

Stabilization strategy for an unstable second-order delay system based on an observer

G.E. Martínez-Barrera * J.F. Márquez-Rubio *
B. Del Muro-Cuéllar *

* Instituto Politécnico Nacional, ESIME Culhuacán, Av. Santa Ana
No. 1000, Coyoacán, México (e-mail: gabriel.mtz.barrera@gmail.com,
jfcopr23@yahoo.com.mx, bdelmuro@yahoo.com).

Abstract: This work considers the stabilization of an unstable second order system with a delay, for which an observer scheme is proposed that manages to estimate the internal signal of the system that is not available for measurement. With the estimated signal it is possible to design a controller for the delay-free system. The key point to carry out this estimation strategy is that the estimated signal is equal to the internal signal of the system. In this writing, the conditions that must be met to achieve convergence in the proposed observer scheme are given. In addition, a follow-up and disturbance rejection analysis is done. And finally, the correct functioning of the observer scheme is verified with an example.

Keywords: delay, observers, stability, predictor, unstable systems.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas con retardo son sistemas que se presenta comúnmente en diferentes campos de aplicación, tales como comunicaciones satelitales (Hernández and Leonardo (2009)), procesos químicos, como reactores químicos discontinuos (Liu et al., 2005), en procesos tecnológicos como la operación remota (Campos Delgado and Luna Rivera (2013)), (Ailon and Gil (2000)), incluso aparecen en los sistemas biológicos y económicos. En control, se le conoce como retardo al tiempo que transcurre desde que se realiza un cambio en la señal de entrada y cuando el cambio es percibido en la salida. Los sistemas con retardo suelen ser muy problemáticos, cuando se desean controlar, esto debido a que al cerrar el lazo de control y analizar la función de transferencia, tanto en el numerador como en el denominador se encuentra incluido el retardo, por lo que, la ecuación característica presenta un número infinito de raíces.

Diseñar alguna técnica de control para sistemas con retardo sin considerar el atraso en el tiempo no es viable cuando el retardo del sistema es considerablemente grande en comparación con la constante de tiempo del sistema. Por ello, muchos investigadores han realizado trabajos relacionados al control de sistemas con retardo. Por ejemplo, algunos autores propusieron representar el retardo de una manera racional por medio de una expansión de series de Taylor (Gouaisbaut and Peaucelle (2006)) o por aproximaciones de Padé (Marquez-Rubio et al. (2019)). Otros autores propusieron estrategias basadas en los controla-

dores clásicos, Proporcional (P), Proporcional-Derivativo (PD), Proporcional-Integral (PI) y Proporcional-Integral-Derivativo (PID), por ejemplo ver Liu et al. (2005). Los tres trabajos mencionados se enfocan en sistemas de primer y segundo orden con retardo. Por otra parte, Lee et al. (2010) realiza un análisis de las condiciones que debe cumplir el sistema a controlar para diseñar los controladores P, PD, PI, PID. Este último trabajo aborda sistemas de orden n con un polo inestable y además proporciona los parámetros de cada controlador.

Una forma ideal para estabilizar sistemas con retardo es medir la variable antes de que se produzca el atraso en el tiempo (Fig. 1). Si dicha señal estuviera disponible se puede diseñar un controlador que no tome en cuenta el retardo, que podría ser cualquier estrategia de control para sistemas sin retardo. Sin embargo, en estos procesos no hay forma de medir la señal interna del sistema, ya que solo se tiene acceso a la señal de entrada y de salida. Una solución a este problema es estimar la variable o señal interna de sistema con retardo, esto se puede lograr a través del diseño de un observador y/o predictor.

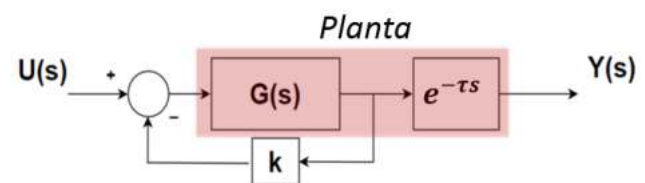


Figura 1. Caso ideal de control para sistemas con retardo

El primer antecedente de las estrategias de estimación actuales es el conocido predictor de Smith, (Smith, 1957) (Fig. 2), dicho predictor tiene la peculiaridad de lograr estimar la señal antes de que se produzca el retardo. Sin embargo el principal problema del predictor de Smith tradicional es que solo sirve para sistemas estables con retardo, debido a este problema existen en la literatura varios trabajos que proponen modificaciones a la estructura del predictor de Smith tradicional, véase por ejemplo Del-Muro-Cuéllar et al. (2012) o Seshagiri et al. (2007).

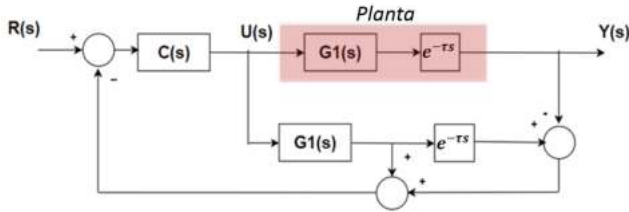


Figura 2. Predictor de Smith

Este trabajo propone una estructura observador/predictor para sistemas de segundo orden con un polo inestable y retardo, con el fin de obtener una señal estimada. Este escrito se concentra en el estudio de la convergencia de la señal estimada de interés a la señal original del sistema analizado. La ventaja de esta propuesta es que permite estabilizar sistemas con un retardo mayor a trabajos anteriormente publicados. El observador/predictor propuesto requiere solo de dos parámetros de diseño; en este escrito se presenta una metodología para la obtención de dichos parámetros.

El trabajo presenta el siguiente orden: en la Sección 2 se presentan los resultados preliminares utilizados; en la Sección 3 se propone la estrategia de estimación, en la Sección 4 se analiza el seguimiento y rechazo a perturbaciones del esquema propuesto, en la Sección 5 se presenta un ejemplo con sus respectivos resultados de simulación, y por último en la Sección 6 se muestran las conclusiones.

2. RESULTADOS PRELIMINARES

Considere el sistema inestable de segundo orden con retardo definido por la siguiente ecuación,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s)G_2(s)e^{-\tau s} \quad (1)$$

donde

$$G_1 = \frac{1}{s + b_1}, \quad (2)$$

$$G_2 = \frac{b}{s - a}, \quad (3)$$

el controlador PD definido por

$$C(s) = K_p(K_d s + 1) \quad (4)$$

y la estructura de control mostrada en la Fig. 3. La función de transferencia del esquema de la Fig. 3 es,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p b (K_d s + 1) e^{-\tau s}}{(s - a)(s + b_1) + K_p b e^{-\tau s} (K_d s + 1)} \quad (5)$$

cuya ecuación característica esta dada por

$$(s - a)(s + b_1) + K_p b e^{-\tau s} (K_d s + 1) = 0, \quad (6)$$

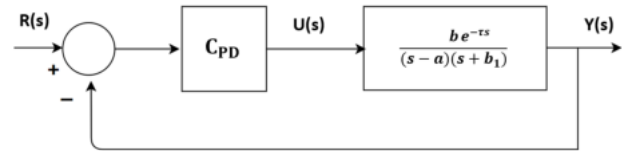


Figura 3. Esquema de un controlador PD para un sistema inestable de segundo orden

En el siguiente lema se muestran las condiciones de estabilidad para el esquema de la Fig. 3

Lema 1 (Lee et al., 2010): Considere el sistema dado por la Ec. (1) y el controlador descrito en la Ec. (4), conectados en cascada y con realimentación unitaria como se muestra en la Fig. 3. Entonces, existen ganancias K_p y K_d , tal que el sistema en lazo cerrado dado por Ec. (5), es BIBO estable (bounded-input bounded-output) si y sólo si $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$.

Los valores estabilizantes de las ganancias para el controlador utilizado en el Lema 1 son,

$$\tau - \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} < K_d < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}} \quad (7)$$

$$\frac{a}{b} * b_1 < K_p < \frac{a}{b} \sqrt{\frac{(a^2 + \omega_c^2)(b_1^2 + \omega_c^2)}{1 + K_d^2 \omega_c^2}}, \quad (8)$$

el rango de K_d se obtiene usando la expresión (7) con los valores a , b , b_1 y τ que proporciona la planta (Ec. (1)) y se elige un valor K_d dentro de ese intervalo. El rango de K_p se obtiene haciendo uso de la expresión (8), usando la ganancia K_d elegida anteriormente, con ω_c el valor mínimo positivo que satisface la siguiente ecuación

$$-\tau \omega_c + a \tan\left(\frac{\omega_c}{a}\right) + a \tan(\omega_c K_d) - a \tan\left(\frac{\omega_c}{b_1}\right) = 0 \quad (9)$$

y se elige un valor K_p dentro de ese intervalo.

3. ESTRATEGIA DE ESTIMACIÓN

Este trabajo propone un esquema observador/predictor como se muestra en la Fig. 5, este esquema logra que la

señal $\hat{\omega}(s)$ converja con la señal $\omega(s)$, esto con el fin de que el controlador $C(s)$ que se usará para el sistema descrito por la Ec. (1), se diseñe para el sistema libre de retardo $G_1(s)G_2(s)$. Pero antes es importante tomar en cuenta un resultado que será de ayuda para demostrar que $\hat{\omega}(s)$ converge con $\omega(s)$, dicho resultado se describe en el Lema 2.

Lema 2: Considere el sistema dado por la Ec. (1) con una inyección de salida descrita en la Fig. 4, con una función de transferencia dada por

$$\frac{Y_2(s)}{U_2(s)} = \frac{be^{-\tau s}}{(s-a)(s+b_1) + (g_1b_1 + g_2)be^{-\tau s}\left(\frac{g_1}{g_1b_1 + g_2} + 1\right)}, \quad (10)$$

cuya ecuación característica esta dada por

$$(s-a)(s+b_1) + (g_1b_1 + g_2)be^{-\tau s}\left(\frac{g_1}{g_1b_1 + g_2} + 1\right) = 0. \quad (11)$$

Entonces, existen g_1 y g_2 , tal que el esquema de inyección en lazo cerrado dado en la Ec. (10) es estable si y sólo si $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$.

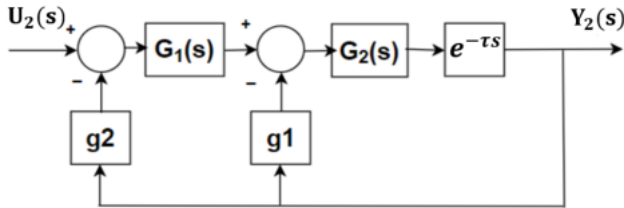


Figura 4. Esquema de inyección

Demostración: Comparando la Ec. (11) con la Ec. (6) se puede apreciar que son similares, por lo tanto, para lograr estabilidad en la estructura de control de la Fig. 3 y en el esquema de inyección de la Fig. 4, se debe cumplir que $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$.

Por otra parte, para lograr estabilidad en el esquema mostrado en la Fig. 4 los valores de g_1 y g_2 estan dados por,

$$-\frac{a}{b_1^2(a\tau - 1)} < \beta < -\frac{a^2 \left(\left(\frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{a^2} \right) b_1 + \sqrt{\frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{a^2}} \right)}{b_1^2}, \quad (12)$$

$$\frac{ab_1}{b(b_1\beta + 1)} < g_2 < \frac{a\sqrt{(a^2 + \omega^2)(b_1^2 + \omega^2)}}{b(b_1\beta + 1)\sqrt{\frac{\beta^2\omega^2}{(b_1\beta + 1)^2} + 1}} \quad (13)$$

con

$$\beta = \frac{g_1}{g_2}. \quad (14)$$

El rango de β se obtiene usando la expresión (12) con los valores a , b_1 , b y τ que proporciona la planta (Ec. (1)) y se elige un valor β dentro de ese intervalo. El rango de g_2 se obtiene haciendo uso de la expresión (13), usando el parámetro β elegido anteriormente, con ω_c el valor mínimo positivo que satisface la siguiente ecuación

$$-\tau\omega_c + \text{atan}\left(\frac{\omega_c}{a}\right) + \text{atan}(\omega_c\alpha) - \text{atan}\left(\frac{\omega_c}{b_1}\right) = 0 \quad (15)$$

con $\alpha = \frac{\beta}{\beta b_1 + 1}$. Una vez obtenidos los valores para β y g_2 , el valor de g_1 se calcula despejando dicho parámetro de la Ec. 14.

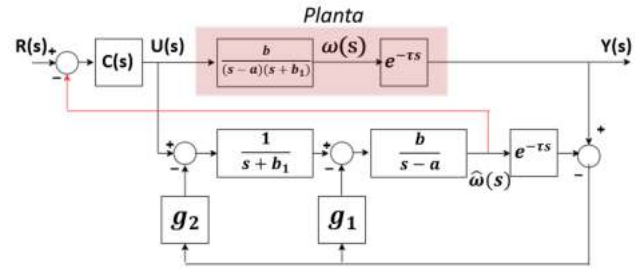


Figura 5. Esquema observador/predictor propuesto

Ahora, para lograr que la señal $\hat{\omega}(s)$ mostrada en la Fig. 5 converja con la señal $\omega(s)$ es necesario que la diferencia entre ambas sea cero, esto se demuestra en el siguiente teorema.

Teorema 1: Considere el esquema observador/predictor mostrado en la Fig. 6. Entonces existen ganancias g_1 y g_2 tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{\omega}(t) - \omega(t)] = 0$ si y sólo si $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$ con,

$$\omega(t) = \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

y

$$\hat{\omega}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1(t) \\ \hat{\omega}_2(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Demostración: Considere el esquema mostrado en la Fig. 6, cuya dinámica completa puede ser descrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1(t) \\ \dot{\omega}_2(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_1(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 0 & -b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & -b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ \hat{\omega}_1(t) \\ \hat{\omega}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -bg_1 & bg_1 \\ 0 & 0 & -g_2 & g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{y}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (18)$$

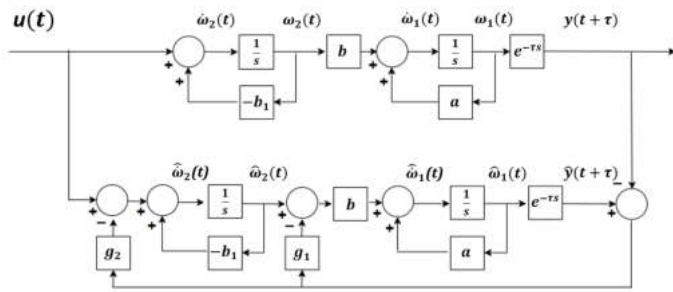


Figura 6. Esquema observador/predicor propuesto sin acción de control

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t + \tau) \\ y(t + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1(t) \\ \omega_1(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Definiendo el error de predicción como $e_\omega(t) = \hat{\omega}(t) - \omega(t)$ y la estimación del error de salida como $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$, es posible describir el comportamiento de la señal del error como:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{\omega_1}(t) \\ \dot{e}_{\omega_2}(t) \\ e_{y(t+\tau)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & -bg_1 \\ 0 & -b_1 & -g_2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\omega_1}(t) \\ e_{\omega_2}(t) \\ e_y(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Considere ahora una realización del espacio de estados de la Ec (10) el cual se puede escribir como,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ y(t + \tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & -bg_1 \\ 0 & -b_1 & -g_2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (21)$$

Como se puede apreciar, las condiciones de estabilidad dadas en el Lema 2 para el sistema descrito por la Ec. (21), son equivalentes para el sistema de la Ec. (20). Por tanto, el sistema descrito en la Ec. (21) es estable si y sólo si $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$, cuya condición es la misma para que el error de predicción $e_\omega(t)$ tienda a cero cuando el tiempo tiende a infinito.

Las estrategias mostradas en la literatura para sistemas de segundo orden inestables con retardo son posibles de diseñar siempre y cuando el retardo $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, véase Pedraza-Beltrán et al. (2009). Ahora, como se demostró en el Teorema 1, el esquema propuesto es posible de diseñar si y sólo si $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$, lo cual claramente amplía la condición de retardo y por consecuencia supera a las condiciones existentes en la literatura.

4. SEGUIMIENTO Y RECHAZO A PERTURBACIONES

Una vez obtenida la señal de estimación $\hat{\omega}(s)$, se procede a realizar control sobre la planta usando la señal estimada.

Considere el esquema mostrado en la Fig. 7. La estructura de la Fig 7 es la propuesta principal de este trabajo, la cual consiste en la etapa de estimación diseñada en la sección anterior y una etapa de control a través de $C(s)$.

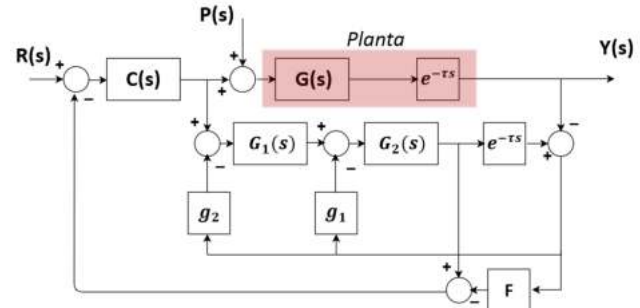


Figura 7. Esquema que presenta seguimiento y rechazo a perturbaciones

En esta sección se pretende demostrar que el esquema de control propuesto es capaz de seguir referencia del tipo escalón, para ello se hace uso de un controlador $C(s)$ tipo PID, definido por

$$C(s) = K_p + T_d s + \frac{1}{T_i s}, \quad (22)$$

ahora es posible enunciar el siguiente Lema.

Lema 3: Considere el esquema mostrado en la Fig. 7 con $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$ y $R(s) = \frac{\delta}{s}$ es la referencia de entrada tipo escalón. Entonces, el $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \delta$, si $C(s)$ es un PID y $F = 1$.

Demostración: La función de transferencia de la Fig. 7 $\frac{Y(s)}{R(s)}$ con $P(s) = 0$ esta dada por,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{J_6}{1 + F J_6} \quad (23)$$

con,

$$\begin{aligned} J_6 &= \frac{J_5}{1 + J_2 J_5} \\ J_5 &= \frac{J_4 G(s) e^{-\tau s}}{1 + J_3 J_4 g_2 G(s) e^{-\tau s}} \\ J_4 &= \frac{C(s)}{1 + J_3 C(s)} \\ J_3 &= \frac{G_1(s) G_2(s) (1 - e^{-\tau s})}{1 + G_2(s) e^{-\tau s} (g_1 + g_2 G_1(s))} \\ J_2 &= \frac{g_1 G_2(s) (1 - e^{-\tau s})}{1 + g_1 G_2(s) e^{-\tau s}} \\ J_1 &= \frac{G_2(s) e^{-\tau s}}{1 + g_1 G_2(s) e^{-\tau s}} \end{aligned}$$

Aplicando el teorema del valor final con $R(s) = \frac{\delta}{s}$, como entrada de referencia a la función de transferencia dada por la Ec. (23), se obtiene,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Y(s)}{R(s)} \frac{\delta}{s} = \delta \quad (24)$$

Lo que demuestra que el esquema mostrado en la Fig. 7 es capaz de seguir referencia del tipo escalón.

Ahora, para demostrar que el esquema mostrado en la Fig. 7 es capaz de rechazar perturbaciones del tipo escalón, se presenta el siguiente Lema.

Lema 4: Considere el esquema mostrado en la Fig. 7 con $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$ y $P(s) = \frac{\gamma}{s}$ es la perturbación de entrada de tipo escalón. Entonces, el $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$, si $C(s)$ es un PID y $F = 1$.

Demostración: La función de transferencia $\frac{Y(s)}{P(s)}$ con $R(s) = 0$ esta dada por,

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{G(s)e^{-\tau s}}{1 + J_4(F + J_2 + J_3g_2)G(s)e^{-\tau s}} \quad (25)$$

Aplicando el teorema del valor final con $P(s) = \frac{\gamma}{s}$, como entrada de referencia a la función de transferencia dada por la Ec.(25), se obtiene,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Y(s)}{P(s)} \frac{\gamma}{s} = 0 \quad (26)$$

Lo que demuestra que el esquema mostrado en la Fig. 7 es capaz de rechazar perturbaciones del tipo escalón.

5. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

La efectividad de la metodología propuesta será ahora evaluada mediante el siguiente ejemplo.

Ejemplo: Considere el proceso con retardo inestable dado por la función de transferencia,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s-1)(s+5)} e^{-\tau s} \quad (27)$$

con $\tau = 0.6$. Este retardo cumple que $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$, entonces por el Teorema 1 existen ganancias g_1 y g_2 . Usando la Ec. (12) y la Ec. (13) se encuentra el rango $-0.222 < \beta < 0.43$, para la simulación se elige un valor dentro de los valores obtenidos, para este caso $\beta = 0.33$. Una vez elegido el valor de β se obtiene el rango $1.2048 < g_2 < 5.385$, se elige $g_2 = 3$ y usando la Ec. 14 se obtiene $g_1 = 0.99$.

Es importante mencionar que el rango de ganancias para g_2 depende directamente del valor que se elija para el

parámetro β . En la Fig. 8 se muestran todos los valores de β y g_2 que logran convergencia para el esquema mostrado en la Fig. 7.

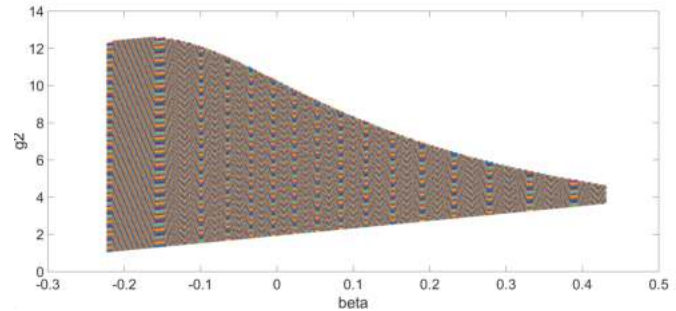


Figura 8. Valores de los parámetros β y g_2 que logran convergencia

Con los parámetros g_1 y g_2 elegidos, se procede a realizar una primera simulación para verificar que el error de predicción $e_w(t)$ tienda a cero. Se hace uso de la estructura mostrada en la Fig. 6, con $U(s)$ una entrada escalón de amplitud 1 y condiciones iniciales para los estados de la planta libre de retardo de 0.1, en cada uno de los estados. La respuesta obtenida para $e_w(t)$ se muestra en la Fig. 9.

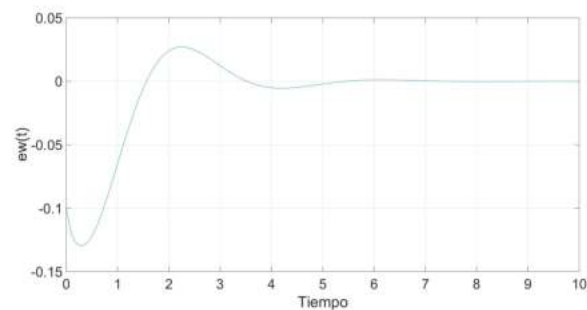


Figura 9. Error de estimación

Una vez comprobado que los valores de g_1 y g_2 elegidos anteriormente logran que $e_w(t)$ tienda a cero, se procede a realizar un segundo experimento haciendo uso de la estructura mostrada en la Fig. 7. Para ello se usa un controlador $C(s)$ tipo PID con ganancias $k_d = 11.1$, $k_p = 44.4$ y $k_i = 3$, una entrada $R(s)$ escalón de amplitud 1 y una perturbación $P(s)$ escalón de amplitud 1, esta última afecta al sistema 50 segundos después de iniciada la simulación, $F = 1$ y condiciones iniciales para los estados de la planta libre de retardo de 0.1. La respuesta obtenida se muestra en la Fig. 10.

Como se puede apreciar el esquema propuesto en este trabajo logra seguir la referencia y rechaza la perturbación, con lo que es posible decir que los resultados obtenidos fueron exitosos.

6. CONCLUSIONES

Como es posible, la finalidad del esquema de inyección es la obtención de una señal estimada que sea igual a la

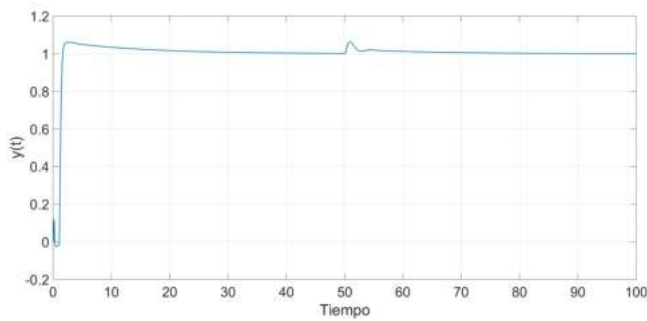


Figura 10. Respuesta del esquema propuesto ante una entrada escalón y perturbación.

señal interna antes del retardo. Aunque es claro que se toma como base los resultados obtenidos por Lee et al. (2010) para la convergencia del error en este trabajo, la aplicación es distinta, mientras que el trabajo citado se enfoca en el diseño de controladores por retroalimentación de salida simple para sistemas con retardo, la propuesta de este escrito es el diseño de un observador/predicador para diseñar un controlador P, PI, PD y/o PID para el sistema libre de retardo.

Este trabajo demuestra que la inyección de dos ganancias en el esquema observador/predicador propuesto, logra ampliar la condición de retardo de $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ a $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$. Esto es importante para aquellos procesos que presentan tiempos muertos grandes, con la estrategia mostrada en este escrito se puede dar solución a la problemática que representa controlar sistemas inestables, cuyo tiempo muerto no sobrepase que $\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b_1^2}}$. Es importante señalar que la elección del parámetro β y g_2 hará que la respuesta de salida del sistema presente oscilaciones, sin embargo las oscilaciones disminuirán cuando β y g_2 no se encuentren cerca de los límites de los rangos, con esta idea se puede mejorar la respuesta del sistema. Se considera como trabajo a futuro la extensión de los resultados mostrados en este escrito, ahora para sistemas con más polos inestables/estables.

REFERENCIAS

- Ailon, A. and Gil, M.I. (2000). Stability analysis of a rigid robot with output-based controller and time-delay. *Systems and Control Letters*, Vol. 40–(1), 31–35.
- Campos Delgado, D. and Luna Rivera, J. (2013). Performance study of distributed power control algorithms under time-delays and measurement uncertainty. *IEEE Latin America Transactions*, 11(2), 690–697. doi: 10.1109/TLA.2013.6533956.
- Del-Muro-Cuéllar, B., Marquez-Rubio, J.F., Velasco-Villa, M., and Alvarez-Ramírez, J. (2012). On the control of unstable first order linear systems with large time lag: observer based approach. *European Journal of Control*, Vol. 5, 439–451.
- Gouaisbaut, F. and Peaucelle, D. (2006). Stability of time delay systems with non-small delay. 840–845. In Proceedings of the 45th IEEE Conf. on Decision and control., San Diego, CA, USA.
- Hernández, R. and Leonardo, R. (2009). *Análisis del método MFSP (Múltiple Frames into Single Packet) para contrarrestar los retardos en los sistemas satelitales en transmisión de Voip*. QUITO/ EPN/ 2009.
- Lee, S.C., Wang, Q.G., and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *J. Process Control*, Vol. 20, 235–239.
- Liu, T., Zhang, W., and D.Gu (2005). Analytical design of two-degree of freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay. *J. Process Control*, Vol. 15, 559–572.
- Marquez-Rubio, J.F., Pimentel-Medina, V.M., Del-Muro-Cuéllar, B., and Novella-Rodríguez, D. (2019). Obtención de los parámetros de un observador de estados propuesto para sistemas con retardo. *Congreso Nacional de Control Automático (AMCA)*.
- Pedraza-Beltrán, Y., Gonzalez-Nagera, O., and Muro-Cuéllar, B.D. (2009). Stabilization of high-order systems with delay using a predictor schema. *52nd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems*.
- Seshagiri, R.A., Rao, V.S., and Chidambadam, M. (2007). Simple analytical design of modified smith predictor with improved performance for unstable first-order plus time delay (ufoptd) processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 46, 4561–4571.
- Smith, O.J.M. (1957). Close control of loops with dead time. *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 53.