 0,14033^\circ, \quad (31)$$

Por otra parte, se puede especificar de (12), que por cada milímetro de disminución o incremento de la longitud del elemento 6, alrededor de la posición vertical de la cuchilla 9, ésta gira un ángulo  $\delta\varphi_9$ , según se indica en (32).

$$\delta\varphi_9 = \pm 0,44231^\circ, \quad (32)$$

A su vez, de acuerdo con (13), por cada milímetro de incremento o disminución de la longitud del elemento 10, alrededor de la posición vertical de la cuchilla 13, ésta gira un ángulo  $\delta\varphi_{13}$  que viene dado en (33).

$$\delta\varphi_{13} = \mp 0,54539^\circ, \quad (33)$$

Los valores dados en (31), (32) y (33) sirven para la automatización del control posicional preciso de las tres cuchillas, ya que permiten saber cómo cada milímetro de paso de los eslabones 2, 6 y 10 incide en el ajuste de las posiciones verticales de las tres cuchillas. De acuerdo con el fabricante, el error posicional de cada cuchilla respecto al valor vertical de  $90^\circ$ , no debe ser mayor de  $\pm 0,5^\circ$ .

Del análisis de las ecuaciones (8), (9) y (10) se infiere que hay otras opciones para automatizar la calibración de cada cuchilla. Así, en lugar de los eslabones 2, 6 y 10 actuales, se sugiere que sean los elementos 4, 8 y 12, los que sirvan como elementos de calibración, ya que los coeficientes de influencia de éstos, alrededor de la posición vertical teórica

de cada cuchilla son todos iguales, como se muestra en (34), lo que simplifica el complejo esquema de ajuste que se deriva al usar los eslabones originales 2, 6 y 10.

$$\varepsilon_{5,l_4} = -0,005382; \quad \varepsilon_{9,l_4} = 0; \quad \varepsilon_{13,l_4} = 0$$

$$\varepsilon_{5,l_8} = 0; \quad \varepsilon_{9,l_8} = -0,005382; \quad \varepsilon_{13,l_8} = 0$$

$$\varepsilon_{5,l_{12}} = 0; \quad \varepsilon_{9,l_{12}} = 0; \quad \varepsilon_{13,l_{12}} = -0,005382$$

(34)

#### 4. CONCLUSIONES

1. Conforme al esquema manual original de calibración de este mecanismo, no hay independencia en el ajuste del movimiento preciso de las dos primeras cuchillas de puesta a tierra del mecanismo.
2. La única cuchilla cuyo ajuste posicional se puede realizar independientemente, sin que, al hacerlo, este ajuste afecte la posición de las restantes dos cuchillas, es el ajuste de la tercera cuchilla.
3. El ajuste automatizado del movimiento coordinado de las tres cuchillas de puesta a tierra del mecanismo estudiado, puede ser llevada a cabo con elementos de calibración distintos a los originales.
4. Si los eslabones 4, 8 y 12 se convierten en eslabones de calibración, en sustitución de los eslabones 2, 6 y 10 actuales, se puede automatizar de una manera más sencilla el movimiento paralelo y sincronizado de las tres cuchillas.

#### 5. REFERENCIAS

- Fogarasy A. A, and Smith, M. R. (1998). "The influence of manufacturing tolerances on the kinematic performance of mechanisms". *Journal of Mechanical Engineering Science*. Volume 212, pp. 35-45.
- Mendoza Jesús, and Otero Luis. (2006). "Calibration of the tight seal of the discharge mechanism doors on a rail wagon using adjustable members". ESDA2006-95102. *Proc. 8th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ASME*. Turin, Italy.
- Mendoza Jesús, and Otero Luis. (2008). "Influence of clearances on the positioning error of the discharge mechanism doors on a rail wagon". ESDA2008-59320, *Proc. 9th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ASME*. Haifa, Israel.
- Mendoza Jesús. (2010). "Influencia de los errores dimensionales en la exactitud de posicionamiento del mecanismo de puesta a tierra de un seccionador eléctrico". Trabajo de ascenso a la categoría de profesor titular. UNEXPO. Puerto Ordaz, Venezuela.