

A development framework for tracking control in Hamiltonian systems

E. J. Guajardo Benavides* E. Alcorta Garcia*

* *Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Posgrado en Ingeniería Eléctrica, México.*
(e-mail: *evert.guajardobds4@gmail.com,*
efrain.alcortagr@uanl.edu.mx)

Abstract: The tracking control for port-controlled Hamiltonian(PCH) systems still represents a control challenge, even despite various results available in the literature. In this paper a canonical transformation available in the literature is used in order to transfer and/or to obtain controllers which solve the tracking problem in port-Hamiltonian systems and preserve the PCH structure either. The corresponding results are shown for three controllers. The considered procedure allows to transfer some existing results from Euler-Lagrange structure to the port-Hamiltonian ones, establishing clearly the requirements. A two degrees of freedom robot model is used in order to show and discuss the results obtained.

Keywords: Tracking control, generalized canonical transformations, PCH systems.

1. INTRODUCCIÓN

El diseño de controladores de seguimiento de trayectoria para sistemas Hamiltonianos es un campo de estudio que ha despertado un gran interés en los últimos años, en muchos casos usando pasividad como herramienta, ver por ejemplo Romero et al. (2015); Yaghmeaei and Yazdanpanah (2017); Reyes-Baez et al. (2017). La idea de utilizar una estructura es tomar ventaja de sus propiedades y poder garantizar mejores resultados, como en el caso de la robótica, ver por ejemplo Kelly et al. (2005) o en general para sistemas Euler-Lagrange en Ortega et al. (1998).

En la literatura de control se han reportado diferentes enfoques para solucionar el problema de seguimiento para sistemas con estructura puerto-Hamiltoniano. En (Fujimoto et al., 2003), en donde propone diseñar un sistema de error por medio de transformaciones canónicas generalizadas con el fin de convertir el problema de seguimiento en uno de estabilización. Sin embargo, al igual que el enfoque de Interconexión e inyección de amortiguamiento, conocido como IDA-PBC por sus siglas en inglés (Ortega et al., 2002), este requiere de la solución de una ecuación diferencial parcial(EDP) para realizar dichas transformaciones. Sin embargo, no es tarea fácil diseñar un controlador de seguimiento que preserve la estructura Hamiltoniana controlada por puerto (PCH) en lazo cerrado. Esto es debido a que la función de energía a transformar, debe ser variante en el tiempo; lo cual implica que la propiedad de pasividad no se cumpla en

general y se requiera aplicar una técnica de estabilización para sistemas Hamiltonianos por medio de controladores variantes en el tiempo (Fujimoto and Sugie, 2000).

Siguiendo los resultados de (Fujimoto et al., 2003), en (Mulero-Martínez, 2008) se presenta una estrategia de control de seguimiento para robots manipuladores representados por la estructura puerto-Hamiltoniano mediante transformaciones canónicas y control basado en pasividad, proponiendo una nueva metodología de modificación de la energía por medio de la introducción de campos virtuales no homogéneos que permite obtener leyes de control estándar para robots manipuladores como el controlador PD con compensación de gravedad(PD+) o el controlador PD con precompensación (PD con *feedforward*). En Dirksz and Scherpen (2012) un control adaptable es combinado con transformaciones canónicas para construir un control, que después es aplicado a sistemas puerto-Hamiltonianos. Un control de seguimiento que preserva la estructura PCH en lazo cerrado se muestra en (Donaire et al., 2014), en donde se comprueba estabilidad asintótica global en el sistema de error cuyo punto de equilibrio es el origen. Con el fin de presentar mayor robustez en el control, la ley de control se extiende con la adición de la acción integral para cancelar perturbaciones constantes explotando el procedimiento propuesto en (Donaire and Junco, 2009). Una idea diferente es propuesta en Romero et al. (2015), donde un se combina un controlador basado en pasividad con un nuevo observador de inmersión e invarianza. En Yaghmeaei and Yazdanpanah (2017) se utiliza propiedades de contracción para sistemas puerto-Hamiltonianos y mediante estas se propone un

* El primer autor agradece el apoyo de CONACYT y los autores agradecen el apoyo mediante el proyecto PAICYT-UANL-763.

enfoque que proviene del concepto de Interconexión e inyección de amortiguamiento (IDA-PBC) para el diseño de seguimiento. Otro enfoque, propuesto por Reyes-Baez et al. (2017), considera un control de seguimiento de trayectoria compuesto por un control equivalente, el cual convierte la superficie de deslizamiento en un conjunto invariante, y un control retroalimentado para asegurar la atracción hacia la invarianza previamente obtenida. Con esto se obtiene un error en el lazo cerrado que se contrae. Mas recientemente, Reyes-Baez et al. (2020) propone una familia de controladores basados en la contracción virtual, la cual resuelve el problema de seguimiento de trayectoria para referencias predefinidas.

Este trabajo se propone mostrar, mediante el uso de transformaciones canónicas generalizadas, que algunos resultados existentes en el caso de sistemas con estructura Euler Lagrange, pueden ser obtenidos también para estructuras puerto Hamiltonianas. Adicionalmente, con base a las transformaciones canónicas generalizadas, es posible obtener el control presentado en (Donaire et al., 2014). La contribución del presente trabajo radica mostrar el camino para establecer la obtención de tres controladores. Estos son verificados mediante simulaciones. No se pretende abonar a los resultados de controladores con ideas nuevas, sino que mas bien a hacer incapie en que hay mas resultados que se pueden derivar de controladores conocidos para otras estructuras.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la siguiente sección se revisan algunos preliminares relacionados con las transformaciones canónicas generalizadas aplicado al control de seguimiento. En la sección 3 se presenta y justifica el enfoque propuesto tomando como punto de partida el algoritmo propuesto en (Donaire et al., 2014). En la sección 4 se muestra una aplicación y se discuten los resultados. Las conclusiones finalizan el trabajo.

2. PRELIMINARES

2.1 Estructura PCH

La estructura Hamiltoniana controlada por puerto (PCH) fue introducida como una generalización de los sistemas Hamiltonianos convencionales (Maschke and van der Schaft, 1992) cuya representación permite dividir al sistema en una matriz de interconexiones $J(x)$, una de disipación $R(x)$ y una matriz de puerto $g(x)$ como se expresa en (1).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (J(x) - R(x))\nabla_x H^T(x) - g(x)u \\ y &= g(x)^T \nabla_x H^T(x)\end{aligned}\quad (1)$$

donde $H(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ es la energía total del sistema, $x = [q^T, p^T]^T \in \mathbb{R}^n$ las coordenadas generalizadas (posición y momento), $u, y \in \mathbb{R}^m$ representa la salida del sistema, $J(x) = -J(x)^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $R(x) = R(x)^T \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $\nabla_x H = \frac{\partial H}{\partial x}$.

Dada la propiedad de antisimetría de $J(x)$ se demuestra que el sistema es pasivo mediante la derivada temporal de $H(x)$:

$$\begin{aligned}\dot{H} &= \underbrace{(\nabla_x H)J(x)(\nabla_x H^T)}_{=0} - \underbrace{(\nabla_x H)R(x)(\nabla_x H^T)}_{\geq 0} + y^T u \\ \dot{H} &\leq y^T u\end{aligned}\quad (2)$$

2.2 Transformaciones canónicas generalizadas

Estas transformaciones constituyen la herramienta utilizada en este trabajo. Por completez se muestran dos resultados de (Fujimoto et al., 2003).

Teorema 1 (Fujimoto et al., 2003). (i) Considerar el sistema Hamiltoniano (1). Para cualquier función escalar $U(x, t)$ y función vectorial $\beta(x, t)$, existe un par de funciones $\Phi(x, t)$ y $\alpha(x, t)$ que produce una transformación canónica gemneralizada. La función $\Phi(x, t)$ produce una transformación canónica generalizada con $U(x, t)$ y $\beta(x, t)$ si y sólo si la ecuación entre derivadas parciales:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial(x, t)} \begin{pmatrix} (J - R) \frac{\partial U^T}{\partial x} + (K - S) \frac{\partial(H+U)^T}{\partial x} + g\beta \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

se satisface con $K(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, una matriz antisimétrica y $S(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, una matriz simétrica que satisface $R + S \geq 0$. Además, el cambio de salida $\alpha(x, t)$ y las matrices $\bar{J}(\bar{x}, t)$, $\bar{R}(\bar{x}, t)$ y $\bar{g}(\bar{x}, t)$ están dadas por

$$\begin{aligned}\alpha &\triangleq g^T \nabla_x U^T \\ \bar{g} &\triangleq \nabla_x \Phi g, \bar{J} \triangleq \nabla_x \Phi (J + K) \nabla_x \Phi^T, \bar{R} \triangleq \nabla_x \Phi (R + S) \nabla_x \Phi^T\end{aligned}\quad (4)$$

El sistema transformado resulta:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= (\bar{J}(\bar{x}, t) - \bar{R}(\bar{x}, t)) \nabla_{\bar{x}} \bar{H}(\bar{x}, t)^T + \bar{g}(\bar{x}, t) \bar{u} \\ \bar{y} &= \bar{g}(\bar{x}, t)^T \nabla_{\bar{x}} \bar{H}(\bar{x}, t)^T\end{aligned}\quad (6)$$

con el conjunto de transformaciones canónicas

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \Phi(x, t), \\ \bar{H} &= H(x, t) + U(x, t), \\ \bar{y} &= y + \alpha(x, t), \\ \bar{u} &= u + \beta(x, t)\end{aligned}\quad (7)$$

(ii) Si el sistema (1) es transformado por las transformaciones canónicas generalizadas con U , β y S tal que $H + U \geq 0$, entonces el nuevo mapeo entrada-salida $\bar{u} \mapsto \bar{y}$ es pasivo con función de almacenamiento \bar{H} si y sólo si

$$\frac{\partial \Phi}{\partial(x, t)} \begin{pmatrix} (J - R) \frac{\partial U^T}{\partial x} + g\beta - S \frac{\partial(H+U)^T}{\partial x} \\ -1 \end{pmatrix} \geq 0 \quad (8)$$

(iii) Supongamos además que (8) se cumple, que $H + U$ es positivo definido, y que el sistema es detectable en estado cero. Entonces la retroalimentación $u = -\beta - C(x, t)(y + \alpha)$ con $C(x, t) \geq \varepsilon I > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ convierte al sistema asintóticamente estable. Suponemos además

que $H + U$ es decreciente y el sistema transformado es periódico. Entonces la retroalimentación convierte al sistema uniformemente asintóticamente estable. \square

2.3 Control de seguimiento para sistemas Hamiltonianos

El empleo de transformaciones canónicas generalizadas permite convertir el problema de seguimiento en uno de estabilización, esto mediante la construcción de un sistema de error a través de la solución de (3). En este caso, se debe seleccionar el cambio de coordenadas $\Phi(x, t)$ que satisfaga

$$\Phi(x, t) = 0 \Leftrightarrow x = x_d(t), \forall t \geq t_0 \quad (9)$$

De igual forma, se selecciona \bar{H} tal que su valor mínimo sea en las trayectorias deseadas $x_d(t)$

$$(H + U)(x, t) \geq (H + U)(x_d(t), t) = 0, \forall t, x \quad (10)$$

ya que es una condición fundamental puesto que \bar{H} juega el papel de función de Lyapunov cuando se pretende estabilizar el sistema de error.

3. RESULTADOS PRINCIPALES

En esta sección se contempla el caso para los sistemas mecánicos completamente actuados representados por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} \nabla_x H^T(x) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u \\ y &= \nabla_p H^T(x) = \dot{q} \end{aligned} \quad (11)$$

donde

$$H(x) = \underbrace{\frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p}_{\text{E. cinética}} + \underbrace{V(q)}_{\text{E. potencial}} \quad (12)$$

Se pretende encontrar una ley de control u que asegure

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = q_d(t) \quad (13)$$

Sea el siguiente cambio de coordenadas

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q - q_d(t) \\ p - p_d(t) + \Gamma \nabla \bar{V}(\bar{q}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

con para $\Gamma > 0$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$, una matriz constante, por lo tanto

$$\nabla_x \Phi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \Gamma \nabla^2 \bar{V} & I \end{bmatrix}, \nabla_t \Phi = \begin{bmatrix} -\dot{q}_d(t) \\ -\dot{p}_d(t) - \Gamma \nabla^2 \bar{V} \dot{q}_d(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde $\bar{V}(\bar{q})$, la energía potencial deseada cuyo gradiente se representa por $\nabla \bar{V}(\bar{q})$ y satisface $\arg \min \bar{V}(\bar{q}) = 0$.

Sea también la siguiente función de energía deseada

$$\bar{H}(\bar{x}) = \frac{1}{2} \bar{p}^T M_d^{-1} \bar{p} + \bar{V}(\bar{q}) \quad (16)$$

donde M_d es una matriz constante tal que $M_d = M_d^T > 0$. Esto implica que

$$U(x) = -H(x) + \frac{1}{2} \bar{p}^T M_d^{-1} \bar{p} + \bar{V}(\bar{q}) \quad (17)$$

Se proponen las matrices $K(x)$ y $S(x)$ de la siguiente forma

$$K = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1} M_d - I \\ I - M_d M^{-1} & M_d M^{-1} (\nabla^2 \bar{V})^T \Gamma^T - \Gamma (\nabla^2 \bar{V}) M^{-1} M_d \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} M^{-1} \Gamma & -M^{-1} \Gamma (\nabla^2 \bar{V}^T) \Gamma^T \\ -\Gamma (\nabla^2 \bar{V}) \Gamma^T M^{-1} & \Gamma (\nabla^2 \bar{V}) M^{-1} \Gamma (\nabla^2 \bar{V})^T \Gamma^T \end{bmatrix}$$

Para satisfacer (3) β es:

$$\beta = -\dot{p}_d(t) - \nabla_q H^T + M_d M^{-1} \nabla \bar{V} - \Gamma \nabla^2 \bar{V} (M^{-1} \Gamma \nabla \bar{V} - M^{-1} \bar{p}) \quad (18)$$

por lo tanto se tienen las siguientes transformaciones canónicas

$$\alpha = \nabla_p U^T = -M^{-1} p + M_d^{-1} \bar{p} \quad (19)$$

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} M^{-1} \Gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\bar{g} = g = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (22)$$

que convierten al sistema original en otro que preserva la estructura PCH

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} -M^{-1} \Gamma & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & 0 \end{bmatrix} \nabla_{\bar{x}} \bar{H}^T(\bar{x}) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{y} &= \bar{g}^T(\bar{x}) \nabla_{\bar{x}} \bar{H}^T(\bar{x}) = M_d^{-1} \bar{p} \end{aligned} \quad (23)$$

asumiendo que $M^{-1} \Gamma = \Gamma^T M^{-1}$.

Suponemos que se cumple el Teorema 1 de (Fujimoto et al., 2003), retroalimentamos el sistema mediante una función $C(x) \geq \varepsilon I > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ como se muestra en la figura (1),

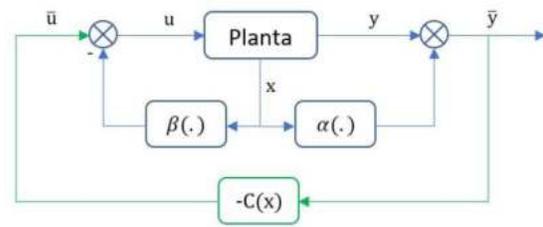


Figure 1. Transformación canónica (Lazo cerrado)

de manera que (23) se represente en lazo cerrado como sigue

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} -M^{-1} \Gamma & M^{-1} M_d \\ -M_d M^{-1} & -C(x) \end{bmatrix} \nabla_{\bar{x}} \bar{H}^T(\bar{x}) \\ \bar{y} &= \bar{g}^T(\bar{x}) \nabla_{\bar{x}} \bar{H}^T(\bar{x}) = M_d^{-1} \bar{p} \end{aligned} \quad (24)$$

3.1 Controlador 1

Nótese que (24) preserva la estructura PCH, además si $-C(x) = (J_2 - R_2)$ para $J_2 = -J_2^T$ y $R_2 = R_2^T > 0$, se obtiene el mismo esquema en lazo cerrado que en la (Ec.17) de (Donaire et al., 2014). Lo cual implicaría la siguiente ley de control

$$\begin{aligned}
 u &= -\beta - C(x)M_d^{-1}\bar{p} \\
 &= \dot{p}_d(t) + \nabla_q H^T - M_d M^{-1} \nabla \bar{V} + (J_2 - R_2)M_d^{-1}\bar{p} \\
 &\quad + \Gamma \nabla^2 \bar{V} (M^{-1} \Gamma \nabla \bar{V} - M^{-1} \bar{p})
 \end{aligned} \quad (25)$$

donde se asume $p_d(t) = M(q)\dot{q}_d(t)$.

3.2 Controlador 2

A pesar de que M_d se definió como una matriz constante, de la ecuación (24) podemos destacar que si M_d depende de q tal que $M_d = M(q)$, en conjunto con $\Gamma = 0$, $\bar{V}(\bar{q}) = \frac{1}{2}\bar{q}^T K_p \bar{q}$, para $K_p > 0$ y $C(x) = K_v > 0$; se obtiene

$$\beta = -\dot{p}_d + \frac{\nabla_q(\dot{q}_d^T M \dot{q}_d)^T}{2} - G(q) + K_p \bar{q}$$

tal que

$$\begin{aligned}
 u &= \dot{p}_d(t) - \frac{\nabla_q(\dot{q}_d^T M \dot{q}_d)^T}{2} + G(q) - K_p \bar{q} \\
 &\quad - K_v M^{-1} \bar{p}
 \end{aligned} \quad (26)$$

A esta ley de control se le conoce como controlador PD+.

3.3 Controlador 3

Suponiendo ahora que si

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= 0 \\
 M_d &= I \\
 \bar{V}(\bar{q}) &= \frac{1}{2}\bar{q}^T K_p \bar{q}, \text{ donde } K_p > 0 \\
 C(x) &= M^{-1} K_v > 0
 \end{aligned}$$

se obtiene

$$\beta = -\dot{p}_d(t) + \frac{(\nabla_q p^T M^{-1} p)^T}{2} - G(q) + M^{-1} K_p \bar{q}$$

tal que

$$\begin{aligned}
 u &= \dot{p}_d(t) - \frac{(\nabla_q p^T M^{-1} p)^T}{2} + G(q) - M^{-1} K_p \bar{q} \\
 &\quad - M^{-1} K_v \bar{p}
 \end{aligned} \quad (27)$$

En donde podemos ver la similitud que existe entre esta ley de control con el controlador Par calculado.

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se utiliza un brazo robótico de dos grados de libertad cuyo movimiento es rotacional, tal como se muestra en la figura (2)

4.1 Descripción del Sistema

Para este sistema, se utilizan los parámetros vistos en (Kelly, 2003) cuyos valores son los siguientes

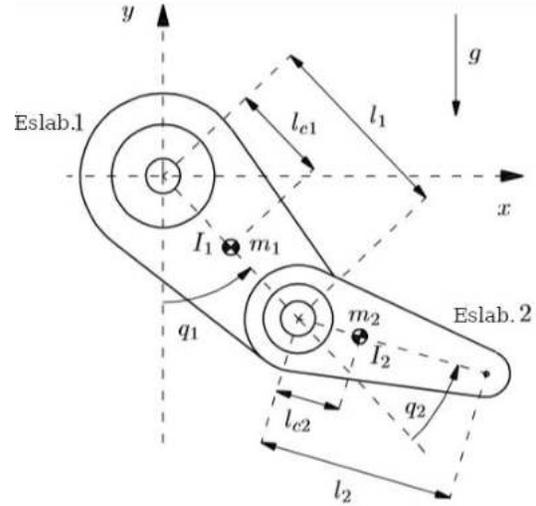


Figure 2. Brazo robótico de 2G.D.L. Tomada de Kelly et al. (2005)

Descripción	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 1	l_1	0.450	m
Longitud del eslabón 2	l_2	0.450	m
Distancia al centro de masa(eslabón 1)	l_{c1}	0.091	m
Distancia al centro de masa(eslabón 2)	l_{c2}	0.048	m
Masa del eslabón 1	m_1	23.902	kg
Masa del eslabón 2	m_2	3.880	kg
Inercia relativa al centro de masa(eslabón 1)	I_1	1.266	$kg.m^2$
Inercia relativa al centro de masa(eslabón 2)	I_2	0.093	$kg.m^2$
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s^2

Table 1. Valores de los parámetros del robot

Cuya matriz de inercia $M(q)$ y el vector de pares gravitacionales $G(q) = \nabla_q V^T(q)$ están dados por

$$M_{11}(q) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2$$

$$M_{12}(q) = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2$$

$$M_{21}(q) = M_{12}(q)$$

$$M_{22}(q) = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$G_1(q) = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin q_1 + m_2 l_{c2} g \sin (q_1 + q_2)$$

$$G_2(q) = m_2 l_{c2} g \sin (q_1 + q_2)$$

4.2 Diseño de los controladores

Para el caso de este brazo robótico articulado, se aplicarán las leyes de control obtenidas anteriormente con el fin de seguir las trayectorias $q_d(d)$ y $\dot{q}_d(t)$ como se muestra a continuación

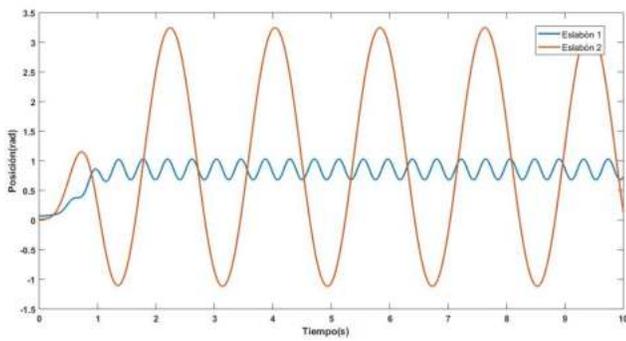


Figure 3. Posiciones de referencia

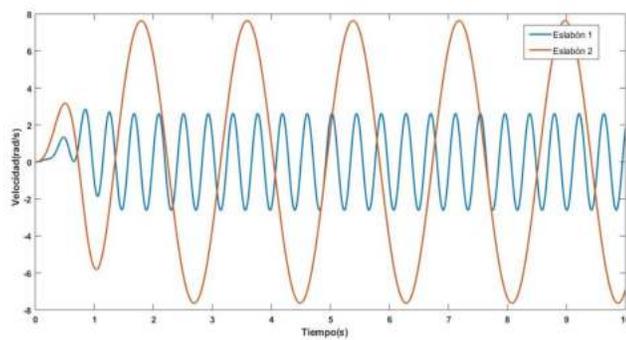


Figure 4. Velocidades de referencia

sin embargo, las trayectorias deseadas pueden ser cualquier función suficientemente suave (por lo menos dos veces diferenciable) y deben estar acotadas.

Se proponen las siguientes ganancias $K_p = \text{diag}\{900, 900\}$ y $K_v = \text{diag}\{60, 60\}$ y los parámetros (controlador 1) $M_d = I_2, \Gamma = I_2, J_2 = 0$ y $R_2 = K_v$

4.3 Simulación

A continuación se muestran los errores de posición y de velocidad con los respectivos pares aplicados a cada eslabón con condiciones iniciales $q_{10} = \frac{\pi}{4}$, $q_{20} = \frac{\pi}{2}$ y $p_{10} = p_{20} = 0$.

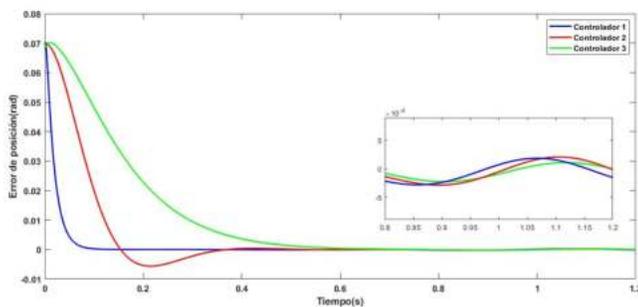


Figure 5. Errores de posición (Eslabón 1)

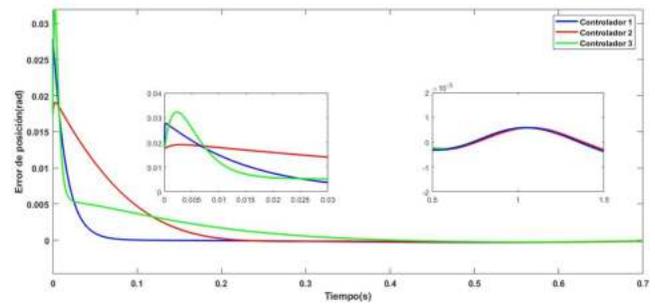


Figure 6. Errores de posición (Eslabón 2)

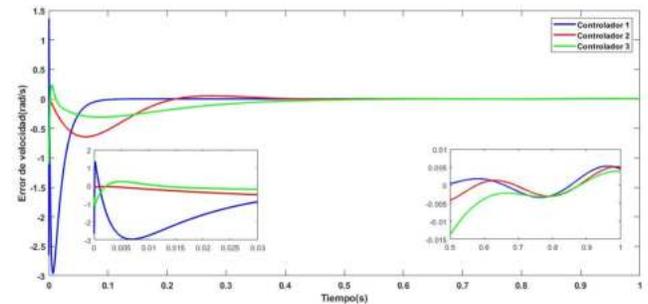


Figure 7. Errores de velocidad (Eslabón 1)

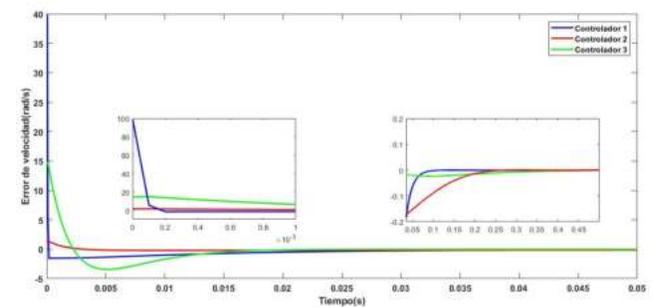


Figure 8. Errores de velocidad (Eslabón 2)

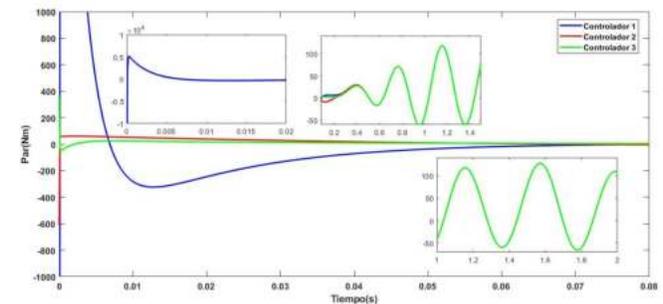


Figure 9. Pares aplicados al eslabón 1

4.4 Resultados

De las gráficas de las simulaciones, figuras 5-10, se puede apreciar que las 3 leyes de control consideradas cumplen

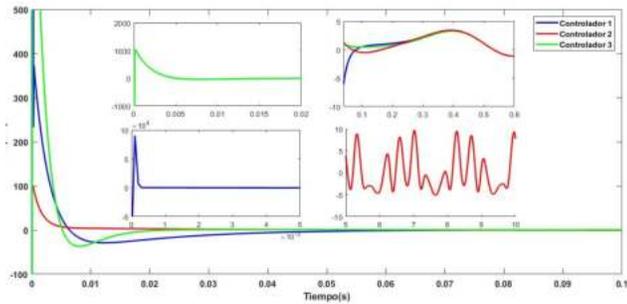


Figure 10. Pares aplicados al eslabón 2

con el objetivo de seguimiento, sin embargo, el controlador 1 (Donaire et al. (2014)) aplica mas par debido a que los parámetros seleccionados M_d y Γ hacen que las ganancias K_p y K_v se multipliquen ambas tanto por el error de posición como de momento, aumentando así, el par aplicado en los eslabones. Debido a esto, este controlador mostró mejor desempeño en el control de posición pero presenta mayor sobre tiro en el control de velocidad.

No es sencillo establecer una comparación de desempeño debido a que no se tiene una metodología de selección de ganancias para los controladores, de tal forma que se tenga una comparación justa. Sin embargo, este no fue el objetivo de este trabajo.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se propone un marco para el desarrollo de esquemas de control de seguimiento en sistemas Hamiltonianos por medio de transformaciones canónicas generalizadas siguiendo los resultados de (Fujimoto et al., 2003).

Del sistema transformado (23) se presentó que mediante modificaciones de los parámetros $M_d, \Gamma, \bar{V}(\bar{q})$ y la retroalimentación $\bar{u} = -C(x)\bar{y}$, se pueden obtener otros algoritmos reportados, de los cuales se presentaron 3 leyes de control. En principio, el camino seguido sugiere que otros algoritmos para modelos Euler-Lagrange, disponibles en la literatura, pueden ser trasladados para ser aplicados a sistemas puerto-Hamiltoniano, siguiendo la misma idea.

Esta metodología fue aplicada a los sistemas mecánicos sin fricción, pero de igual manera, puede ser aplicado a aquellos que presentan algún tipo de fricción o disipación; siempre y cuando se conozca la naturaleza de este y sea representado con la estructura PCH.

REFERENCES

Dirksz, D. and Scherpen, J.M.A. (2012). Structure preserving adaptive control of port-hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(11), 2880–2885.

Donaire, A., Perez, T., and Bartlett, N. (2014). Tracking control of a class of hamiltonian mechanical systems with disturbances. In *Proceedings of Australasian*

Conference on Robotics and Automation. Australian Robotics & Automation Association ARAA.

Donaire, A. and Junco, S. (2009). On the addition of integral action to port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 45(8), 1910–1916.

Fujimoto, K., Sakurama, K., and Sugie, T. (2003). Trajectory tracking control of port-controlled hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *Automatica*, 39(12), 2059–2069.

Fujimoto, K. and Sugie, T. (2000). Time-varying stabilization of hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *IFAC Proceedings Volumes*, 33(2), 63–68.

Kelly, R., Santibáñez, V., and Loria, A. (2005). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer.

Kelly, R. y Santibáñez, V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Pearson Educación,S.A., Madrid, first edition.

Maschke, B.M. and van der Schaft, A.J. (1992). Port-controlled hamiltonian systems: modelling origins and systemtheoretic properties. *IFAC Proceedings Volumes*, 25(13), 359–365.

Mulero-Martínez, J.I. (2008). Canonical transformations used to derive robot control laws from a port-controlled hamiltonian system perspective. *Automatica*, 44(9), 2435–2440.

Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P.J., and Sira Ramirez, H. (1998). *Passivity based Control of Euler Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer.

Ortega, R., Van Der Schaft, A., Maschke, B., and Escobar, G. (2002). Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38(4), 585–596.

Reyes-Baez, R., der Schaft, V., and Jayawardhana, B. (2017). Tracking control of fully actuated port-hamiltonian mechanical systems via sliding manifolds and contraction analysis. In *IFAC PapersOnLine 50-1*, 50-1, 8256–8261.

Reyes-Baez, R., van der Schaft, A., and Jayawardhana, B. (2020). A family of virtual contraction based controllers for tracking of flexible-joints port-hamiltonian robots: theory and experiments. *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 1–27.

Romero, J.G., Ortega, R., and Sarras, I. (2015). A globally exponentially stable tracking controller for mechanical systems using position feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(3), 818–823.

Yaghmeaei, A. and Yazdanpanah, M.J. (2017). Trajectory tracking for a class of contractive port hamiltonian systems. *Automatica*.