

Formación líder-seguidor para robots diferenciales con parámetros de seguimiento variables.

M. Infante-Jacobo, R. D. Cruz-Morales,
M. Velasco-Villa, A. Rodríguez-Angeles.

*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN,
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección Mecatrónica, Av. IPN
2508, San Pedro Zacatenco, 07360, Ciudad de México, México.
(e-mail: {marcos.infante, rdacruz, velasco, aangeles} @cinvestav.mx)*

Resumen: En este trabajo se presenta una nueva estrategia para el seguimiento de trayectoria en formación líder-seguidor de un par de robots móviles diferenciales. La estrategia se basa en la consideración de un robot virtual a cuyos estados convergerá el robot seguidor, permitiendo que este mantenga una distancia y ángulo deseados detrás del robot líder, respetando de esta forma las restricciones no-holonómicas encontradas en este tipo de sistemas. La convergencia de los errores de seguimiento se muestra formalmente mediante técnicas de Lyapunov. Finalmente, la estrategia de formación es evaluada mediante simulaciones numéricas que muestran el comportamiento eficiente del sistema bajo este esquema de control.

Palabras clave: Robot móvil, formación líder-seguidor, distancias relativas, separación variable, seguimiento de trayectoria, referencia virtual.

1. INTRODUCCIÓN

Desde su aparición hasta la actualidad, los robots móviles han sido de gran interés, tanto en el mundo académico debido a las no linealidades y restricciones que sus modelos implican, así como en la vida cotidiana, pues actualmente cada vez se ocupan más, tanto para tareas domésticas como en tareas industriales (e.g. iRobot Roomba o Robots Kiva). Además de que en los últimos años se ha incrementado en gran medida el interés en el estudio de automóviles autónomos capaces de navegar en carretera sin conductor alguno (e.g. Tesla, Google o Toyota).

A veces es necesario que los vehículos viajen o se muevan en formación, hay muchos trabajos en donde se trata de dar solución a este problema, ya sea mediante técnicas de consenso (Peng et al. (2015)), técnicas de sincronización (Chung y Slotine (2009)) o utilizando técnicas basadas en el comportamiento grupal de animales o personas (Helbing et al. (2005)).

En este trabajo se aborda el problema de formación líder-seguidor de robots diferenciales, este esquema es uno de los más conocidos y estudiados, una característica importante de este esquema es que al estar sujeto a la trayectoria del líder, la formación completa se verá afectada si la trayectoria de este es perturbada, lo cual puede verse como ventaja o desventaja según sea el caso. Un uso

principal de este esquema es tratar que el robot seguidor mantenga una distancia y ángulo con respecto al robot líder, muchos investigadores han tratado este problema, por ejemplo en Cruz-Morales et al. (2016), realizan un esquema líder-seguidor en tiempo discreto con ángulo y distancia fija de separación, donde se controla un punto al frente del robot, con lo que la convergencia del ángulo de seguimiento queda subactuada; de forma similar, en Castro et al. (2009), el sistema no puede mantener cualquier ángulo y/o distancia de separación mientras realiza el seguimiento, esto es debido a que al describir la dinámica del error, no es posible compensar todas las señales producidas por los valores deseados sin violar las restricciones no-holonómicas. Es por esto que en este trabajo se propone el uso de una referencia virtual, que sea capaz de cumplir con las restricciones no-holonómicas presentes en robots diferenciales, permitiendo el seguimiento de cualquier distancia o ángulo deseados.

La implementación de modelos virtuales actuales o retrasados a los cuales converger ha sido abordado en varias ocasiones como método de seguimiento, ya sea como una copia del robot líder para trazar la misma trayectoria que este, pero retrasada en el tiempo como en Cruz-Morales et al. (2018) o creando un nuevo modelo a partir de los datos de este, para mantener cierta distancia o formación entre vehículos (Cui et al. (2010), Chao et al. (2012), Loria et al. (2016)), otra forma de ver esto es bajo el *esquema separación-rotación-orientación* o SBOS (Chen et al. (2010)) por sus siglas en inglés, este esquema hace

* Los autores agradecen al CONACYT-México, por su apoyo a través del proyecto CB-2015-01/254329.

que el robot seguidor siga al robot líder con una distancia de separación y un ángulo relativo entre robots, además de un ángulo de orientación para el seguidor, la diferencia con este esquema es que la posición del robot virtual se define únicamente con la posición del líder y del ángulo deseado, sin involucrarse el ángulo del propio líder, con lo que el ángulo del robot virtual se ve forzado a incluir la orientación de este y algún otro ángulo de postura deseada. En Gallegos-Sanlúcar et al. (2018), se presenta el uso de un esquema SBO con modos deslizantes con fines de rechazar términos no desvanecientes resultantes de analizar el sistema en los errores de seguimiento. En el presente trabajo esto se obtiene de manera natural a partir del modelo cinemático del esquema, logrando escribir el modelo libre de cualquier perturbación o términos no desvanecientes, además de que todos los estados del robot virtual que se calculan aquí tienen información implícita de la orientación del líder.

A continuación, se describe la organización del presente documento. Primero, en la Sección 2 se inicia con la descripción del robot móvil utilizado, su modelo cinemático y algunas propiedades físicas del mismo. En la Sección 3 se muestra un esquema clásico en formación líder-seguidor de robots diferenciales donde se observa claramente la deficiencia del sistema al no poder seguir al robot líder con cualquier distancia y ángulo deseados. En la Sección 4, se presenta la estrategia propuesta para la descripción y obtención de las trayectorias deseadas, así como las velocidades necesarias para resolver el problema de seguimiento de trayectoria en forma global. Posteriormente en la Sección 5 se presentan resultados de simulación numérica donde se muestra el funcionamiento de nuestro esquema de seguimiento. Finalmente se presentan de manera breve algunas conclusiones acerca de este trabajo en la Sección 6.

2. DESCRIPCIÓN DEL ROBOT MÓVIL

Se considera un robot móvil diferencial, también llamado tipo (2,0) o robot unicycle. La principal característica de este tipo de robot es que consta de dos ruedas fijas de tracción puestas sobre un eje perpendicular al eje longitudinal del vehículo. En la Figura 1 se muestran dos robots de este tipo en formación líder-seguidor.

El modelo cinemático de un robot diferencial es el que se muestra a continuación

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= v_i(t) \cos(\theta_i(t)) \\ \dot{y}_i(t) &= v_i(t) \sin(\theta_i(t)) \\ \dot{\theta}_i(t) &= \omega_i(t)\end{aligned}\quad (1)$$

donde $x_i(t)$ e $y_i(t)$ describen el movimiento sobre los ejes X e Y del plano cartesiano respectivamente, $\theta_i(t)$ describe la orientación del robot sobre el plano con respecto al eje X , $v_i(t)$ y $\omega_i(t)$ corresponden a las velocidades lineal y angular del robot respectivamente, el subíndice $i = L, F$ denota el modelo del robot líder ($i = L$) o seguidor ($i = F$), véase la Figura 1. Es fácil notar a partir del modelo

cinemático (1) que esta clase de robots diferenciales poseen la siguiente restricción no-holónica,

$$\dot{x}_i(t) \sin(\theta_i(t)) - \dot{y}_i(t) \cos(\theta_i(t)) = 0 \quad (2)$$

la cual indica físicamente que el robot no puede desplazarse lateralmente a no ser que derrape, lo cual invalidaría las condiciones de obtención de su modelo cinemático.

3. MOTIVACIÓN

Considere la formación mostrada en la Figura 1, que muestra el esquema clásico de formación líder-seguidor, donde se desea que el robot seguidor mantenga una distancia l_d de separación y un ángulo de orientación φ_d deseados, con respecto al robot líder.

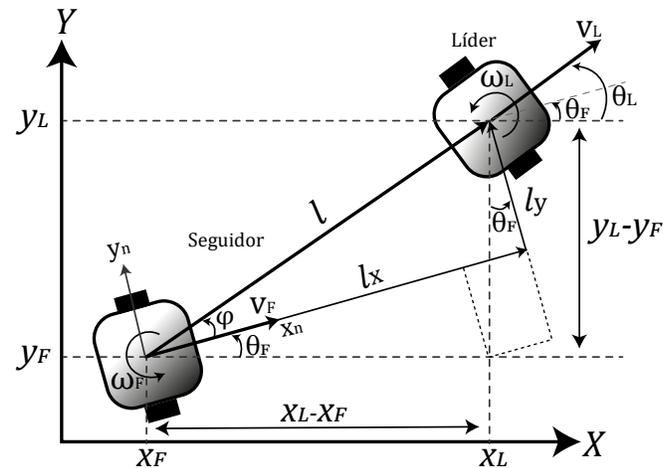


Figura 1. Formación líder-seguidor.

3.1 Estrategia de seguimiento

Observando la Figura 1, la posición relativa del robot líder respecto de los ejes (x_n, y_n) del seguidor puede escribirse como

$$\begin{aligned}l_x &= (x_L - x_F) \cos(\theta_F) + (y_L - y_F) \sin(\theta_F) \\ l_y &= -(x_L - x_F) \sin(\theta_F) + (y_L - y_F) \cos(\theta_F).\end{aligned}\quad (3)$$

Partiendo del hecho que se desea mantener una formación, es necesario que $l_x \rightarrow l_{d_x}$ y $l_y \rightarrow l_{d_y}$ donde l_{d_x} y l_{d_y} son las distancias relativas deseadas entre robots a lo largo de los ejes (x_n, y_n) ; en este esquema clásico, es usual que se desee que $\theta_F \rightarrow \theta_L$. De los requerimientos de la formación se puede definir los siguientes errores de seguimiento

$$e_{l_x} = l_x - l_{d_x}, \quad e_{l_y} = l_y - l_{d_y}, \quad e_\theta = \theta_F - \theta_L \quad (4)$$

donde l_{d_x} y l_{d_y} son descritos como

$$l_{d_x} = l_d(t) \cos(\varphi_d(t)), \quad l_{d_y} = l_d(t) \sin(\varphi_d(t)) \quad (5)$$

para una $l_d(t)$ y $\varphi_d(t)$ dados. Derivando respecto al tiempo las ecuaciones del error (4) se obtiene

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{l_x} &= -(x_L - x_F)\dot{\theta}_F \sin(\theta_F) + (\dot{x}_L - \dot{x}_F) \cos(\theta_F) \\
&\quad + (y_L - y_F)\dot{\theta}_F \cos(\theta_F) + (\dot{y}_L - \dot{y}_F) \sin(\theta_F) \\
&\quad - \dot{l}_d \cos(\varphi_d) + l_d \dot{\varphi}_d \sin(\varphi_d) \\
\dot{e}_{l_y} &= -(x_L - x_F)\dot{\theta}_F \cos(\theta_F) - (\dot{x}_L - \dot{x}_F) \sin(\theta_F) \\
&\quad - (y_L - y_F)\dot{\theta}_F \sin(\theta_F) + (\dot{y}_L - \dot{y}_F) \cos(\theta_F) \\
&\quad - \dot{l}_d \sin(\varphi_d) - l_d \dot{\varphi}_d \cos(\varphi_d) \\
\dot{e}_\theta &= \omega_F - \omega_L.
\end{aligned} \tag{6}$$

Sustituyendo la cinemática de los robots líder ($i = L$) y seguidor ($i = F$) a partir de la ecuación (1) en las ecuaciones (6), sumando y restando $l_{d_x}\omega_F$ y $l_{d_y}\omega_F$ de forma adecuada, después de algunas operaciones algebraicas es posible obtener,

$$\begin{aligned}
\dot{e}_{l_x} &= e_{l_y}\omega_F - v_F + v_L \cos(e_\theta) + \xi_1 \\
\dot{e}_{l_y} &= -e_{l_x}\omega_F - v_L \sin(e_\theta) + \xi_2 \\
\dot{e}_\theta &= \omega_F - \omega_L
\end{aligned} \tag{7}$$

donde

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= -\dot{l}_d \cos(\varphi_d) + l_d \dot{\varphi}_d \sin(\varphi_d) + l_{d_y}\omega_F \\
\xi_2 &= -\dot{l}_d \sin(\varphi_d) - l_d \dot{\varphi}_d \cos(\varphi_d) - l_{d_x}\omega_F.
\end{aligned}$$

Puede verse en (7) la existencia de términos de perturbación ξ_1, ξ_2 los cuales dependen de la posición deseada para el robot seguidor l_d, φ_d . Es importante recalcar que en este caso los valores deseados han sido elegidos sin tomar en cuenta ninguna restricción.

Una posible solución para el problema de formación descrito por la ecuación (7) está dada por

$$\begin{aligned}
v_F &= k_1 e_{l_x} + v_L \cos(e_\theta) + \xi_1 \\
\omega_F &= \omega_L + k_2 v_L \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{l_y} - k_3 e_\theta.
\end{aligned} \tag{8}$$

En este caso, la consideración de la función candidata de Lyapunov

$$V(e) = \frac{1}{2} k_2 (e_{l_x}^2 + e_{l_y}^2) + \frac{1}{2} e_\theta^2 \tag{9}$$

produce,

$$\dot{V}(e) = -k_1 k_2 e_{l_x}^2 - k_3 e_\theta^2 + k_2 e_{l_y} \xi_2 \tag{10}$$

Nótese que para obtener la estabilidad de los errores de formación es suficiente que $\xi_2 = 0$. Bajo esta condición, la estabilidad asintótica se obtiene al considerar el lema de Barbalat.

Observación 1. Nótese que $\xi_2 = 0$ solo ofrece soluciones parciales como pueden ser los casos, no todos prácticos, i) $l_d = 0$, ii) $l_d = cte, \varphi_d = cte, \omega_F = 0$, iii) $\omega_F = 0, l_d = \frac{-\dot{l}_d}{\dot{\varphi}_d} \tan(\varphi_d)$, iv) $l_d = cte, \varphi_d = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se desea que en todo momento el robot seguidor mantenga una distancia y un ángulo relativo respecto al robot líder, como se mencionó antes, esto se ha intentado anteriormente en varios trabajos, donde sólo es posible obtener una solución en ciertas condiciones específicas

de seguimiento como se mostró en el Sección 3. En esta sección se propone el uso de un robot virtual cuyos estados son calculados en tiempo real a partir de los datos proporcionados por el líder, una vez logrado esto, se realiza un seguimiento de trayectoria donde el robot seguidor converge al robot virtual.

Considérese ahora la formación mostrada en la Figura 2, donde el robot del centro es un robot virtual tipo (2,0), a una distancia dada del robot líder, este a su vez, cumple de manera natural con las restricciones no-holónicas de esta clase de sistemas. El objetivo ahora es lograr que el robot seguidor converja al robot virtual, de forma que cuando esto se logre, se estará manteniendo una distancia l_d y orientación φ_d deseadas determinadas por la posición del robot virtual.

Observación 2. Nótese que el objetivo de control plantea una distancia l_d y un ángulo φ_d deseados. Esta distancia y ángulo deseados se utilizarán para establecer la posición del robot virtual, el cual servirá como trayectoria deseada (x_d, y_d, θ_d) para el robot seguidor.

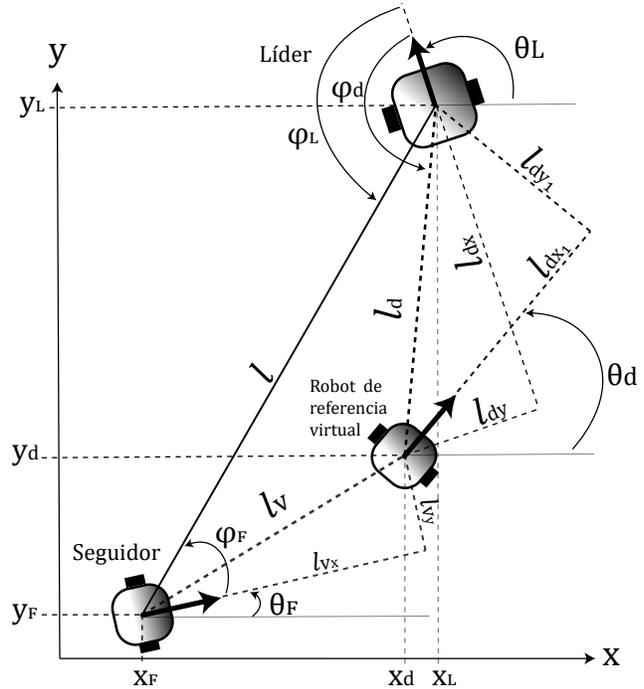


Figura 2. Formación líder-seguidor con referencia virtual.

4.1 Estrategia de seguimiento

Considere entonces el modelo del robot virtual descrito por las ecuaciones (1) con $i = d$, la posición del robot virtual respecto del líder se puede escribir como,

$$\begin{aligned}
l_{d_x} &= -(x_L - x_d) \cos(\theta_L) - (y_L - y_d) \sin(\theta_L) \\
l_{d_y} &= (x_L - x_d) \sin(\theta_L) - (y_L - y_d) \cos(\theta_L)
\end{aligned} \tag{11}$$

donde l_{d_x} y l_{d_y} son distancias conocidas y calculadas como en (5). Por simplicidad en la escritura del trabajo,

donde no exista una posible confusión se evitará escribir la dependencia con respecto al tiempo en los desarrollos. A partir de (11) es posible despejar x_d y y_d como,

$$\begin{aligned} x_d &= x_L + l_{d_x} \cos(\theta_L) - l_{d_y} \sin(\theta_L) \\ y_d &= y_L + l_{d_x} \sin(\theta_L) + l_{d_y} \cos(\theta_L). \end{aligned} \quad (12)$$

Utilizando los valores de l_{d_x} y l_{d_y} mostrados en (5), las ecuaciones anteriores toman la forma siguiente,

$$\begin{aligned} x_d &= x_L + l_d \cos(\theta_L + \varphi_d) \\ y_d &= y_L + l_d \sin(\theta_L + \varphi_d). \end{aligned} \quad (13)$$

El tercer estado del robot virtual, es decir, su orientación se puede obtener a partir de (1) con $i = d$ como,

$$\theta_d = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}_d}{\dot{x}_d} \right) \quad (14)$$

donde las derivadas de las posiciones del robot virtual se calculan de (13) como,

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= \dot{x}_L + \dot{l}_d \cos(\theta_L + \varphi_d) - l_d(\omega_L + \dot{\varphi}_d) \sin(\theta_L + \varphi_d) \\ \dot{y}_d &= \dot{y}_L + \dot{l}_d \sin(\theta_L + \varphi_d) + l_d(\omega_L + \dot{\varphi}_d) \cos(\theta_L + \varphi_d). \end{aligned} \quad (15)$$

Una vez que los estados del robot virtual están definidos, las distancias desde el robot seguidor hacia el robot virtual pueden ser escritas como,

$$\begin{aligned} l_{v_x} &= (x_d - x_F) \cos(\theta_F) + (y_d - y_F) \sin(\theta_F) \\ l_{v_y} &= -(x_d - x_F) \sin(\theta_F) + (y_d - y_F) \cos(\theta_F). \end{aligned} \quad (16)$$

Como ya se mencionó anteriormente, se desea que el robot seguidor converja al robot virtual, con lo que podemos definir los siguientes errores de seguimiento,

$$e_{l_x} = l_{v_x}, \quad e_{l_y} = l_{v_y}, \quad e_\theta = \theta_F - \theta_d. \quad (17)$$

Derivando las ecuaciones anteriores con respecto al tiempo se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{e}_{l_x} &= -(x_d - x_F) \dot{\theta}_F \sin(\theta_F) + (\dot{x}_d - \dot{x}_F) \cos(\theta_F) \\ &\quad + (y_d - y_F) \dot{\theta}_F \cos(\theta_F) + (\dot{y}_d - \dot{y}_F) \sin(\theta_F) \\ \dot{e}_{l_y} &= -(x_d - x_F) \dot{\theta}_F \cos(\theta_F) - (\dot{x}_d - \dot{x}_F) \sin(\theta_F) \\ &\quad - (y_d - y_F) \dot{\theta}_F \sin(\theta_F) + (\dot{y}_d - \dot{y}_F) \cos(\theta_F) \\ \dot{e}_\theta &= \omega_F - \omega_d. \end{aligned} \quad (18)$$

Sustituyendo la cinemática de los robots virtual ($i = d$) y seguidor ($i = F$) a partir de la ecuación (1) en la ecuación (18), después de algunas operaciones algebraicas es posible obtener,

$$\begin{aligned} \dot{e}_{l_x} &= e_{l_y} \omega_F - v_F + v_d \cos(e_\theta) \\ \dot{e}_{l_y} &= -e_{l_x} \omega_F - v_d \sin(e_\theta) \\ \dot{e}_\theta &= \omega_F - \omega_d. \end{aligned} \quad (19)$$

A partir de la representación de los errores de seguimiento obtenida en (19), es posible ahora proponer una solución al problema de formación planteado, mediante la consideración de una retroalimentación del tipo propuesta en Samson y Ait-Abderrahim (1991).

4.2 Solución del problema líder-seguidor

Con respecto al problema de formación líder-seguidor mostrado en la Figura 4, se tiene el siguiente resultado.

Lema 1. Para cualquier l_d , φ_d deseados no nulos, la retroalimentación

$$\begin{aligned} v_F &= k_1 e_{l_x} + v_d \cos(e_\theta) \\ \omega_F &= \omega_d + k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{l_y} - k_3 e_\theta \end{aligned} \quad (20)$$

con k_1 , k_2 y k_3 constantes positivas, resuelve globalmente el problema de formación líder-seguidor.

Demostración. Nótese inicialmente que v_d , ω_d consideradas en (20) y definidas en el modelo virtual pueden obtenerse a partir de los estados de (1) con $i = d$ en la forma,

$$v_d = \dot{x}_d \cos(\theta_d) + \dot{y}_d \sin(\theta_d), \quad \omega_d = \frac{\dot{y}_d \dot{x}_d - \ddot{x}_d \dot{y}_d}{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}.$$

La convergencia del robot seguidor al robot virtual se puede mostrar a partir de la convergencia de los errores de seguimiento (19) a cero. Entonces considerando el sistema en lazo cerrado (19)-(20) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{e}_{l_x} &= e_{l_y} \omega_d + k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{l_y}^2 - k_3 e_{l_y} e_\theta - k_1 e_{l_x} \\ \dot{e}_{l_y} &= -e_{l_x} \omega_d - k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{l_x} e_{l_y} + k_3 e_{l_x} e_\theta - v_d \sin(e_\theta) \\ \dot{e}_\theta &= k_2 v_d \frac{\sin(e_\theta)}{e_\theta} e_{l_y} - k_3 e_\theta \end{aligned} \quad (21)$$

considérese ahora la siguiente función candidata de Lyapunov,

$$V(e) = \frac{1}{2} k_2 (e_{l_x}^2 + e_{l_y}^2) + \frac{1}{2} e_\theta^2 \quad (22)$$

su derivada con respecto al tiempo resulta,

$$\dot{V}(e) = -k_1 k_2 e_{l_x}^2 - k_3 e_\theta^2 \leq 0 \quad (23)$$

con lo que solo es posible establecer la estabilidad del sistema. Invocando el lema de Barbalat, dada la estabilidad del sistema y el hecho que \dot{V} resulta acotada, $\dot{V}(e) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Como k_1 , k_2 , y $k_3 \in \mathbb{R}^+$, implica que e_{l_x} y e_θ también tienden a cero. A partir de (21), considerando que e_{l_x} y $e_\theta \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$ se obtiene,

$$e_{l_y} \omega_d + k_2 v_d e_{l_y}^2 \rightarrow 0, \quad k_2 v_d e_{l_y} \rightarrow 0$$

de tal forma que siempre que v_d u ω_d sean diferentes de cero, se obtendrá también la convergencia de e_{l_y} . \square

Observación 3. Nótese que v_d y ω_d sólo pueden ser nulos simultáneamente cuando el robot virtual no tiene movimiento, lo que a su vez implica que l_d , φ_d son constantes y que el robot líder se encuentra estático, lo que plantea la no existencia del problema de formación.

5. SIMULACIONES NUMÉRICAS

A continuación, se muestran algunos resultados en simulación numérica para evaluar la estrategia de formación propuesta en este trabajo.

Aunque el robot líder puede seguir cualquier trayectoria generada por entradas acotadas v_L , ω_L , para la realización del experimento se asume que el robot líder describe una

trayectoria tipo lemniscata generada por las señales de entrada

$$v_L(t) = \sqrt{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)}, \quad \omega_L(t) = \frac{\ddot{y}_r(t)\dot{x}_r(t) - \ddot{x}_r(t)\dot{y}_r(t)}{\dot{x}_r^2(t) + \dot{y}_r^2(t)} \quad (24)$$

donde $x_r(t) = a \sin(2f_w t)$, $y_r(t) = b \cos(f_w t)$, con $a = 0.8$ m, $b = 1.5$ m, $f_w = \pi/20$ rad/s.

Como se mencionó anteriormente, se desea que el robot seguidor siga al robot líder manteniendo una distancia $l_d(t)$ y ángulo $\varphi_d(t)$ deseados (constantes o variantes en el tiempo). A continuación, se muestran los valores deseados utilizados en este trabajo.

$$l_d(t) = A \sin(Bt) + C, \quad \varphi_d(t) = D \sin(2Bt) + E, \quad (25)$$

donde $A = 0.1$ m, $B = \pi/5$ rad/s, $C = 0.5$ m, $D = \pi/9$ rad, y $E = \pi$ rad.

Las condiciones iniciales de los robots son $x_L(0) = 0$ m, $y_L(0) = 1.5$ m, $\theta_L(0) = \pi$ rad para el líder y $x_F(0) = 0.5$ m, $y_F(0) = 2$ m, $\theta_F(0) = 3\pi/4$ rad para el seguidor, las ganancias del controlador utilizadas en esta simulación fueron $k_1 = k_2 = k_3 = 5$. En la Figura 3 se muestra la

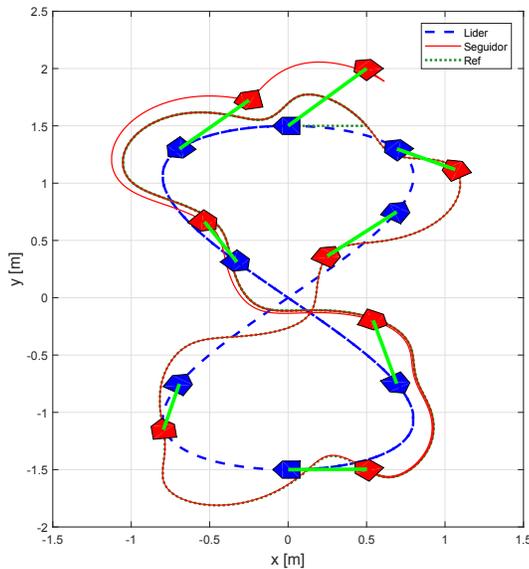


Figura 3. Trayectoria en el plano descrita por la formación líder-seguidor.

evolución en el plano $X - Y$ de las trayectorias realizadas por el robot líder, el robot seguidor y la referencia calculada para la longitud y ángulo deseados mostrados en (25). Los errores de seguimiento y su convergencia al origen se muestran en la Figura 4.

En la Figura 5 se muestran la distancia y orientación relativas (reales y deseadas) entre robots, además de la convergencia del robot seguidor al robot virtual cuando $l_v \rightarrow 0$.

Las velocidades de los robots líder, seguidor y virtual se muestran en la Figura 6.

Observación 4. Las velocidades (v_F, ω_F) calculadas por el controlador (20) tienden a las velocidades (v_d, ω_d) del robot virtual, esto debido a que se desea que el robot seguidor se acople sobre el virtual.

Por último, en la Figura 7 se muestra el comportamiento de las restricciones no-holónicas de los robots virtual y seguidor.

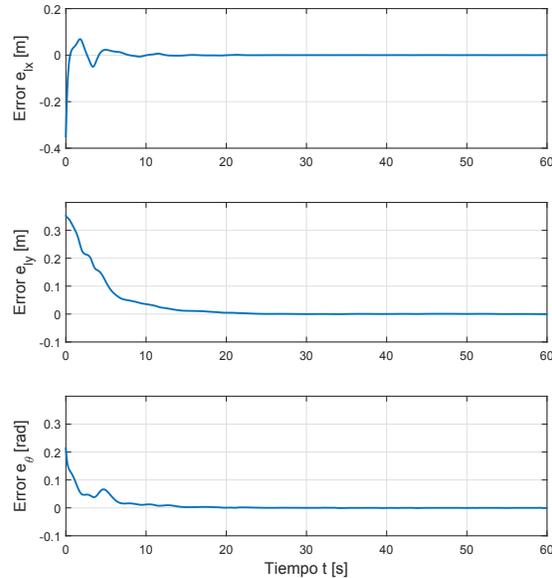


Figura 4. Errores de seguimiento para el robot seguidor.

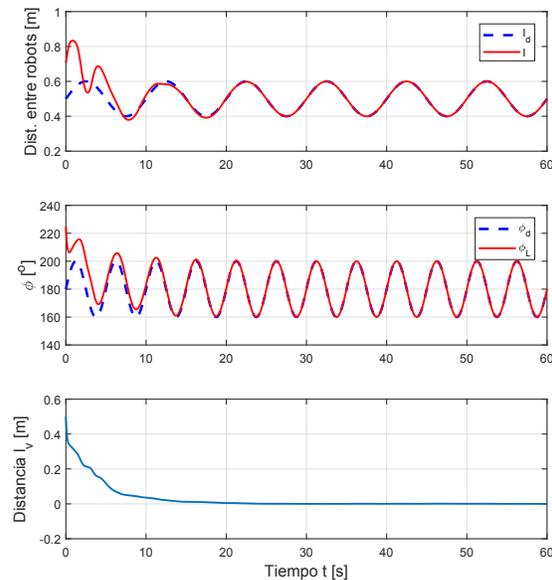


Figura 5. Distancias y ángulos relativos entre robots.

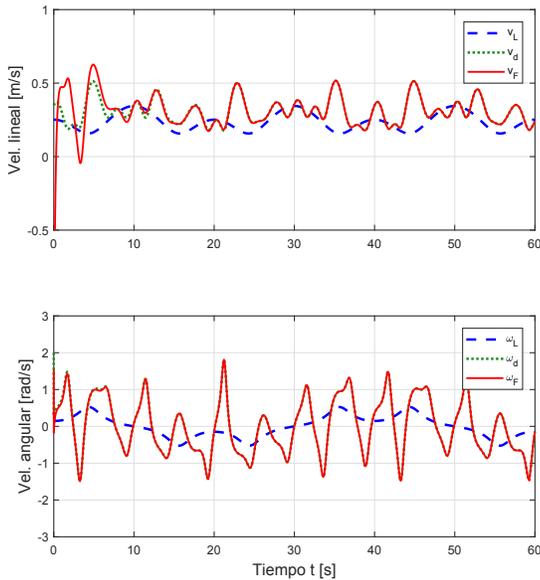


Figura 6. Velocidad lineal y angular de los robots líder, virtual y seguidor.

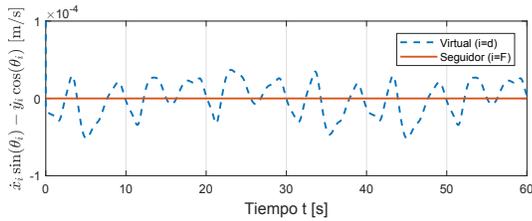


Figura 7. Comportamiento de la restricción no-holonómica para los robots virtual ($i = d$) y seguidor ($i = F$).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se abordó el problema de formación líder-seguidor para robots móviles tipo (2,0). Se propuso una técnica basada en el cálculo de las velocidades necesarias para que el robot seguidor pueda mantener tanto una distancia como un ángulo deseado respecto al líder, todo esto respetando la restricción no-holonómica asociada con los robots diferenciales. Gracias a esto, es posible generar trayectorias variables en el tiempo para el seguidor ligadas al avance del robot líder.

Se probó mediante técnicas de Lyapunov la estabilidad en lazo cerrado en términos de los errores de seguimiento, y se probó mediante simulaciones numéricas la convergencia hacia los valores deseados que con fines ilustrativos en este trabajo se tomaron variantes en el tiempo. Se debe hacer mención de la dependencia en este trabajo del conocimiento de la trayectoria y sus derivadas del robot líder para poder calcular la velocidad angular deseada ω_d sin hacer uso de la derivada sucia.

Nótese que este trabajo puede ser extendido a múltiples robots seguidores, en cadena o donde dependan sólo del líder e incluso lograr algún tipo de formación variante en el tiempo entre robots. Es importante mencionar que se deberá generar un robot virtual por cada robot seguidor en la formación.

REFERENCIAS

- Castro, R., Álvarez, J., y Martínez, J. (2009). Robot formation control using backstepping and sliding mode techniques. *6th Int. Conf. on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*.
- Chao, Z., Zhou, S.L., Ming, L., y Zhang, W.G. (2012). Uav formation flight based on nonlinear model predictive control. *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2012, 15 pages.
- Chen, J., Sun, D., Yang, J., y Chen, H. (2010). Leader-follower formation control of multiple non-holonomic mobile robots incorporating a receding-horizon scheme. *The International Journal of Robotics Research*.
- Chung, S.J. y Slotine, J.J.E. (2009). Cooperative robot control and concurrent synchronization of lagrangian systems. *IEEE Transactions on Robotics*, 25, 3, 686–700.
- Cruz-Morales, R.D., Velasco-Villa, M., Castro-Linares, R., y Palacios-Hernandez, E.R. (2016). Leader-follower formation for nonholonomic mobile robots: Discrete-time approach. *The International Journal of Advanced Robotic Systems*.
- Cruz-Morales, R.D., Velasco-Villa, M., y Rodriguez-Angeles, A. (2018). Chain formation control for a platoon of robots using time-gap separation. *The International Journal of Advanced Robotic Systems*.
- Cui, R., Ge, S., How, B.V.E., y Choo, Y.S. (2010). Leader-follower formation control of underactuated autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering*, 37, 1491–1502.
- Gallegos-Sanlucar, J.D., Castro-Linares, R., y Velasco-Villa, M. (2018). Control de formación líder-seguidor robusto de un conjunto de robots móviles diferenciales. *Mem. del XX Congreso Mexicano de Robótica, Ensenada, Baja Cal., México*, 67–72.
- Helbing, D., Buzna, L., Johansson, A., y Werner, T. (2005). Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations, and design solutions. *Transportation Science*, 39, 1, 1–24.
- Loria, A., Dasdemir, J., y Jarquin, N.A. (2016). Leader-follower formation and tracking control of mobile robots along straight paths. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24, 727–732.
- Peng, Z., Wen, G., Rahmani, A., y Yu, Y. (2015). Distributed consensus-based formation control for multiple nonholonomic mobile robots with a specified reference trajectory. *International Journal of Systems Science*, 46, 8, 1447–1457.
- Samson, C. y Ait-Abderrahim, K. (1991). Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in cartesian space. *Proc. 1991 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Sacramento, CA*, 1139–1141.