

Controlador de orden fraccionario PI aplicado a convertidor CD-CD tipo elevador

A.-J. Guel-Cortez ^{*,**} Homero Miranda-Vidales ^{*}
César Méndez-Barrios ^{*} Diego Langarica-Córdoba ^{***}

^{*} Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ingeniería.

^{**} Autor Correspondiente: (e-mail: adrianjguelc@gmail.com)

^{***} Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ciencias.

Resumen: En el presente trabajo se detalla el diseño de controladores de tipo PI estabilizantes a convertidores de potencia de corriente directa a corriente directa tipo elevador en modo corriente. El análisis es acompañado de simulaciones que comprueban la utilidad en la técnica de diseño. Finalmente, se muestran una serie de simulaciones y se discute el trabajo a futuro puntualizando los problemas que han quedado abiertos.

Palabras Clave: Electrónica de Potencia, Controladores de orden fraccionario, Control de sistemas de potencia

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de que el estudio de los sistemas lineales es considerado como *maduro*, hoy en día el empleo de herramientas matemáticas tales como el *Cálculo Fraccionario* para el modelado y control de sistemas dinámicos ha permitido la generación de nuevos enfoques para este tipo de sistemas (por ejemplo, ver Caponetto (2010); Hamamci (2008); Hollkamp et al. (2018); Monje et al. (2010); Guel-Cortez (2018)). Las derivadas e integrales de orden no entero han comprobado ser útiles en el modelado de sistemas con ciertas geometrías (Mayes and Sen, 2011; Sen et al., 2018). También, el uso de estos operadores ha permitido generar extensiones a técnicas de control clásico y moderno (Valério and da Costa, 2013; Dulău et al., 2017). Entre estos controladores se encuentran los tipo *PID* cuya versión fraccionaria fue propuesta por primera vez en Podlubny (1994). Los controladores de bajo orden como los *PID* son conocidos por la facilidad de su implementación y la sencillez en su diseño; pero, una de las grandes dificultades en estos controladores subyace en el diseño de la ganancia derivativa, esto debido a que la implementación de la derivada puede ocasionar enormes aumentos de amplitud en el error gracias al ruido que comúnmente existe en las mediciones (Aström and Hägglund, 2001; O'Dwyer, 2009). Sin embargo, los controladores fraccionarios de tipo PD^μ muestran características de desempeño ante el ruido muy convenientes. Como se muestra en Guel-Cortez et al. (2018, 2019), la derivada de orden fraccionario no amplifica el ruido de la señal de error en la misma magnitud que la derivada clásica, lo cual podría ser de ventaja para múltiples aplicaciones. Adicionalmente, se dice que el operador integral o derivativo de orden fraccionario posee las características de auto-similitud, estocacidad, no-localidad y herencia (para mas detalles, ver Uchaikin (2013)).

A pesar de estas características, el análisis de las bondades experimentales y la mejora en su implementación necesita ser más estudiada. Por ejemplo, es conocido que la parte integral de un controlador clásico tipo *PID* elimina el error en estado estacionario, pero no se conocen las ventajas de la parte integral fraccionaria.

Una posible aplicación de este tipo de controladores podría encontrarse en los convertidores de potencia. Estos son comúnmente utilizados en equipo con requerimientos como: fuentes de alimentación de alta eficiencia, pequeño tamaño, buena regulación a la salida y respuesta transitoria rápida. Para el control de estos dispositivos existen dos técnicas ampliamente utilizadas: el control en modo voltaje y el control en modo corriente. El presente trabajo propone la realización del control de un convertidor tipo Boost utilizando una técnica en modo corriente. El control en modo corriente (CMC) contiene dos lazos de control anidados. El lazo de control externo mide la salida de voltaje y el lazo interno mide la corriente fluyendo a través del inductor. Las ventajas de este tipo de control sobre el control en modo voltaje son: el interruptor se desactiva cuando la corriente del inductor alcanza un nivel de umbral y, por lo tanto, no hay sobrecarga de corriente a través del convertidor; varios convertidores de conmutación pueden operar en paralelo sin un problema de carga compartida, ya que todos los convertidores de conmutación cuentan con la misma señal PWM del circuito de control; por lo tanto, todos llevan la misma corriente y la acción de retroalimentación de la corriente del inductor mejora en gran medida el rendimiento dinámico de todo el circuito cerrado (Langarica-Cordoba et al., 2016).

En el presente trabajo se desarrolla el diseño de un control de orden fraccionario de tipo *PI* utilizando la metodología de curvas de departición basado en Gryazina et al. (2008) y

* El presente trabajo no fue financiado por ninguna institución.

desarrollado para el caso de sistemas de orden fraccionario o entero con retardo en Guel-Cortez et al. (2019). La técnica de control es utilizada con el afán de describir las ventajas de utilizar este tipo de controladores en sistemas electrónicos de potencia. Adicionalmente, la metodología de diseño de control y el esquema utilizado en este trabajo es distinta a la de algunos trabajos presentados con anterioridad (por ejemplo, ver Tehrani et al. (2010); Rasoanarivo et al. (2012); Sivaraj and Arounassalame (2018); Karanjkar et al. (2013)). Debido a que el método utilizado es de tipo geométrico, la selección de las ganancias del controlador es relativamente sencilla. Además, el uso de las regiones de estabilidad para el diseño de controladores permite definir la fragilidad de los controladores como una medición de robustez para los controladores (Guel-Cortez et al., 2019). Finalmente, se muestra el uso del controlador diseñado en la aplicación del control en modo corriente del convertidor de corriente directa tipo elevador, comprobando la utilidad de la metodología de diseño y el controlador propuesto por medio de simulaciones.

A lo largo del presente trabajo la siguiente notación es utilizada: \mathbb{C} es el conjunto de los números complejos, $i := \sqrt{-1}$, todos los puntos en el plano complejo cuya parte real es positiva serán llamados semi-plano derecho (SPD), mientras que todos los puntos cuya parte real es negativa serán llamados semi-plano izquierdo (SPI). Además, para $z \in \mathbb{C}$, \bar{z} , $\arg z$, $\Re(z)$ y $\Im(z)$ definen el complejo conjugado, argumento principal (es decir, $\arg z \in (-\pi, \pi]$), y la parte real e imaginaria de z respectivamente. \mathbb{R} (\mathbb{R}_+ y \mathbb{R}_-) denotan el conjunto de los números reales (estrictamente positivos, estrictamente negativos) y \mathbb{N} y \mathbb{Q} denotan el conjunto de los números naturales y racionales respectivamente. Para $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{C}^n$, el producto escalar es definido por $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{y}^T \mathbf{x}$, donde \mathbf{y}^T es el transpuesto complejo conjugado de \mathbf{y} .

2. ANTECEDENTES

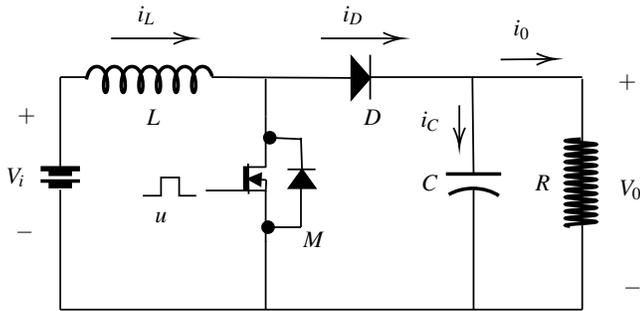


Fig. 1. Topología convencional del convertidor Boost

El convertidor de corriente directa a corriente directa mostrado en la Fig. 1, comunmente conocido como convertidor Boost, tiene una fuente de voltaje V_i , conectada en serie con un inductor L , un interruptor M (MosFET o IGBT), un diodo D , un capacitor de salida C y la carga R . La principal característica de este convertidor es que en su estado estacionario el voltaje promedio de salida V_0 es mayor que el voltaje de la fuente de entrada V_i .

El modelo no lineal promedio aplicando leyes de Kirchhoff cuando M está apagado y encendido esta dado por:

$$\dot{I}_L = \frac{1}{L} [-(1-u)V_o + V_i], \quad (1)$$

$$\dot{V}_o = \frac{1}{C} \left[-(1-u)I_L + \frac{V_o}{R} \right]. \quad (2)$$

Tomando que:

$$I_L = \bar{I}_L + \tilde{I}_L, \quad (3)$$

$$V_o = \bar{V}_o + \tilde{v}_o, \quad (4)$$

$$u = \bar{u} + \tilde{u}, \quad (5)$$

el modelo lineal de pequeña señal es descrito por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{I}}_L \\ \dot{\tilde{v}}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-\bar{u}}{L} \\ \frac{(1-\bar{u})}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_L \\ \tilde{v}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\bar{V}_o}{L} \\ -\frac{\bar{I}_L}{C} \end{bmatrix} \tilde{u}. \quad (6)$$

Las funciones de transferencia de (6) pueden expresarse como:

$$G_1(s) = \frac{\tilde{I}_L(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{\bar{V}_o}{R(1-\bar{u})^2} \frac{RCs + 2}{\frac{LC}{(1-\bar{u})^2}s^2 + \frac{L}{R(1-\bar{u})^2}s + 1}, \quad (7)$$

$$G_2(s) = \frac{\tilde{v}_o(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{\bar{V}_o}{(1-\bar{u})} \frac{1 - \frac{L}{R(1-\bar{u})^2}s}{\frac{LC}{(1-\bar{u})^2}s^2 + \frac{L}{R(1-\bar{u})^2}s + 1}. \quad (8)$$

3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Considere el controlador de orden fraccionario de tipo PI dado por:

$$C(s) = k_p + k_i s^\lambda, \quad (9)$$

donde $\lambda \in [-1, 0)$. Es nuestro objetivo resolver el siguiente problema:

Problema 1. Diseñar un controlador estabilizador de orden fraccionario del tipo PI para regular el voltaje de salida de un convertidor elevador de CD-CD en modo corriente.

La Fig. 2 muestra el esquema de control en modo corriente, en la figura PI_λ está dado por (9), N es la ganancia del sensor de corriente y H es la ganancia del sensor de voltaje. Ya que el lazo externo permite la generación de la corriente de referencia está se controlará por medio de un controlador clásico tipo PI . Tomando en cuenta la siguiente ecuación de diseño para la ganancia proporcional de dicho controlador:

$$k_p < \frac{10N(1-\bar{u})}{H\bar{V}_o} \quad (10)$$

En un trabajo a futuro se planteará que el controlador del lazo externo sea también de tipo fraccionario lo que permitiría analizar las ventajas en la generación de la corriente de referencia por medio de este tipo de controladores. Por ahora este trabajo se enfocará en el diseño del controlador de tipo fraccionario para el lazo de control interno de la Fig. 2, es decir el controlador de corriente.

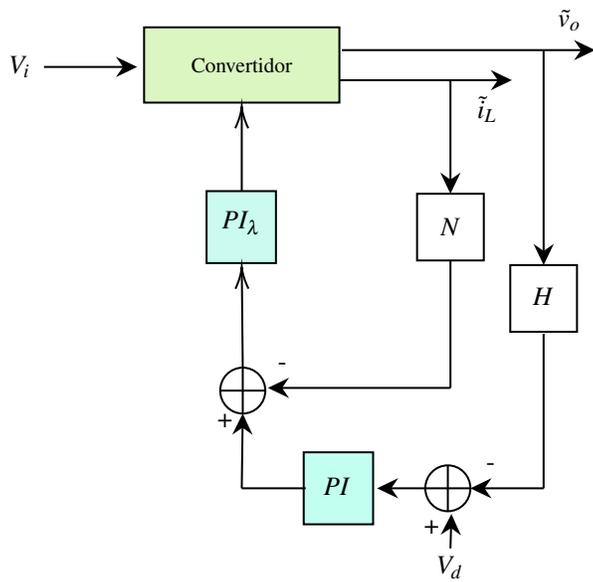


Fig. 2. Diagrama de control modo corriente.

4. ANÁLISIS DEL CONTROLADOR

4.1 Regiones de estabilidad

La ecuación característica en lazo cerrado para el control de corriente está dada por:

$$\delta(s) := R \left(Cs \left(N(s)\bar{V}_o \left(k_p + k_i s^\lambda \right) + Ls \right) + (\bar{u} - 1)^2 \right) + 2N(s)\bar{V}_o \left(k_p + k_i s^\lambda \right) + Ls, \quad (11)$$

Teniendo esta ecuación característica es posible encontrar las regiones de estabilidad en el espacio de parámetros (k_p, k_i) tomando un valor fijo λ en el controlador (9). Para nuestro objetivo es necesario recordar las siguientes definiciones:

Definición 1. (Conjunto de frecuencias de cruce). El conjunto de las frecuencias de cruce $\Omega \subset \mathbb{R}$ es el conjunto de toda ω , tal que, existe al menos un par (k_p, k_i) para el cual

$$\delta(i\omega) = 0. \quad (12)$$

Definición 2. (Fronteras de estabilidad). Las fronteras de estabilidad \mathcal{F} es el conjunto de todos los parámetros $(k_p, k_i) \in \mathbb{R}^2$ para los cuales existe al menos un $\omega \in \Omega$, tal que $\delta(i\omega) = 0$. Además, cualquier punto $\mathbf{k} \in \mathcal{F}$ es conocido como: punto de cruce.

4.2 Caracterización de las fronteras de estabilidad

Fronteras de estabilidad complejas (FSC)

Proposición 1. Sea $\omega \in \mathbb{R}_+$, entonces ω es una frecuencia de cruce si y sólo si $\mathbf{k}(\omega) := [k_p(\omega), k_i(\omega)]^T$, donde

$$k_p(\omega) = \frac{\omega \cot(\lambda \arg(i\omega)) (L(C^2 R^2 \omega^2 + 2) - CR^2(\bar{u} - 1)^2) + CLR\omega^2 - 2R(\bar{u} - 1)^2}{N(i\omega)\bar{V}_o(C^2 R^2 \omega^2 + 4)},$$

$$k_i(\omega) = \frac{\omega(\omega^2)^{-\frac{\lambda}{2}} \csc(\lambda \arg(i\omega)) (CR^2(\bar{u} - 1)^2 - L(C^2 R^2 \omega^2 + 2))}{N(i\omega)\bar{V}_o(C^2 R^2 \omega^2 + 4)}. \quad (13)$$

Fronteras de estabilidad reales (FSR)

Proposición 2. El cruce a través del origen de el plano complejo está dado por \mathbf{k}_0 el cual es definido como:

$$\mathbf{k}_0 := \begin{bmatrix} \frac{-R(\bar{u} - 1)^2}{2N(0)\bar{V}_o} \\ k_i \end{bmatrix}, \quad (14)$$

con $k_i \in \mathbb{R}$.

Remark 1. La proposición 1 considera únicamente las frecuencias positivas. Esto es debido a que es posible probar que

$$\delta(-i\omega) = \overline{\delta(i\omega)}. \quad (15)$$

Vea Guel-Cortez et al. (2019) para más detalles.

4.3 Direcciones de cruce

Gracias a los resultados anteriores nos es posible determinar los valores para el par (k_p, k_i) en los cuales existe una solución sobre la frontera de estabilidad. Ahora, para determinar con exactitud las regiones rodeadas por las fronteras descritas en las Proposiciones 1 y 2 que llamaremos *regiones de estabilidad*, es necesario conocer la dirección de cruce de las raíces del polinomio característico (11). Para ello se utiliza un resultado que de manera analítica nos permite hacer un conteo del movimiento de las raíces del SPI al SPD. Así, el siguiente resultado será de utilidad:

Proposición 3. Una simple raíz, o un par de raíces del polinomio característico (11) se mueve del SPI al SPD cuando \mathbf{k} cruza una frontera de estabilidad con $\omega \neq 0$, en la dirección creciente de k_q con $q \in \{p, i\}$, si:

$$S_q = \Re[\mathcal{S}_q(i\omega)] > 0, \quad (16)$$

con

$$\mathcal{S}_q(s) := -\frac{\frac{\partial \delta(s)}{\partial k_q}}{\frac{\partial \delta(s)}{\partial s}}. \quad (17)$$

Prueba 1. La prueba sigue de manera directa del uso del teorema de la función implícita para encontrar la derivación de la función $s(k_q)$ a lo largo de k_q , esto es:

$$\frac{ds}{dk_q} = -\frac{\frac{\partial \delta(s)}{\partial k_q}}{\frac{\partial \delta(s)}{\partial s}}. \quad (18)$$

La parte real de (18) es suficiente para conocer la dirección de cruce de las raíces del polinomio característico (11) a través de la frontera de estabilidad (Guel-Cortez et al., 2018), esta condición permite escribir el resultado presentado ■

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para el análisis de resultados numéricos se ha diseñado el convertidor Boost con las siguientes especificaciones:

$$V_i = 24\text{V}, \quad \bar{V}_o = 48\text{V},$$

$$f = 25\text{kHz}, \quad \bar{u} = 0.5,$$

$$\Delta V_o = 0.48\text{V}, \quad \Delta I_L = 41.6\text{mA}.$$

Teniendo así los parámetros $L = 11.52\text{mH}$, $C = 86.80555\mu\text{F}$ y $R = 23.04\Omega$. Además, tomemos $H(s) = N(s) = 1$ para nuestro análisis.

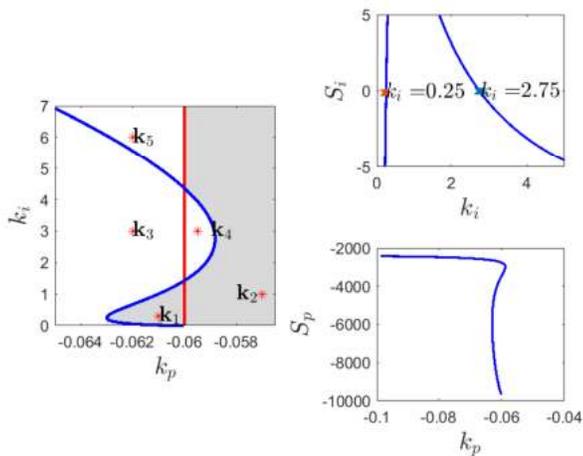


Fig. 3. Region de estabilidad y gráficas de cambio de signo S_p y S_i con $\lambda = -0.6$. La linea azul representa la FSC y la linea roja la FSR.

5.1 Respuesta del lazo de control de corriente

Considere el lazo interno de corriente con un controlador con $\lambda = -0.6$, es decir, un controlador del tipo $k_p + k_i s^\lambda$ (proporcional-integrador fraccional). Utilizando las Proposiciones 2, 1 y 3 se ha encontrado que la region de estabilidad del sistema para este lazo de control es tal como se describe en la Fig. 3. En esta figura la región de estabilidad se encuentra sombreada con color gris. Recordemos que esta metodología nos permite conocer las ganancias que permiten que el sistema en lazo cerrado sea estable, las ganancias que presentan mejores desempeños se tendrían que encontrar utilizando algún método de búsqueda extra. Además, la Fig. 3 muestra los gráficos de cambio de signo obtenidos del uso de la Proposición 3. En el gráfico de S_i contra k_i se muestran los puntos k_i en los que el signo tiene valor igual a cero. Esto permite visualizar como en la dirección de k_i a través de la FSC las raíces cruzan del SPI al SPD para identificar la región estable. Como se muestra en la Fig. 3 y 4 sólo las ganancias tomadas de la región de estabilidad muestran comportamientos deseados. La implementación de la integral de orden fraccional se realizó con ayuda del Toolbox *FOMCON* (Tepljakov et al., 2011).

El lazo externo de control permite generar la referencia de corriente, así se eligió una ganancia proporcional que cumple con la condición mostrada en la ecuación (10). El circuito fue construido en el software de *MATLAB-SIMULINK*® con ayuda del Toolbox de *SIMSCAPE* (ver Fig. 9). Los resultados se muestran en las Figs. 6, 7 y 8. Los controladores utilizados fueron el controlador de corriente fraccional $C_1(s) = 3 + 3s^{-0.6}$ y el controlador del lazo externo $C_2(s) = -0.0001 + 3s^{-1}$ y las simulaciones son generadas considerando un cambio en la carga del doble de la nominal cada 1.25 segundos. Las ganancias de ambos controladores han sido elegidas para satisfacer la estabilidad del sistema. Por tanto, el desempeño no es necesariamente óptimo.

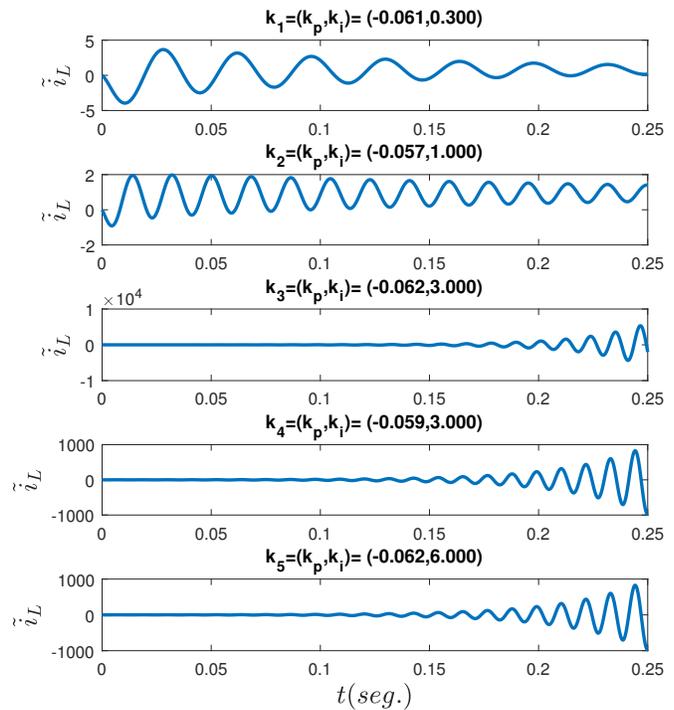


Fig. 4. Respuesta en lazo cerrado del la función de transferencia $G_1(s)$ descrita en (7) ante las diversas ganancias de control k_1 a k_5 tomadas de la Fig. 3. Como se muestra $k_1 = (-0.061, 0.3)$ y $k_2 = (-0.057, 1)$ se localizan dentro de la region estable y son las únicas que convergen.

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha presentado una metodología de diseño para controladores del tipo *PI* fraccionarios para un convertidor del tipo elevador de corriente directa a corriente directa. El resultado muestra que el controlador en simulación es funcional. Las ganancias del controlador se eligieron de manera que estabilizaran el sistema pero no para obtener un desempeño deseado. En trabajos teóricos posteriores se plantea estudiar métodos para el diseño de estos controladores que cumpla con algún criterio de desempeño. El empleo del controlador de tipo fraccional implica muchas complicaciones del tipo práctico, la implementación de las derivadas de orden no entero implica el uso de aproximaciones. Por lo tanto la realización de los operadores fraccionarios de manera práctica es todavía un tema que requiere amplio estudio. Así, el presente trabajo busca como siguiente parte la implementación y el análisis del desempeño práctico de este tipo de controladores. Adicionalmente, es de nuestro interés probar en nuestro trabajo a futuro la utilización de un controlador fraccional para la generación de la corriente de referencia. Al utilizar un controlador de orden fraccional en el lazo externo nos enfrentaremos a la problemática de su diseño, ya que implicaría que este fuese diseñado para una planta de orden fraccional creada artificialmente a partir del lazo de control de corriente.

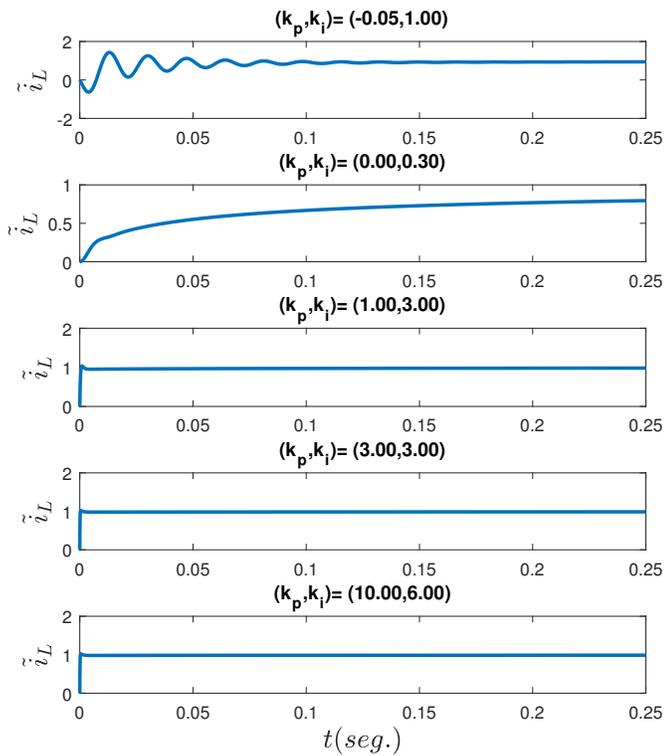


Fig. 5. Respuesta del lazo de control de corriente ante diferentes ganancias de la región de estabilidad mostrada en la Fig. 3.

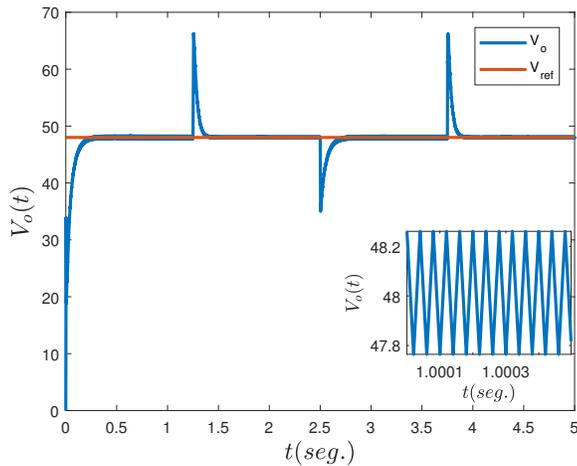


Fig. 6. Respuesta del voltaje de salida acompañados de su referencias. La gráfica pequeña muestra una ampliación de $V_o(t)$ que permite ver que ΔV_o es como se había especificado.

REFERENCES

Aström, K. and Hägglund, T. (2001). The future of pid control. *Chemical Engineering Progress.*, 9(11), 1163–1175.
 Caponetto, R. (2010). *Fractional Order Systems: Modeling and Control Applications*. World Scientific Series on Non-

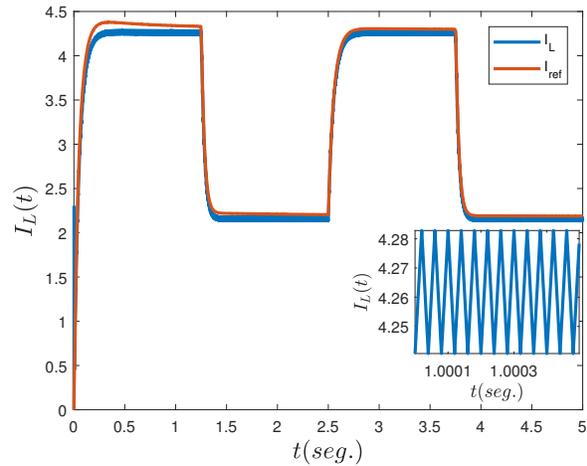


Fig. 7. Respuesta de la corriente en el inductor acompañados de su referencias. La gráfica pequeña muestra una ampliación de $I_L(t)$ que permite ver que ΔI_L es como se había especificado.

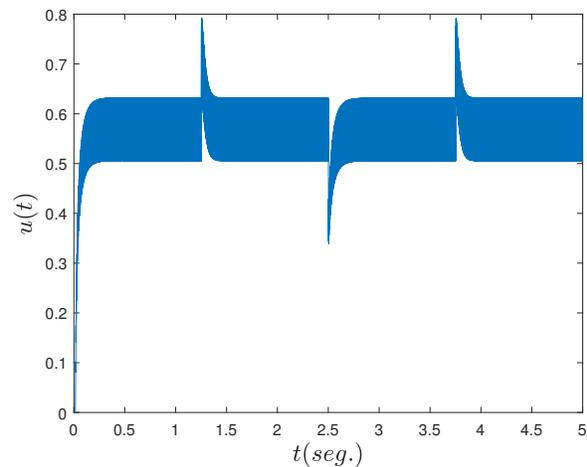


Fig. 8. Respuesta de la señal de control $u(t)$ en lazo cerrado.

linear Science: Series A. World Scientific.
 Dulău, M., Gligor, A., and Dulău, T.M. (2017). Fractional order controllers versus integer order controllers. *Procedia Engineering*, 181(Supplement C), 538–545. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.431>. 10th International Conference Interdisciplinarity in Engineering, INTER-ENG 2016, 6-7 October 2016, Tirgu Mures, Romania.
 Grazyzina, E.N., Polyak, B.T., and Tremba, A.A. (2008). D-decomposition technique state-of-the-art. *Automation and Remote Control*, 69(12), 1991–2026.
 Guel-Cortez, A.J. (2018). *Modeling and control of fractional order systems. The linear systems case*. Master's thesis, Centro de investigación y estudios de postgrado, UASLP.
 Guel-Cortez, A.J., Méndez-Barrios, C., Ramírez, V., Romero, J.G., González-Galván, E., and Kado-Mercado, J. (2018).

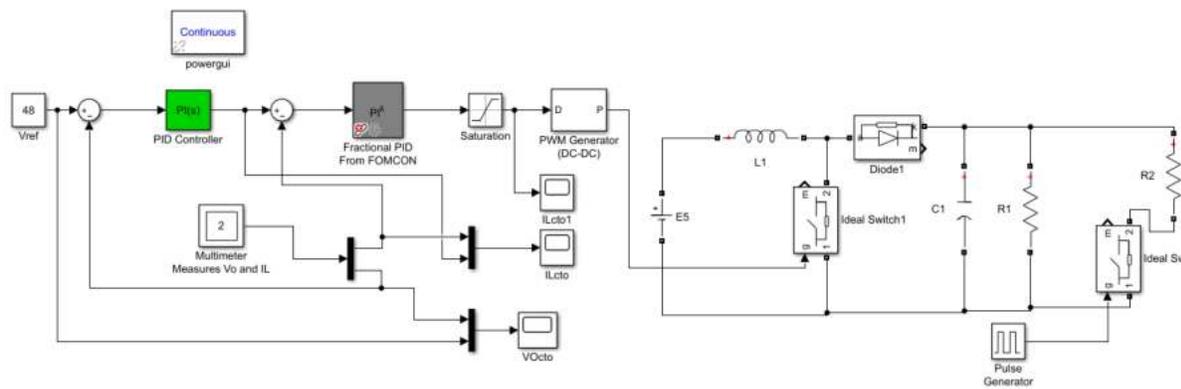


Fig. 9. Diagrama de la simulación en *MATLAB-SIMULINK*[®] con ayuda del Toolbox de *SIMSCAPE* y *FOMCON*

Fractional—PD controllers design for lti-systems with time-delay. a geometric approach. In *2018 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, 446–451. doi:10.1109/CoDIT.2018.8394881.

Guel-Cortez, A.J., Méndez-Barrios, C.F., González-Galván, E.J., Mejía-Rodríguez, G., and Félix, L. (2019). Geometrical design of fractional PD^μ controllers for linear time-invariant fractional-order systems with time delay. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*. doi:10.1177/0959651818823450. URL <https://doi.org/10.1177/0959651818823450>.

Hamamci, S.E. (2008). Stabilization using fractional-order pi and pid controllers. *Nonlinear Dynamics*, 51(1), 329–343. doi:10.1007/s11071-007-9214-5. URL <https://doi.org/10.1007/s11071-007-9214-5>.

Hollkamp, J.P., Sen, M., and Semperlotti, F. (2018). Model-order reduction of lumped parameter systems via fractional calculus. *Journal of Sound and Vibration*, 419, 526–543.

Karanjkar, D.S., Chatterji, S., Shimi, S.L., and Kumar, A. (2013). Performance analysis of integer and fractional order current mode control strategies applied to boost power converter. In *2013 International Conference on Advances in Technology and Engineering (ICATE)*, 1–6. doi: 10.1109/ICAdTE.2013.6524714.

Langarica-Cordoba, D., Leyva-Ramos, J., Diaz-Saldierna, L.H., and Ramirez-Rivera, V.M. (2016). Non-linear current-mode control for boost power converters: a dynamic backstepping approach. *IET Control Theory and Applications*.

Mayes, J. and Sen, M. (2011). Approximation of potential-driven flow dynamics in large-scale self-similar tree networks. *Proceedings of the royal society a mathematical, physical and engineering sciences*, 467(2134), 2810–2824.

Monje, C., Chen, Y., Vinagre, B., Xue, D., and Feliu-Batlle, V. (2010). *Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. Advances in Industrial Control. Springer London.

O'Dwyer, A. (2009). Handbook of pi and pid controller tuning rules (3rd ed.). *Londond: Imperial College Press (ICP)*.

Podlubny, I. (1994). Fractional-order systems and fractional-order controllers. *Slovak Academy of Science, Institute of Experimental Physics, UEF 03-94, Kosice*, 1–18.

Rasoanarivo, I., Brechet, S., Battiston, A., and Nahid-Mobarakeh, B. (2012). Behavioral analysis of a boost converter with high performance source filter and a fractional-order pid controller. In *2012 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 1–6. doi:10.1109/IAS.2012.6374037.

Sen, M., Hollkamp, J.P., Semperlotti, F., and Goodwine, B. (2018). Implicit and fractional-derivative operators in infinite networks of integer-order components. *Chaos, Solitons & Fractals*, 114, 186–192.

Sivaraj, D. and Arounassalame, M. (2018). Fractional order pi controller for high gain boost converter. In *2018 International Conference on Recent Trends in Electrical, Control and Communication (RTECC)*, 281–286. doi: 10.1109/RTECC.2018.8625690.

Tehrani, K.A., Amirahmadi, A., Rafiei, S.M.R., Griva, G., Barrandon, L., Hamzaoui, M., Rasoanarivo, I., and Sargos, F.M. (2010). Design of fractional order pid controller for boost converter based on multi-objective optimization. In *Proceedings of 14th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC 2010*, T3–179–T3–185. doi:10.1109/EPEPEMC.2010.5606514.

Tepljakov, A., Petlenkov, E., and Belikov, J. (2011). Fomcon: Fractional-order modeling and control toolbox for matlab. In *18th Int. Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES) Conference*, 684–689.

Uchaikin, V. (2013). *Fractional Derivatives for Physicists and Engineers: Volume I Background and Theory Volume II Applications*. Nonlinear Physical Science. Springer Berlin Heidelberg.

Valério, D. and da Costa, J.S. (2013). *An Introduction to Fractional Control*. Control, Robotics and Sensors Series. Institution of Engineering and Technology.