

Lotka - Volterra's Prey-Predator Model Interpretation In a Group of Low-cost Mobile Robots

Carrasco-Gutiérrez L. * Martínez-Clark R. ** Pliego-Jiménez J. *
Cruz-Hernandez C. ***

* *Centro de Investigación y Científica y de Educación Superior de Ensenada*

** *Universidad Autónoma de Baja California FCIAS - Tecate BC*

*** *CONACYT - Centro de Investigación y Científica y de Educación Superior
de Ensenada, BC*

Abstract Prey – predator relation is a natural dynamic system with a myriad of variations. For many years, research community tried to identify its rules. Based on the observations of different trophic chains, some mathematical models arised. The most cited model is the so called Lotka-Volterra. This paper considers a variation of this model for the design of a finite state machine (FSM) algorithm to represent this natural phenomenon in a group of low-cost mobile robots. This paper focuses on the effects of including displacement of the individuals and intraspecific competition among the predator population on the set of interaction rules. The FSM algorithm is evaluated through numerical simulations employing the physical simulation software V-Rep.

Keywords: prey-predator, mobile robots, bio-inspired control, finite state machine

1. INTRODUCCIÓN

1.1 El comportamiento presa-depredador

Ferreras (2015) expone que la depredación tiene lugar cuando un individuo devora completa o parcialmente a otro, el cual, inicialmente estaba con vida. Los individuos depredadores cumplen diversas funciones en la naturaleza. En Ferreras (2015) se menciona que, el comportamiento depredador fomenta la reducción de la competición entre los grupos de presas al igual que ayuda a regular las comunidades de presas y otros depredadores previniendo las explosiones demográficas y favoreciendo en consecuencia la diversidad de las mismas; la depredación juega un papel sanitario y es una pieza importante en los procesos evolutivos.

El Dr. Mario Di Bitetti (Bitetti and Santiago, 2008) parece coincidir con lo mencionado anteriormente, pues comenta que los depredadores de gran tamaño son los encargados, en su mayoría, de dar forma a los ecosistemas en donde viven. Su actividad repercute en el número y la forma de actuar de los grupos de presas e incluso en otros depredadores que habitan en las cercanías. Lo anterior conforma lo que comúnmente se denomina como *Cascada ó Cadena trófica*.

En Núñez Santiago (2018) el autor señala que en la realidad se pueden encontrar ecosistemas en los que los grupos de especies conviven y se relacionan entre ellas. Las especies pueden competir por unos recursos limitados necesariamente, con un mismo objetivo, el cual es evitar la extinción. Esto provoca que los individuos de la misma especie interactúen y que cada especie se relacione con todas las demás. Esta misma interacción se origina en distintos grados de intensidad,

Cuadro 1. Diferentes interacciones presa y depredador. Las interacciones pueden ser benéficas (+), perjudiciales (-) o indiferentes (0) para cada individuo involucrado. Cabezas Venegas (2017) y Oganician et al. (2017)

==	Positivas:	Negativas:	==
Mutualismo	(+ +)	Depredación	(+ -)
Comensalismo	(+ 0).	Parasitismo	(+ -)
Foresia	(+ 0)	Aleopatía / amensalismo	(+ -)
Tanatocresis	(+ 0)	Competencia	(- -)

y puede resultar beneficiosa para unas especies y perjudicial para otras. Como puede ser visto en la tabla 1.1, en la cual se describen algunas de las ya mencionadas interacciones, recopiladas de la literatura (Como son: Cabezas Venegas (2017) y Oganician et al. (2017)) y el efecto que tiene en los individuos involucrados.

1.2 Antecedentes experimentales

El trabajo de Shin I. Nishimura (Nishimura, 2002) tiene como objetivo analizar distintas tácticas de elección de una presa en un grupo por parte del depredador. Esto se llevo a cabo mediante análisis matemático y simulación. Para dicho estudio, se tomaron en cuenta 3 tácticas: La víctima o presa mas cercana, la presa que se encuentra en el borde del grupo y por último, aquella que se aleja de sus compañeros.

Por su parte, en Lee (2006), los autores realizaron una investigación utilizando dinámica molecular (*MD*) a fin de crear una simulación que les permitiera indagar en la respuesta de un grupo de presas al ataque de un depredador. Se pretendía obtener interacciones presa-presa (*atracción, repulsión, etc.*) y presa-depredador (*evasión*) que favoreciera dicho resultado, así como también incluir el efecto que tenía el *ruido* en el ataque del depredador. A diferencia del trabajo anterior, en este caso

* Este trabajo fue realizado gracias al apoyo económico del CONACYT bajo el proyecto A1-S-31628. Número Especial 2020

solo se pretende analizar la deformación del grupo de presas resultado del ataque del depredador.

Por otro lado, el trabajo de Stefano Nolfi (Nolfi, 2012) involucra a dos grupos de robots *Khepera*, quienes interpretan el papel de presas y depredadores, los cuales permitirían simular una interacción de co-evolución. Los depredadores intentan atrapar a las presas, mientras que estas hacen lo posible por esquivar dicho ataque. Aquellos individuos que demuestran las mejores habilidades como presa y depredador son elegidos para transmitir sus habilidades (*genes*) a la próxima generación. Bajo esta misma óptica, Chen (2019) propone una serie de algoritmos evolutivos para demostrar el comportamiento presa-depredador en grupos de robots físicos, considerándolo como un problema de captura-evasión. Usualmente el estudio y análisis del comportamiento presa-depredador se lleva a cabo utilizando simuladores y robots del tipo *Khepera* o *Thymio-II* como se menciona con anterioridad. Es por ello que en este caso se propuso el hacer uso de robots móviles de bajo costo como son los *Kilobots* en conjunto con simuladores que permitan la reproducción de sus habilidades y características en un ambiente controlado.

El resto del artículo se organiza como sigue: en la sección II se presenta el modelo Lotka-Volterra básico así como su modificación para incluir el comportamiento de competencia intraespecífica entre la población de depredadores. En la sección III se describen las características del robot móvil de bajo costo *Kilobot*, empleado como base de pruebas. Por otro lado, en la sección IV se describe el algoritmo propuesto basado en máquinas de estado finito para la reproducción del comportamiento presa depredador en grupos de robots móviles. Mientras que en la sección V se observan los resultados numéricos obtenidos mediante el software *V-rep* y por último, en la sección VI se plasman las conclusiones derivadas de este trabajo.

2. MODELO LOTKA-VOLTERRA

Según Oganician et al. (2017), el modelo depredador-presa básico de Lotka-Volterra se define como:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= r_1P - a_1PD \\ \frac{dD}{dt} &= a_2PD - r_2D \end{aligned} \quad (1)$$

donde D representa a la población de depredadores, P es la población de presas y los parámetros son constantes positivas que representan:

- r_1 : tasa de crecimiento de las presas.
- a_1 : éxito en la caza del depredador, que afecta a la presa.
- r_2 : tasa de mortalidad de los depredadores.
- a_2 : éxito en la caza, que afecta al depredador.

En este modelo, el crecimiento tiene una componente Maltusiana, r_1P , proporcional al tamaño de la población, el término de interconexión entre las poblaciones a_1PD regula el crecimiento de la población de presas.

Por tanto, de (1) es posible observar que, si no existiesen depredadores, la población de presas crecería de forma exponencial sin cota, mientras que si no hubiese presas, la especie depredadora descendería en población, siguiendo un modelo maltusiano también. De esta manera, la población depredadora prospera al haber un número abundante de presas, pero vuelve a decaer al verse reducido su suministro. Al descender el número

de depredadores, la población de presas aumenta de nuevo. Estas dinámicas continúan en un ciclo, explicado anteriormente, que oscila de manera periódica, tal como se aprecia en la figura 1.

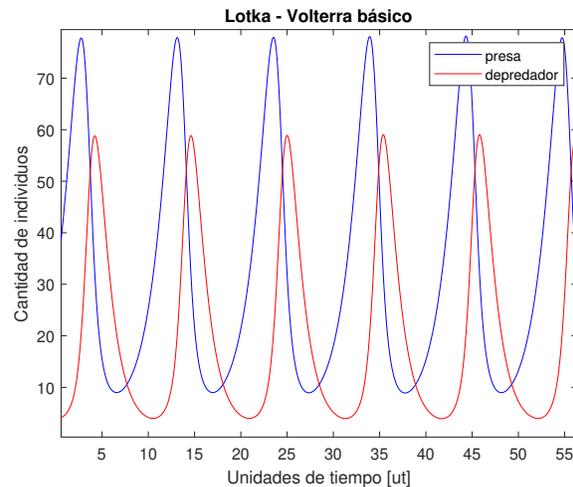


Figura 1. Comportamiento temporal de las poblaciones de presas y depredadores según el modelo Lotka-Volterra Oganician et al. (2017).

La depredación es un fenómeno bastante complejo, ya que la tasa a la cual un depredador captura presas no es constante, pues es influida por diversos factores, como la densidad de presas o cambios cíclicos en la preferencia de presas (Barbosa and Castellanos, 2005). Otro factor importante a considerar es el desplazamiento realizado por los depredadores para encontrar a las presas.

Con esto, queda claro que la densidad de los depredadores provoca que la tasa de consumo disminuya, la población se verá afectada por la densidad de la misma, por lo que se debe estabilizar la dinámica entre depredadores y presas. Si el modelo alcanza una estabilidad neutra, esto conlleva que los ciclos que representan a las poblaciones se repetirán de una forma indefinida, por lo que no deberán presentar un punto de equilibrio fijo, en el que ambas poblaciones permanezcan estacionarias; si ocurre una influencia externa, se pueden conseguir nuevos ciclos con diferentes tasas de natalidad/mortalidad. Considerando el comportamiento cíclico de la relación presa-depredador, el sistema (1) tiende a estabilizarse alrededor de un ciclo límite, tal como se aprecia en el retrato de fase de la figura 2.

Si se quiere utilizar a la depredación como método de regulación en una población, primero es necesario que la tasa de depredación incremente, así como también la densidad misma de las presas. En otras palabras, la depredación es *denso-dependiente* de las presas. De igual forma, la población de los depredadores necesita tener una tasa de cambio r parecida a la de la presa a fin de poder controlarla.

Es evidente que existen otros modelos de la interacción presa-depredador, los cuales pueden incluir mas variables e incluso pueden ser un tanto más realistas. Sin embargo, una de las ventajas del modelo Lotka-Volterra consiste en que éste permite apreciar la relación que existe entre las densidades de las poblaciones de presas y depredadores.

En Boccara (2010) se comenta que para obtener modelos presa-depredador más realíes es necesario considerar diferentes cues-

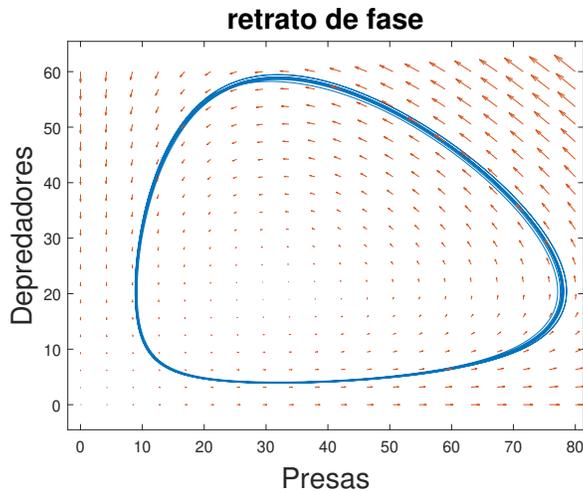


Figura 2. Retrato de fase de la densidad de presas y depredadores. Las flechas representan el campo vectorial del sistema.

tiones. Por ejemplo, la competencia intraespecífica la cual se observa comúnmente en la naturaleza. Esto significa que las poblaciones no solo son afectadas por las interacciones con otras especies, sino que dentro de la misma especie los altercados pueden derivar en disminución de la población.

Para tal efecto, es necesario modificar el modelo (1) para que refleje dicho comportamiento. La relación en este caso es cuadrática, y depende del tipo de respuesta funcional específica de la presa para modelarse. En este trabajo se considera una respuesta tipo Maltusiana para este comportamiento también, de tal forma que el modelo que incluye competencia intraespecífica entre la población de depredadores queda como,

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= r_1P - a_1PD \\ \frac{dD}{dt} &= a_2PD - r_2D - c_1D^2 \end{aligned} \quad (2)$$

donde c_1 es el factor de competencia intraespecífica y los demás factores son idénticos a los del modelo básico.

3. ROBOT MÓVIL KILOBOT



Figura 3. Robot móvil de bajo costo Kilobot K-TEAM (2011).

La página del distribuidor K-TEAM K-TEAM (2011), describe al Kilobot (figura 3) como: “Un robot de bajo costo, fácil de usar para el desarrollo avanzado de *enjambres de robots* que pueden ser programados para realizar funciones útiles, coordinando interacciones entre sus muchos individuos”. Estos enjambres pueden inspirar su comportamiento en los insectos sociales, tales como las colonias de hormigas, que pueden eficientemente buscar y encontrar fuentes de comida en ambientes complejos y extensos, para de forma colectiva, transportar objetos grandes y coordinar la construcción de nidos y puentes en tales ambientes.

Algunas de las ventajas que se pueden destacar de estos dispositivos se describen a continuación K-TEAM (2011):

- Son de bajo costo (\$130 USD aprox.).
- Son pequeños (33mm de diámetro).
- Pueden comunicar cadenas de 3 bytes con sus vecinos hasta a 7cm de distancia. (Pueden medir la distancia vecino-vecino).
- Cuenta con un sensor de luz ambiente.
- Tiene un LED RGB con tres niveles de intensidad por color.
- Cuenta con una batería recargable y removible.
- Es fácil de manipular con el controlador, con el cual se puede interactuar con cientos de Kilobots a la vez.

4. ALGORITMO PRESA-DEPREDADOR EN ROBOTS MÓVILES

El algoritmo presa depredador basado en el modelo Lotka - Volterra modificado para contemplar competencia intraespecífica propuesto fue diseñado bajo el paradigma de las máquinas de estados finitos (MEF). En este supuesto, cada robot móvil es considerado como una MEF en la que existen tres estados: (1) presa, (2) depredador y (3) muerto. En la figura 4 se observan las características principales de cada estado así como la regla de transición entre los mismos.



Figura 4. Esquema de la máquina de estados finitos para el algoritmo presa - depredador propuesto.

Cabe destacar que el estado inicial de cada MEF puede ser depredador o presa, los cuales se seleccionan arbitrariamente por el diseñador. Los comportamientos principales que exhiben los robots móviles en los diferentes estados son:

- Desplazarse aleatoriamente por todo el espacio de trabajo.
- Revivir como presa o depredador según sus vecinos.
- Atacar y recibir daño de otros depredadores.
- Morir, a manos de un depredador si es presa o en caso contrario, debido a actividades competitivas con otros depredadores o por falta de interacción con presas en un periodo prolongado.
- Revitalizarse al consumir una presa.

De esta forma, se podría establecer un escenario que cumpliera con el comportamiento básico de un escenario presa-depredador planteado por el modelo Lotka-Volterra modificado. Para identificar cada estado, los Kilobots exhiben un color distintivo en su sistema de iluminación. Los diferentes colores pueden observarse en la figura 5.



Figura 5. Colores de identificación para cada estado: (de izquierda a derecha) Presa, presa muerta, depredador y depredador muerto.

4.1 Algoritmo presa

Tal como plantea el modelo (2), la población de presas aumenta gracias a una tasa de natalidad y disminuye debido a la interacción con los depredadores. Estos supuestos moldean el comportamiento del robot móvil en el estado presa, el cual se detalla en la figura 6.

El distintivo de este estado es que cada robot presa se ilumina de color *verde*. En cada iteración, los robots determinan si algún robot se encuentra dentro de su radio de comunicación (debido a las prestaciones de la plataforma seleccionada). Por lo pronto, los robots solo pueden identificar la distancia del robot que envía un mensaje y el tipo de emisor, o sea, si dicho mensaje proviene de otra presa o de un depredador. Si el robot con el que se entabla comunicación es un depredador, inmediatamente cambia a su estado muerto. En caso contrario, el robot continúa en estado presa y sigue deambulando aleatoriamente sobre el espacio de trabajo.

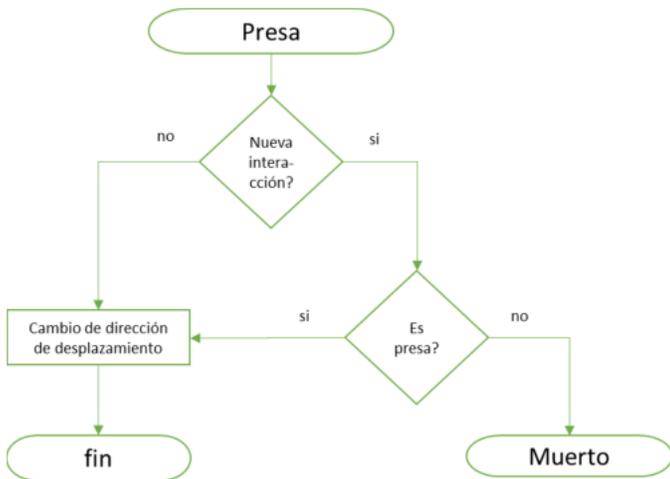


Figura 6. Diagrama de flujo del algoritmo de comportamiento para el estado presa.

4.2 Algoritmo depredador

En el caso de las poblaciones de depredadores, el modelo (2) establece que aumenta gracias a la interacción con las presas y disminuye en función de una tasa de mortalidad. Con el fin de reproducir dicha tasa, se propusieron dos eventos principales. Primero, es necesario considerar que los depredadores tienen energía finita representada por la variable *HP*, la cual se disminuye en cada iteración, simulando las condiciones reales en los organismos, para recuperar energía los depredadores deben encontrar a sus presas y obtener energía de los mismos. En este sistema se aprovecharon las observaciones de Koch (1974) y Chatterjee and Pal (2016) sobre ambientes no cooperativos entre depredadores, de tal forma que un encuentro con otro depredador gasta una cantidad de energía determinada debido a la competencia intraespecífica entre depredadores. En la figura 7 se observa el diagrama de flujo del estado depredador. El distintivo de este caso es la iluminación de los robots en color

rosa. (El valor del HP, daño y salud fueron elegidos de forma arbitraria)

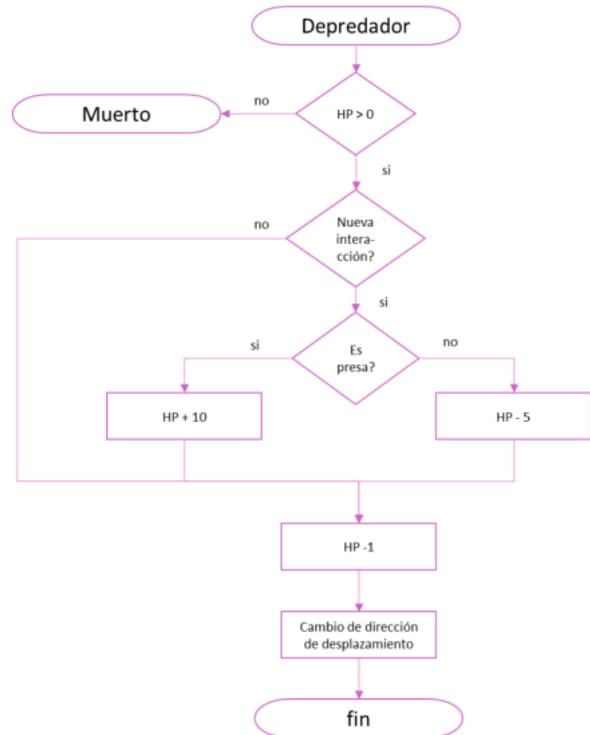


Figura 7. Diagrama de flujo del algoritmo de comportamiento para el estado depredador.

4.3 Algoritmo muerto

Este estado no se representa en el modelo (2), pero se agregó con el fin de reutilizar los robots móviles del entorno para simular poblaciones más grandes sin tener que aumentar la cantidad de robots móviles.

La característica de este estado es que los robots se encuentran inmóviles exhibiendo color blanco si se trata de un depredador muerto y rojo si es una presa muerta. El único propósito de los robots es esperar a que una presa o depredador se acerquen lo suficiente a él, para revivir con el mismo estado del robot con el que interactuó. Este comportamiento es descrito en la figura 8.

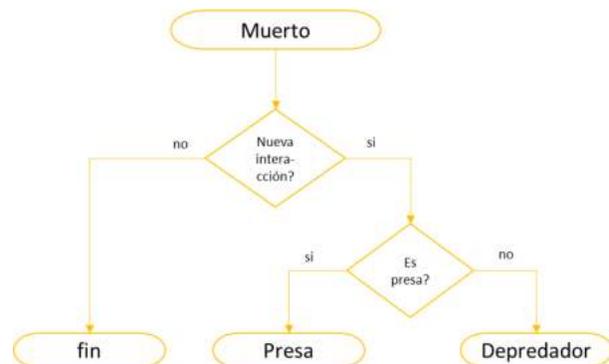


Figura 8. Diagrama de flujo del algoritmo de comportamiento para el estado de muerto.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS:

Se utilizó el simulador *V-Rep* para llevar a cabo las pruebas con los kilobots. Primeramente, con el fin de comprobar la variedad de resultados que se pueden obtener, se establecieron algunas reglas:

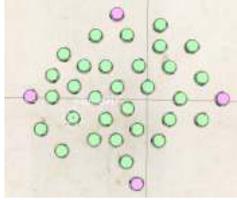


Figura 9. Grupo de prueba: 30 presas (verdes) y 4 depredadores (rosas), ubicación inicial de los kilobots al principio de cada prueba efectuada.

- Se creó un espacio de trabajo de $120\text{cm} \times 120\text{cm}$ (Aprox.). Dentro se colocaron 34 Kilobots, 30 presas y 4 depredadores, esto basado en los datos de Gómez and Vélez (2009), en la ubicación mostrada en la figura 9.
- La velocidad del simulador se incrementó 2 veces y se registró la duración de las pruebas, tomando como inicio el momento en que la gráfica del simulador detectaba la actividad de los kilobots (Fig. 10), y se observó el comportamiento de los kilobots, tomando como tiempo límite 300s (Se utilizó como referencia el tiempo mostrado en la gráfica de la fig. 10).
- Todas las pruebas se realizaron empleando la misma ubicación inicial correspondiente a lo mostrado en la fig. 9.



Figura 10. Gráfica de conteo de kilobots. El color verde corresponde al número de presas, el color púrpura a los depredadores y el rojo a los muertos.

En el cuadro 2, se exhiben los resultados obtenidos. Durante las pruebas, el número de presas y depredadores, así como también su ubicación en el terreno y orientación, representa una diferencia significativa en los resultados. Los datos registrados en la tabla muestran que las condiciones le otorgaron la ventaja a los depredadores, siendo este grupo el más numeroso.

En un caso anterior, en el que todos los individuos se encontraban orientados hacia un mismo punto y uno de los depredadores se ubicó dentro del grupo de presas, las presas tenían la ventaja en la mayoría de los resultados, contando con un mayor número de integrantes que el grupo depredador al final de cada prueba.

Los resultados obtenidos hasta el momento coinciden con lo dicho anteriormente en la sección II, el consumo de presas aumento conforme la población de depredadores crecía, como se observa en la figura 11. En los primeros 30 segundos, la población de presas (PY) pereció al punto de quedar solo 17 vivos, el grupo depredador (PD) aprovechó esos recursos para aumentar ligeramente su población. En la marca de los 60 segundos, se presenta un cambio significativo, las presas sucum-

ben casi por completo al ataque de los depredadores, quienes incrementan su número, y por ende la competencia entre ellos también aumenta, esto último se ve reflejado en el número de muertos del grupo depredador (PDD). Cuando se cumplen 90 segundos, el alimento recabado con anterioridad (representado por el grupo de muertos tanto de presas como depredadores), permite que el grupo de depredadores continúe creciendo hasta alcanzar el máximo posible, pero ese incremento en población provoca que la competencia entre los depredadores empeore, este comportamiento en conjunto con la falta de recursos da pie a que se desarrolle lo que se puede apreciar en la marca de los 300s. En este punto, los depredadores sucumben al hambre y la población empieza a extinguirse.

En la figura 12, se observa un escenario diferente, el ataque a las presas empieza a partir de la marca de los 30s, provocando el incremento en el grupo depredador. En los 60s, las presas han perecido por completo, pero la competencia por los recursos provoca que las defunciones en el lado depredador incrementen de forma notable. En este caso en particular, el factor clave en la rápida extinción del grupo depredador, es el incremento en la distancia entre los individuos, como se muestra en la figura 5 (derecha). Ya que con esto, los depredadores se ven imposibilitados de obtener una forma de continuar prosperando, reviviendo a sus camaradas fallecidos, lo cual se podría interpretar como un acto de reproducción o canibalismo en un escenario real, representado por la figura 5 (izquierda) y que es lo que permite que en el resto de las pruebas, se alcance el límite de los 300s.

Por tanto, se puede decir que el aprovechamiento de recursos es un elemento clave en la supervivencia de los individuos, tal como sucede en la vida real. Y esto se ve reflejado en la duración de los experimentos, en esta ocasión se propuso un tiempo límite para todas las pruebas, pero en casos anteriores, al permitir que las pruebas concluyeran cuando todos los participantes fallecieran, el tiempo de las mismas se prolongó de forma indefinida cuando 2 o más individuos se desplazaban juntos, lo cual puede representar a los casos en los que las poblaciones recurren a medidas desesperadas con el fin de mantenerse con vida, recurriendo por ejemplo, al canibalismo, un comportamiento común cuando el alimento no es suficiente.

Los resultados también pueden compararse a los escenarios en los que ocurre una desestabilización en los ecosistemas, que permiten que algunas poblaciones crezcan al grado de acabar con los recursos naturales, lo cual a su vez provoca su propia extinción debido a la creciente falta de recursos y alimento. Esto puede ser el resultado de factores externos (enfermedades, propios depredadores, cambios en el clima, etc.) que llegan a perjudicar a eslabones clave en algunas cadenas tróficas,

6. CONCLUSIONES

A pesar de tratarse de una simulación con condiciones sencillas, los resultados obtenidos hasta el momento, nos indican que, a pesar de no ser una representación fiel del modelo Lotka Volterra (ya que falla al mantener un equilibrio estable), respeta algunos de los conceptos básicos del modelo descrito por Oganician et al. (2017), como son: Si la población depredadora aumenta, las presas disminuyen, si el número de presas incrementa, los depredadores pueden prosperar. Sin embargo, existe la posibilidad de realizar mejoras en el código y en el área experimental que podría permitir que el escenario presente condiciones más cercanas a lo establecido por el modelo Vol-

Resultados del experimento 1:

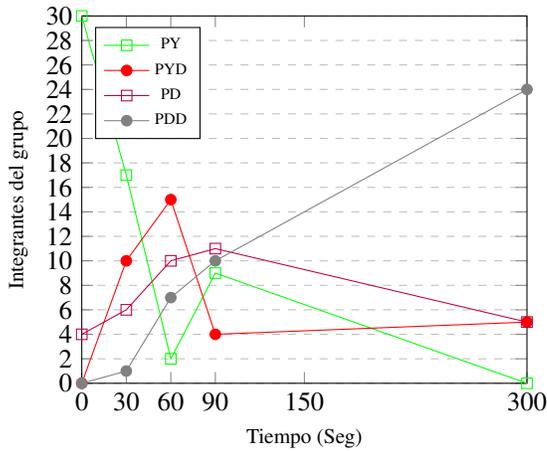


Figura 11. Cantidad de individuos en cada estado de la MEF para distintos instantes de tiempo. [PY= Presas vivas, PYD= Presas muertas, PD= Depredadores vivos, PDD = Depredadores muertos.]

Resultados del experimento 4:

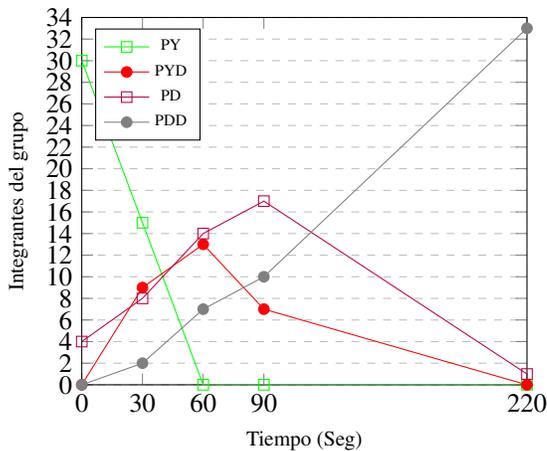


Figura 12. Cantidad de individuos en cada estado de la MEF para distintos instantes de tiempo. Correspondiente al experimento 4.

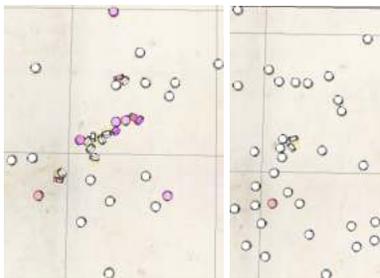


Figura 13. Diferencias en el escenario de la muestra final de las pruebas

terra. Esto se puede alcanzar incluyendo sensores o elementos que mejoren la interacción de los kilobots, como el Kilogrid, una herramienta que permite que los kilobots interactúen con un escenario mas complejo, ya que facilita el envío y recepción de información entre los kilobots y el experimentador. Esto favorecería a la inclusión de nuevos elementos a la simulación, como refugios para las presas o fuentes alternas de energía para los depredadores. Sin embargo, los resultados nos indican que estos elementos podrían ser considerados como una opción

Cuadro 2. Resultados para los diferentes experimentos.

(PD: Depredador, PY: Presa, PDD: Predador muerto, PYD: Presa muerta); ** Limite de tiempo para pruebas, 300s.

No.	==	==	Tiempo (Seg)	==	==
==	Inicio**	30s.	60s.	90s.	300s.**
1	1.65s	PY:17, PYD:10, PD:6, PDD:1	PY:2, PYD:15, PD:10, PDD:7	PY:9, PYD:4, PD:11, PDD:10	PY:0, PYD:5, PD:5, PDD:24
2	0.75s	PY:16, PYD:10, PD:6, PDD:2	PY:2, PYD:18, PD:7, PDD:7	PY:12, PYD:11, PD:6, PDD:5	PY:4, PYD:17, PD:2, PDD:11
3	0.55s	PY:20, PYD:7, PD:6, PDD:1	PY:1, PYD:12, PD:18, PDD:3	PY:0, PYD:1, PD:18, PDD:15	PY:0, PYD:1, PD:10, PDD:23
4	0.55s	PY:15, PYD:9, PD:8, PDD:2	PY:0, PYD:13, PD:14, PDD:7	PY:0, PYD:7, PD:17, PDD:10	(220s) PY:0, PYD:1, PD:0, PDD:33
5	0.55s	PY:17, PYD:10, PD:6, PDD:1	PY:4, PYD:13, PD:10, PDD:7	PY:7, PYD:5, PD:9, PDD:13	PY:0, PYD:4, PD:7, PDD:23
6	0.7s	PY:17, PYD:8, PD:7, PDD:2	PY:5, PYD:15, PD:9, PDD:5	PY:8, PYD:8, PD:11, PDD:7	PY:0, PYD:3, PD:10, PDD:21
7	0.9s	PY:19, PYD:8, PD:6, PDD:1	PY:3, PYD:16, PD:6, PDD:9	PY:4, PYD:5, PD:11, PDD:14	PY:0, PYD:0, PD:4, PDD:30

valida para la elaboración de experimentos que involucren el análisis de escenarios presa-depredador.

REFERENCIAS

Barbosa, P. and Castellanos, I. (2005). *Ecology of predator-prey interactions*. Oxford University Press.

Bitetti, D. and Santiago, M. (2008). Depredadores tope y cascadas tróficas en ambientes terrestres. *Ciencia hoy*.

Boccaro, N. (2010). *Modeling complex systems*. Springer Science & Business Media.

Cabezas Venegas, N.A. (2017). Población. factores que intervienen en la dinámica de población. variaciones de una población (competencia, predación, simbiosis).

Chatterjee, A. and Pal, S. (2016). Interspecies competition between prey and two different predators with holling iv functional response in diffusive system. *Computers & Mathematics with Applications*, 71(2), 615–632.

Chen, J. (2019). *The predator-prey evolutionary robots system: from simulation to real world*. Ph.D. thesis, Department of Computer Science, Faculty of Informatics, Vrije Universiteit

Ferreras, P. (2015). Relaciones ecológicas de los depredadores. efectos del control de sus poblaciones. In *IV Congreso Andaluz de caza - hacia un modelo de calidad cinegética*.

Gómez, J. and Vélez, C. (2009). Modelo presa-depredador y su contextualización en el ámbito nacional e internacional.

K-TEAM (2011). Kilobot user manual. URL <https://www.k-team.com>.

Koch, A.L. (1974). Competitive coexistence of two predators utilizing the same prey under constant environmental conditions. *Journal of Theoretical Biology*, 44(2), 387–395.

Lee, S.H. (2006). Predator’s attack-induced phase-like transition in prey flock. *Physics Letters A*, 357(4-5), 270–274.

Nishimura, S.I. (2002). A predator’s selection of an individual prey from a group. *Biosystems*, 65(1), 25–35.

Nolfi, S. (2012). Co-evolving predator and prey robots. *Adaptive Behavior*, 20(1), 10–15.

Núñez Santiago, R. (2018). Análisis cualitativo de sistemas de ecuaciones diferenciales: aplicaciones a modelos de lotka-volterra n-dimensionales.

Oganician, A., Antonio, J., et al. (2017). Modelo depredador-presa de volterra-lotka.