

Modelo matemático para la digestión anaerobia de residuos sólidos orgánicos

Oscar A. Jacobo * Ulises E. Jimenez *Alejandro Vargas *

* Universidad Nacional Autonoma de México (UNAM), Blvd. Juriquilla 3001, 76230, Querétaro, Qro., México. {OJacoboP, AVargasC}@iingen.unam.mx).

Resumen: Se propone un modelo que predice el comportamiento de la producción de biogás durante la digestión anaerobia de la fracción orgánica de residuos sólidos urbanos. El modelo es una combinación de un modelo simplificado para procesos anaerobios en el tratamiento de aguas residuales y el modelo usual para el crecimiento de microalgas en lote. Se emplean las ideas del segundo para mejorar las capacidades de predicción del volumen acumulado de biogás en un sistema de lote secuencial, SBR (Sequencing Batch Reactor). Se comparan los resultados de simulación numérica con los datos obtenidos de un reactor experimental de escala laboratorio y el modelo propuesto es capaz de reproducir el fenómeno observado de tiempos de latencia, además de ajustarse muy bien a la curva experimental.

Keywords: Modelado matemático, digestión anaerobia, residuos sólidos orgánicos.

1. INTRODUCCIÓN

En México se generan alrededor de 44 millones de toneladas al año de residuos sólidos urbanos (RSU), de los cuales el 52 % corresponde a la fracción orgánica de residuos sólidos urbanos (FORSU), 36 % son potenciales reciclables y apenas 12 % es no aprovechable. Desafortunadamente el 90 % de los RSU terminan en tiradero a cielo abierto (Jiménez, 2015). La fracción orgánica de estos residuos podría ser aprovechable porque es factible realizar una degradación controlada por microorganismos, con la consecuente producción de biogás, compuesto principalmente por metano (CH₄) y dióxido de carbono (CO₂). En el proceso de digestión anaerobia (DA), un consorcio complejo de microorganismos degrada la materia orgánica por medio de una serie de reacciones bioquímicas interconectadas. El biogás puede emplearse como combustible en sistemas de ciclo combinado para producción de energía o purificado para ser inyectado a líneas de gas natural (Batstone, 2006).

Usualmente la DA para FORSU se hace en procesos en lote secuencial o SBR, también llamado proceso semicontinuo. En estos casos, se inicia con un volumen inicial en un tanque cerrado y se adiciona la FORSU (casi siempre diluida); entonces se espera un tiempo de reacción, procurando mantener una agitación adecuada para favorecer las reacciones bioquímicas. Durante este tiempo se producen metabolitos y finalmente el biogás, que se colecta y cuantifica. Cuando se ha agotado el sustrato y no se produce una cantidad significativa adicional de biogás, se procede a una sedimentación y decantación, para posteriormente comenzar el ciclo nuevamente. En

cada ciclo se intercambia un cierto porcentaje del volumen total del biorreactor.

Con el fin de aumentar la productividad de biogás a pesar de la complejidad y variabilidad de la FORSU, sería conveniente tomar decisiones como la duración del tiempo de reacción o el volumen de intercambio con base en mediciones soportadas en un modelo matemático. Sin embargo, son pocos los modelos que describen la dinámica del proceso de DA de FORSU en reactores en lote.

El modelo más común para describir este proceso es el de Gompertz, que es un modelo descriptivo que ajusta los datos experimentales de la curva de volumen acumulado de metano. Sin embargo, carece de significado físico desde el punto de vista dinámico y tan solo resume un conjunto de datos en unos cuantos parámetros, a saber: el tiempo de latencia, la tasa máxima de producción y el volumen máximo a alcanzar. Esto permite comparar curvas experimentales de producción de biogás, pero no permite predecir ni dilucidar fenómenos que suceden durante el proceso.

El modelo comúnmente empleado para describir detalladamente el proceso de DA es el modelo ADM1 (Batstone et al., 2002). Es un modelo generalizado que describe los procesos bioquímicos y fisicoquímicos. Es reconocido como un modelo referencia para residuos líquidos y sólidos; usa 24 variables de estado representadas con ecuaciones diferenciales y 8 variables implícitas que se resuelven algebraicamente. Sin embargo utilizar el modelo ADM1 para describir el proceso de DA de la FORSU puede ser complicado dado que requiere la estimación de demasiados parámetros.

Existen otros modelos que describen el proceso de DA de manera robusta y con menos ecuaciones diferenciales. Tal es el caso del modelo AM2 descrito por Bernard et al. (2001). El modelo está formado por 6 ecuaciones diferenciales. Una biomasa acidogénica (X_1) convierte el sustrato soluble (S_1) en ácidos grasos volátiles (AGV) (S_2) , y una biomasa metanogénica (X_2) transforma los AGV en metano y bióxido de carbono. Además considera la dinámica del carbono orgánico (C) y la alcalinidad (Z) y algunas ecuaciones algebraicas para estimar el pH. Este modelo se planteó inicialmente para la DA de agua residual con alta carga de carbohidratos simples y por lo tanto no puede describir el comportamiento de la FORSU, debido a la complejidad de la materia orgánica presente y la presencia importante de sustrato particulado.

En cambio, el modelo AM2HN, descrito por Hassam et al. (2015), es un modelo que complementa el modelo AM2, agregando la hidrólisis de sustrato particulado (S_0) a sustrato soluble (S_1) y mejorando la dinámica de la alcalinidad al considerar los procesos que involucran transformaciones de nitrógeno. Recientemente, Vargas and Sepúlveda-Gálvez (2018) modificaron ligeramente este modelo considerando una cinética de tipo Contois para la hidrólisis, tal como lo sugieren Donoso-Bravo et al. (2015), mostrando que el modelo se adapta bien para sistemas de DA en dos fases para la producción de metano a partir de aguas residuales. Sin embargo el nuevo modelo AM2HcN (la "c" es por la cinética de tipo Contois) no ajusta tampoco a las observaciones experimentales en la generación de metano a partir de FORSU.

El modelo propuesto por Hill and Barth (1977), se basa en balances de materiales de sólidos volátiles biodegradables, ácidos grasos, microorganismos acidogénicos y metanogénicos, y el cálculo del flujo de gas metano producido. El modelo contempla que solo una fracción de los sólidos volátiles es biodegradable; de igual manera, de la materia biodegradable solo una proporción es convertida en AGV. Ajustar este modelo a la DA de FORSU tiene el mismo problema que los modelos AM2 y AM2HcN: en cuanto se alimenta el sustrato, se comienza a producir metano, y no es posible reproducir el periodo de latencia observado experimentalmente.

Ante la imposibilidad de los modelos propuestos en literatura para reproducir correctamente la curva de volumen producido de metano en reactores de tipo SBR, en este trabajo se hace una nueva propuesta de modelo que combina el modelo AM2HcN con las ideas propuestas por Droop (1979) y se valida con datos experimentales obtenidos de un biorreactor anaerobio de escala laboratorio alimentado con FORSU diluida.

En la siguiente sección se repasan los modelos AM2HcN y de Droop, comentando sus características principales. Posteriormente se hace la propuesta del nuevo modelo y se explica con detalle. En la Sección 4 se describen los materiales y métodos experimentales y en la siguiente sección se presentan y discuten los resultados. Finalmente se presentan las conclusiones.

2. ANTECEDENTES DE MODELOS MATEMÁTICOS

El modelo AM2HcN, que es un ligera modificación al presentado por Hassam et al. (2015), considera 5 variables de estado principales (sin considerar el carbono inorgánico o la alcalinidad) y por lo tanto las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dX_1}{dt} = (\mu_1(S_1) - k_{d_1})X_1 \tag{1}$$

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2(S_2) - k_{d_2})X_2 \tag{2}$$

$$\frac{dS_0}{dt} = -\rho_0(S_0, X_1) \tag{3}$$

es:

$$\frac{dX_1}{dt} = (\mu_1(S_1) - k_{d_1})X_1 \qquad (1)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = (\mu_2(S_2) - k_{d_2})X_2 \qquad (2)$$

$$\frac{dS_0}{dt} = -\rho_0(S_0, X_1) \qquad (3)$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -k_1\mu_1(S_1)X_1 + \rho_0(S_0, X_1) \qquad (4)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = k_2\mu_1(S_1)X_1 - k_3\mu_2(S_2)X_2 \qquad (5)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = k_2 \mu_1(S_1) X_1 - k_3 \mu_2(S_2) X_2 \tag{5}$$

$$q_M = k_m \mu_2(S_2) X_2, \tag{6}$$

donde las variables de estado corresponden a concentraciones: S_0 es de sustrato particulado, X_1 es de biomasa acidogénica, S_1 es de sustrato soluble (principalmente carbohidratos simples), X_2 es de biomasa metanogénica, S_2 es de AGV (principalmente acetato) y q_M el flujo de metano.

Se asume que la hidrólisis sucede sin crecimiento celular, pues tan solo es mediada por las enzimas producidas por la biomasa acidogénica; se considera una cinética de tipo Contois. La acidogénesis contempla un crecimiento celular proporcional al consumo de S_1 con una cinética de tipo Monod. La metanogénesis considera crecimiento celular proporcional al consumo de AGV, pero con inhibición por S_2 . La tasa de producción de metano se asume proporcional al consumo de AGV, por la baja solubilidad del metano. Su cinética se considera de tipo Haldane por la inhibición de los AGV a altas concentraciones.

Además se consideran tasas de mortalidad o lisis celular k_d para las dos biomasas; k_1 es el rendimiento para la concentración de sustrato S_1 , k_2 es el rendimiento para la producción de AGVs, k_3 es el rendimiento para el consumo de AGVs y k_m es el rendimiento para la producción de CH₄.

Las ecuaciones cinéticas están dadas por:

$$\rho_0(S_0, X_1) = \rho_{0max} \frac{S_0 X_1}{S_0 + X_1 / K_0}$$
(7)

$$\mu_1(S_1) = \mu_{max1} \frac{S_1}{K_{S_1} + S_1}$$

$$\mu_2(S_2) = \mu_{max2} \frac{S_2}{S_2 + k_{S_2} + k_{I2}/S_2^2},$$
(8)

$$\mu_2(S_2) = \mu_{max2} \frac{S_2}{S_2 + k_{S_2} + k_{I2}/S_2^2},\tag{9}$$

donde $\rho_0(S_0, X_1)$ es la tasa específica de consumo de sustrato particulado S_0 , $\mu_1(S_1)$ es la tasa específica de crecimiento de X_1 y $\mu_2(S_2)$ es la tasa específica de crecimiento de X_2 . Las constantes K_0, k_{S_1} y k_{S_2} son las constantes de afinidad al sustrato y K_{I2} la constante de inhibición por el sustrato.

Es importante notar que en este modelo, tan pronto se hidroliza S_0 y se obtiene S_1 , existe crecimiento de X_1 y producción de S_2 . De la misma manera, tan pronto se obtiene S_2 , existe crecimiento de X_2 y producción de CH₄. Esto no concuerda con datos experimentales de producción de biogás con FORSU, especialmente para procesos en lote.

Por un lado, se ha observado un consumo casi inmediato del sustrato, ya sea particulado o soluble, pero no se observa la producción de sus metabolitos al mismo tiempo que el consumo de su sustrato, sino que existe un tiempo de latencia. Esto sucede tanto en las tres biotransformaciones: de S_0 a S_1 (la hidrólisis), de S_1 a S_2 (la acidogénesis), y de S_2 a CH_4 (la metanogénesis). Por otro lado, este fenómeno se comprueba también observando que hay producción de biogás aún cuando los AGV han llegado ya a su concentración final. También, aunque es difícil cuantificarlo, los datos en estado estacionario o a largo plazo sugieren que el crecimiento de las biomasas no es tan acelerado como estos modelos sugieren.

Para resolver el problema se plantea utilizar la idea que propuso Droop (1979) para modelar el crecimiento en lote de microalgas, donde introduce el concepto de quota como la proporción de nutrientes que ha sido almacenado en el interior de las células, para uso posterior como sustrato para crecimiento. El modelo está descrito por 3 ecuaciones differenciales:

$$\frac{dX}{dt} = \mu(Q)X \tag{10}$$

$$\frac{dS}{dt} = -\rho(S)X \tag{11}$$

$$\frac{dS}{dt} = -\rho(S)X\tag{11}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \rho(S) - \mu(Q), \tag{12}$$

donde X es la concentración de biomasa, S de sustrato externo a las células (o sea disuelto en el medio), y Q es la quota de nutrientes, el cual es la proporción de nutrientes asimilados por los microorganismos, internos a la célula, con respecto a la biomasa. Si se usan las mismas unidades para X y los nutrientes, entonces Q es adimensional.

Lo interesante del modelo es suponer que la asimilación de sustrato externo sucede independientemente del crecimiento celular, pues se trata de una difusión al interior de las células y por lo tanto el consumo sigue una cinética de tipo Monod:

$$\rho(S) = \rho_{max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right). \tag{13}$$

En cambio el crecimiento celular no sucede sino hasta que se ha alcanzado una quota mínima Q^* :

$$\mu(Q) = \begin{cases} 0 & \text{si } Q < Q^* \\ \mu_{max} \left(1 - \frac{Q^*}{Q} \right) & \text{si } Q \ge Q^*. \end{cases}$$
 (14)

La ecuación diferencial para Q se obtiene de hacer un balance de masa. Lo anterior permite que en un sistema en lote que inicia con Q = 0, se observe un consumo inmediato de sustrato S, pero no hay crecimiento celular sino hasta que Q alcanza el valor de Q^* . Se observaría, por lo tanto, un tiempo de latencia para la concentración de biomasa. Además, una vez agotado el sustrato, la biomasa sigue creciendo a expensas de Q, hasta que la quota disminuye nuevamente a Q^* .

3. MODELO PROPUESTO

Considerando la idea del modelo Droop y el modelo AM2HcN, se propone el siguiente modelo para el proceso de DA de la FORSU:

$$\frac{dX_1}{dt} = \mu_1(Q_1)X_1 - k_{d1}X_1 \qquad (15)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \mu_2(Q_2)X_2 - k_{d2}X_2 \qquad (16)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = \mu_2(Q_2)X_2 - k_{d2}X_2 \tag{16}$$

$$\frac{dS_0}{dt} = -\rho_0(S_0, X_1) \tag{17}$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -\rho_1(S_1)X_1 + k_{01}\rho_0(S_0, X_1)$$
 (18)

$$\frac{dS_2}{dt} = -\rho_2(S_2)X_2 + k_{12}\mu_1(Q_1)X_1 \tag{19}$$

$$\frac{dS_0}{dt} = \mu_2(Q_2)X_2 - k_{d2}X_2 \tag{16}$$

$$\frac{dS_0}{dt} = -\rho_0(S_0, X_1) \tag{17}$$

$$\frac{dS_1}{dt} = -\rho_1(S_1)X_1 + k_{01}\rho_0(S_0, X_1) \tag{18}$$

$$\frac{dS_2}{dt} = -\rho_2(S_2)X_2 + k_{12}\mu_1(Q_1)X_1 \tag{19}$$

$$\frac{dQ_1}{dt} = \rho_1(S_1) - \mu_1(Q_1)Q_1 \tag{20}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = \rho_2(S_2) - \mu_2(Q_2)Q_2 \tag{21}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = k_1\mu_2(Q_2)X_2 \tag{22}$$

$$\frac{dQ_2}{dt} = \rho_2(S_2) - \mu_2(Q_2)Q_2 \tag{21}$$

$$q_m = k_m \mu_2(Q_2) X_2. (22)$$

El modelo está compuesto por un sustrato particulado S_0 que, como en el modelo AM2HcN, es hidrolizado a una velocidad ρ_0 con cinética Contois con respecto a S_0 y X_1 , según la ecuación (7); su producto es S_1 . El consumo del sustrato soluble S_1 sigue una cinética de tipo Monod con tasa $\rho_1(S_1)X_1$ y el consumo de AGV S_2 sigue una cinética tipo Haldane con tasa $\rho_2(S_2)X_2$,

$$\rho_1(S_1) = \rho_{1max} \frac{S_1}{K_{S1} + S_1} \tag{23}$$

$$\rho_1(S_1) = \rho_{1max} \frac{S_1}{K_{S1} + S_1}$$

$$\rho_2(S_2) = \rho_{2max} \frac{\frac{S_2}{S_2^*}}{\frac{S_2}{S_2^*} + B\left(1 - \frac{S_2}{S_2^*}\right)^2}.$$
(23)

Nótese el uso de una función de tipo Haldane con parámetros que tienen un significado físico: cuando $S_2 = S_2^*$ se alcanza el máximo valor ρ_{2max} . El parámetro B sirve para definir la curvatura en la inhibición. La Figura 1 muestra varias curvas de $\rho_2(S_2)$.

El crecimiento de X_1 y la producción de S_2 siguen la modificación de acuerdo al modelo de Droop (1979). El crecimiento de X_1 se da por el consumo de su quota interna Q_1 , que a su vez aumenta por la asimilación de S_1 . De la misma manera, el crecimiento de X_2 y la producción de CH_4 se da por el consumo de la quota interna Q_2 , que aumenta por la asimilación de S_2 en el interior de X_2 . La Figura 2 presenta una descripción gráfica de los

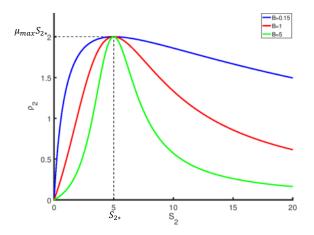


Figura 1. Curvas de ρ_2 con distintos valores de B para $S_2*=5$ y $\rho_{2max}=2$.

procesos contemplados, ilustrando como triángulos los sustratos en suspensión o solubles y externos a la biomasa, las biomasas como óvalos y las quotas internas como rectángulos redondeados dentro de los microorganismos. Nótese que la hidrólisis de S_0 a S_1 aparece como mediada por X_1 , pero S_0 no contribuye directamente al aumento de quota interna Q_1 ni al crecimiento de X_1 .

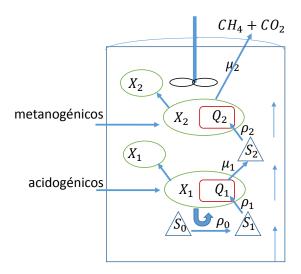


Figura 2. Descripción gráfica del modelo para el proceso.

Una modificación adicional tiene que ver con la cinética de Droop. En los procesos de DA se ha observado que si se agota el sustrato externo, aún hay crecimiento celular y producción de metabolitos (como el biogás). Si se inicia otro lote y se adiciona nuevamente sustrato, el tiempo de latencia observado es menor que si el ayuno es prolongado. El modelo de Droop no permite modelar este fenómeno, pues una vez que se sobrepasa Q^* , el punto de equilibrio es con $Q=Q^*$; es decir, aún bajo un ayuno prolongado, la quota no disminuye más allá de Q^* . Esto implicaría que tras adicionar sustrato nuevamente, se observaría un crecimiento celular inmediato.

Por lo tanto, se propone que las tasas de crecimiento específicas $\mu_1(Q_1)$ y $\mu_2(Q_2)$ se modifiquen de la siguiente manera, para $j \in \{1, 2\}$:

$$\mu_j(Q_j) = \mu_{jmax} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(Q_j / Q_j^* \right)^{b_j} \right)^{\frac{1}{b_j}}} \right), \quad (25)$$

donde

$$b_j = \frac{\log(0.5)}{\log(1 - a_j)},\tag{26}$$

con $0 < a_j < 1$, tales que

$$\frac{\mu_j(Q_j^*)}{\mu_{imax}} = a_j. \tag{27}$$

La Figura 3 ilustra la función (25) para tres valores de a_j : $a_j = 0.5$, $a_j = 0.1$ y a_j cercano a cero.

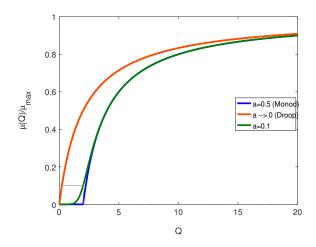


Figura 3. Diferentes valores de a y su comportamiento similar a Droop; se empleó $Q^* = 2$.

De la Figura 3 resulta evidente que cuando $a_j=0.5$ se obtiene una curva de Monod. Esto es fácil de demostrar, pues en ese caso $b_j=1$ y por lo tanto se recupera la curva de Monod con la constante de afinidad igual a Q_j^* :

$$\mu_j(Q_j) = \mu_{jmax} \left(\frac{Q_j}{Q_j^* + Q_j} \right). \tag{28}$$

También de la Figura 3, cuando a_j tiende a cero, se recupera el modelo original de Droop; es decir que $\lim_{a_j\to 0}\mu_j(Q_j)$ es la función discontinua (14). En este caso $b_j\to\infty$. El análisis se realiza observando que cuando $Q_j< Q_j^*$, se tiene que $\left(Q_j/Q_j^*\right)<1$, y por lo tanto el termino $\left(Q_j/Q_j^*\right)^{b_j}$ tiende a cero cuando $b_j\to\infty$. Por lo tanto $\mu_j(Q_j)\to\mu_{jmax}\left(1-\frac{1}{1+0}\right)=0$ para $Q_j< Q_j^*$. En cambio, cuando $Q_j>Q_j^*$, entonces $\left(Q_j/Q_j^*\right)>1$, y por lo tanto

$$\lim_{b_j\to\infty}\left(1+\left(\frac{Q_j}{Q_j^*}\right)^{b_j}\right)^{\frac{1}{b_j}}=\left(\left(\frac{Q_j}{Q_j^*}\right)^{b_j}\right)^{\frac{1}{b_j}}=\frac{Q_j}{Q_j^*}.$$

De esta manera se recupera el modelo de Droop (14) cuando $a_j = 0$. Así, la ecuación (25) es una generalización que va del modelo de Monod al de Droop.

4. MATERIALES Y MÉTODOS

El sistema está integrado por un reactor con capacidad de 3.2 L. Cuenta con un agitador de paletas y sensores de temperatura y pH. El reactor tiene un panel de control en el cual es posible manipular directamente la temperatura, el pH y la agitación. Tiene un intercambiador de calor para mantener la temperatura interna constante. La alimentación (FORSU) y descarga (digestato) del sistema, se realiza con bombas peristáticas (0—100 rpm).

El biogás generado es enviado a una trampa de condensados (accesorio integrado del reactor) para eliminar el agua contenida. La eliminación del $\rm H_2S$ se logra mediante el uso de óxido de fierro ($\rm Fe_2O_3$). Se cuenta con un medidor de flujo que registra el flujo y volumen de producción de biogás en unidades de $\rm mL/h$ y en $\rm mL$ normalizados, respectivamente.

Para que el sustrato alcance una concentración de $10\,\%$ en sólidos totales (ST) (digestión húmeda), es necesaria una dilución. Cada gramo de FORSU se debe diluir con 2 gramos de agua, debido que la humedad en la muestra de FORSU utilizada es del $55\,\%$. La inoculación del sistema se realizó mediante una operación del reactor tipo SBR, considerando un tiempo de sedimentación de tres horas, un tiempo de descarga de 10 segundos, un tiempo de alimentación de 15 segundos y un tiempo de reacción de 1 a 4 días.

Se realizó el monitoreo del biogás producido, cuantificando el volumen y el flujo de producción de biogás. La composición volumétrica del $\mathrm{CH_4}$ se determinó usando un cromatógrafo de gases (Agilent Tech., modelo: 6890N) con columna Carboxen 1010 plot (30 m de largo y 530 μ m de diámetro), equipado con un detector TCD. Se les caracterizaron los flujos de alimentación y descarga (efluente e influente) con el objetivo de identificar los sólidos totales (ST), sólidos volátiles (SV) y la demanda química de oxígeno (DQO) para su posterior análisis relacionado con la producción de $\mathrm{CH_4}$ y la remoción de materia orgánica.

La operación normal del biorreactor fue como SBR, considerando un tiempo de sedimentación de 60 minutos, un tiempo de descarga de un minuto, un tiempo de alimentación de 3 minutos y un tiempo de reacción de 50 horas. Sus condiciones de operación se muestran en la Tabla 1.

Utilizando las técnicas y normatividad aplicable (APHA y NMX), se cuantificó y caracterizó el sustrato y el biogás, identificando el contenido y remoción de AGV,

Tabla 1. Condiciones de operación del biorreactor experimental.

Parámetro	Valor
Tiempo total de operación	100 días
Volumen de operación	2.5 L
Agitación	60 rpm
Temperatura	$37^{\circ}\mathrm{C}$
pH	7.2-7.6
Carga orgánica	$10~\mathrm{g}~\mathrm{SV/L}~\mathrm{d}$
Sustrato FORSU	al 10 % de ST
Tiempo de reacción	30 - 50 horas
Volumen de intercambio	10 - 20 %.

lípidos, proteínas y carbohidratos, así como la DQO total y soluble, los ST y SV, el volumen acumulado y el flujo de producción de CH₄.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Figura 4, muestra los datos experimentales del volumen acumulado de metano comparado con el modelo propuesto por Hassam et al. (2015), (AM2Hc) y con el modelo propuesto en este trabajo. Los datos experimentales utilizados son del volumen de biogás acumulado de un ciclo típico.

Es notorio que, comparando con los datos experimentales, el modelo propuesto sí logra simular el tiempo de latencia observado y se ajusta relativamente bien a la fase exponencial, mientras que el modelo AM2HcN es incapaz de ello debido que carece de latencia y solo ajusta al final del ciclo.

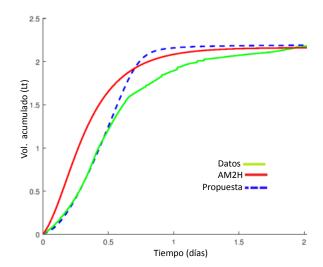


Figura 4. Comparación de los datos experimentales, el modelo AM2Hc y el modelo propuesto.

La Figura 5 muestra el resultado de la simulación del modelo propuesto con varios ciclos consecutivos de SBR; la curva de volumen acumulado de metano alcanza un estado cuasi-estacionario.

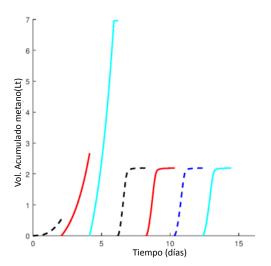


Figura 5. Volumen acumulado de metano en lote secuencial del modelo propuesto.

Los parámetros empleados para las simulaciones de la Figura 5 se muestran en la Tabla 2; sin embargo, existen otras combinaciones de parámetros que producen datos similares. Todavía hace falta realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros y estimar mejor estos parámetros a partir de más datos experimentales.

Tabla 2. Parámetros del modelo propuesto ajustados a datos experimentales.

~ 23	B = 0.20 S = 0.005	$\mu_{1max} = .8$	$Q_{1s} = 0.3$
$\mu_{2max} = 0.8$ Q_{2a}	-0.005	~ - 0.01	1. 0.00
	$_{5}$ — 0.005	$a_2 = 0.01$	$k_{d1} = 0.08$
$k_{01} = 0.7$	$k_{12} = 1.2$	$k_m = .65$	$\rho_{2max} = 0.9$
$a_1 = 0.02$	$k_{d2} = 0.1$		

6. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un nuevo modelo para la digestión anaerobia en lote secuencial en FORSU para producción de biogás. Este modelo combina las ideas del modelo de Droop y el modelo AM2Hc. Los resultados de simulación muestran que es posible hallar un juego de parámetros tales que la curva de volumen acumulado de biogás ajusta bien a la curva experimental obtenida mediante la DA de FORSU diluida en un biorreactor de escala laboratorio. Falta realizar más pruebas para dar un mejor sentido biológico con respecto a los parámetros y posterior a ello diseñar un controlador retroalimentado con base en dicho modelo.

7. AGRADECIMIENTOS

Este proyecto fue financiado por DGAPA—UNAM IN109119 y el Proyecto SENER—CONACYT 247006 "Clúster de Biocombustibles Gaseosos".

REFERENCIAS

- Batstone, D. (2006). Mathematical modelling of anaerobic reactors treating domestic wastewater: Rational criteria for model use. Reviews in Environmental Science and Biotechnology, 5(1), 57–71. doi: 10.1007/s11157-005-7191-z.
- Batstone, D., Keller, J., Angelidaki, I., Kalyuzhnyi, S., Pavlostathis, S., Rozzi, A., Sanders, W., Siegrist, H., and Vavilin, V. (2002). The IWA anaerobic digestion model no 1 (ADM1). Water Science and Technology, 45(10), 65–73.
- Bernard, O., Hadj-Sadok, Z., Genovesi, A., and Steyer, J.P. (2001). Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and Bioenginee-ring*, 75(4), 424–438.
- Donoso-Bravo, A., Pérez-Elvira, S., and Fdz-Polanco, F. (2015). Simplified mechanistic model for the two-stage anaerobic degradation of sewage sludge. *Environmental Technology*, 36(10), 1334–1346. doi: 10.1080/09593330.2014.988186.
- Droop, M. (1979). On the definition of x and of q in the cell quota model. *Journal of experimental marine Biology and Ecology*, 39(2), 203.
- Hassam, S., Ficara, E., Leva, A., and Harmand, J. (2015). A generic and systematic procedure to derive a simplified model from the anaerobic digestion model no. 1 (ADM1). *Biochemical Engineering Journal*, 99, 193–203. doi:10.1016/j.bej.2015.03.007.
- Hill, D. and Barth, C. (1977). A dynamic model for simulation of animal waste digestion. *Journal (Water Pollution Control Federation)*, 2129–2143.
- Jiménez, N. (2015). La gestión integral de residuos sólidos urbanos en México: entre la intención y la realidad. Letras Verdes, (17), 29–56.
- Vargas, A. and Sepúlveda-Gálvez, A. (2018). Análisis de un sistema anaerobio de dos fases. XVIII Congreso Latinoamericano de Control Automático, Octubre 24-26, 2018. Quito Ecuador.