

Model-based predictive control for trajectory tracking of a quadrotor

E. Salazar-Hidalgo* J. Castañeda-Camacho*
C. Martínez-Torres** J. Martínez-Carranza***

* Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Puebla, México.

** Universidad de las Américas Puebla, Puebla, México

*** Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla, México.

Abstract: This paper presents the design of a model-based predictive controller (MPC) for trajectory tracking of a quadrotor. The dynamic model is obtained using the Euler-Lagrange equations of motion; the resulting model is linearized around the hovering condition. The optimal control sequence is applied by following the receding horizon principle. The optimization problem is based on a quadratic cost function, which incorporates the state errors and the vector of control inputs. This process is repeated at each sampling instant, considering the plant model as well as possible constraints. Numerical simulations validate the controller's performance, which makes the vehicle follow the desired trajectory precisely.

Keywords: Euler-Lagrange, linearization, predictive control, MPC, trajectory tracking

1. INTRODUCCIÓN

Recientes avances en la tecnología de microprocesadores, miniaturización de sensores, así como un incremento en la capacidad de almacenamiento en las baterías, han hecho de los vehículos aéreos no tripulados una realidad. Específicamente los cuadricópteros han cobrado interés debido a sus particulares características que lo diferencian de otros tipos de vehículos aéreos, tales como: su estructura simple, la habilidad de mantenerse en vuelo estacionario y la capacidad de despegar y aterrizar de forma vertical. Un cuadricóptero como su nombre lo indica es un vehículo con cuatro rotores los cuales se encuentran distribuidos de manera estratégica para formar una estructura en forma de cruz.

Este tipo de plataformas han cobrado especial interés en el área de control automático debido a la naturaleza no lineal, multivariable y subactuada del modelo dinámico. Se han propuesto una gran variedad de estrategias de control para este tipo de plataformas tales como controladores PID: Abdulsalam (2019); Backstepping: Glida (2020); LQR: Kuantama et al. (2018), Kurak (2018); PD: Luukkonen (2011); par calculado: Balasubramanian (2013); entre otros.

En la última década ha habido un incremento en el diseño de controladores predictivos para vehículos aéreos, especialmente controladores MPC. Este tipo de controladores tienen la habilidad de incluir restricciones en el proceso de optimización, y con ello obtener una secuencia de control

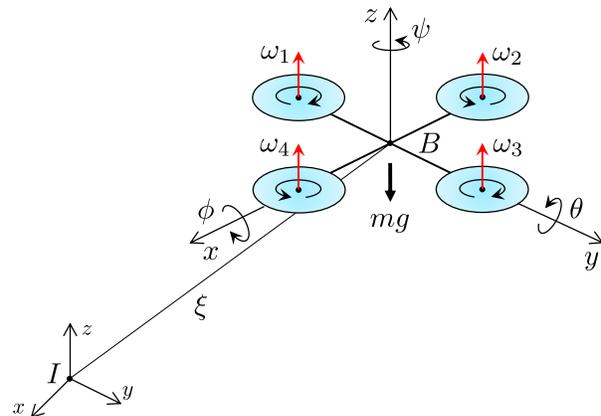


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre de un cuadricóptero.

capaz de cumplir con el objetivo de control, Camacho (2007). Comparado con otro tipo de controladores la sintonización resulta un tarea fácil incluso para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas.

El problema del seguimiento de trayectorias empleando controladores MPC ya ha sido estudiado por varios autores. Por ejemplo: En Lopes et al. (2012) se emplea únicamente un controlador MPC para la posición y orientación. En Chen (2013) y Eskandarpour (2018) se emplean controladores MPC en cascada que utilizan funciones ortonormales para el cálculo de la secuencia de control, esta estructura divide la dinámica del cuadricóptero en dos subsistemas: traslación y rotación. Incluso exist-

ten implementaciones de este tipo de controladores en plataformas reales: Kamel (2017), registrando un buen desempeño.

En este trabajo se diseña un control MPC para el seguimiento de trayectorias de un cuadricóptero similar al de los trabajos anteriores, pero con la particularidad de dividir la estructura de control en 3 subsistemas: Altitud, Rotación y Traslación, cada uno con su propio controlador MPC propiamente sintonizado. Por simplicidad, las restricciones no son consideradas.

El resto del trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: En la Sección 2 se presenta el modelo dinámico utilizado y la linealización del mismo. En la Sección 3 se presenta la estructura de control propuesta. El diseño del control MPC se incluye en la Sección 4. Los resultados de las simulaciones numéricas aparecen en la Sección 5. Finalmente, las conclusiones se integran en la Sección 6.

2. MODELO DINÁMICO DE UN CUADRICÓPTERO

Para este trabajo se ha decidido seguir el formalismo de Euler-Lagrange: García et al. (2013), Luukkonen (2011) debido a que este método describe de manera explícita el balance de energías de un cuerpo en movimiento.

La pose relativa del sistema de referencia del vehículo $\{B\}$ con respecto al sistema de referencia inercial $\{I\}$ se encuentra definida por el vector de posición $\xi \in \mathbb{R}^3$ y por el vector de orientación $\eta \in \mathbb{R}^3$ (Figura 1).

$$\xi = [x \ y \ z]^T, \quad \eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T$$

2.1 Ecuaciones de movimiento traslacional

Las ecuaciones que describen la dinámica traslacional de un cuadricóptero están dadas por: García et al. (2013).

$$m\ddot{\xi} + mg = F_\xi$$

donde m representa la masa del vehículo y g la constante de aceleración gravitacional. $F_\xi \in \mathbb{R}^3$ representa la fuerza aplicada al cuadricóptero generada por el empuje total de los rotores.

$$F_\xi = \begin{bmatrix} C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ C_\phi C_\theta \end{bmatrix} F$$

Aquí, $F = \sum_{i=1}^4 f_i$, donde $f_i = k_T \omega_i^2$. $k_T > 0$ es la constante de empuje y ω_i es la velocidad angular del i -ésimo rotor.

2.2 Ecuaciones de movimiento rotacional

Así mismo la dinámica rotacional del cuadricóptero esta descrita por la siguiente expresión: García et al. (2013).

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau$$

donde $M(\eta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ se conoce como la matriz de inercia la cual es definida positiva y por lo tanto simétrica. $C(\eta, \dot{\eta}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis. τ es el vector de pares externos aplicados.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_3 - f_1)l \\ (f_2 - f_4)l \\ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \end{bmatrix}$$

l es la distancia entre el eje de los motores y el centro de masa del vehículo. $M_i = k_D \omega_i^2$, donde k_D es conocido como coeficiente de arrastre.

2.3 Linealización

Este proceso se lleva a cabo considerando la situación en la que el vehículo se encuentra en vuelo estacionario, en donde se satisfacen las siguientes condiciones de operación:

$$\xi = \xi_0 \quad \phi = 0 \quad \theta = 0 \quad \psi = \psi_d$$

Donde ξ_0 es un vector de posición constante y ψ_d el ángulo en *yaw* constante deseado. Empleando la aproximación para ángulos pequeños,

$$\sin \approx \phi \approx 0, \quad \sin \approx \theta \approx 0, \quad \cos \phi \approx 1, \quad \cos \theta \approx 1$$

la matriz de inercia $M(\eta)$ se reduce a una matriz diagonal y la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(\eta, \dot{\eta})$ se vuelve cero. Con lo anterior es posible obtener el modelo dinámico linealizado.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= g\theta & \ddot{\phi} &= \tau_\phi / I_{xx} \\ \ddot{y} &= -g\phi & \ddot{\theta} &= \tau_\theta / I_{yy} \\ \ddot{z} &= F/m - g & \ddot{\psi} &= \tau_\psi / I_{zz} \end{aligned} \quad (1)$$

donde I_{xx} , I_{yy} e I_{zz} son los momentos de inercia.

3. DISEÑO DEL CONTROLADOR

La estrategia de control utilizada se ilustra en la Figura 2. El controlador de altitud genera el empuje necesario para mantener al vehículo a una altura determinada. El controlador de traslación controla las coordenadas x e y generando las señales de referencia ϕ_d y θ_d que ingresan directamente al controlador de orientación. Estas señales en conjunto con ψ_d ingresan a dicho controlador el cual genera los pares τ_ϕ , τ_θ y τ_ψ los cuales se aplican directamente a la planta.

3.1 Controlador de Altitud

Se toma la tercera ecuación de (1) y se hace la representación en variables de estado.

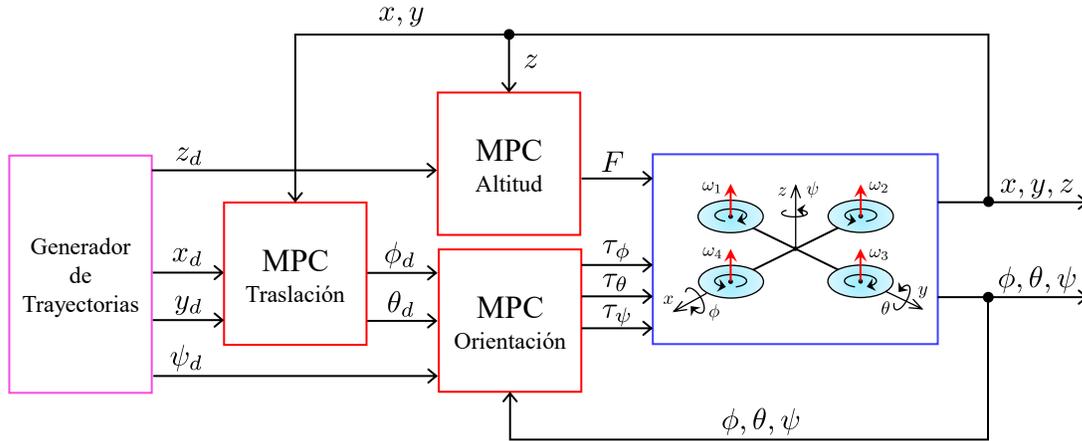


Figura 2. Estructura de control MPC.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} G \quad (2)$$

donde $G = F - mg$. La salida del subsistema será la altura del vehículo z .

3.2 Controlador de Traslación

De forma similar se toman las dos primeras ecuaciones de (1) y se efectúa la representación en el espacio de estados.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_d \\ \phi_d \end{bmatrix} \quad (3)$$

Este subsistema tiene como entradas los ángulos θ_d y ϕ_d , y como salidas las posiciones en x y y .

3.3 Controlador de Orientación

Se toman las últimas tres ecuaciones de (1) para efectuar la representación en el espacio de estados tal como se muestra a continuación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (4)$$

Como entrada se tiene a $\boldsymbol{\tau} = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$ y como salida a $\boldsymbol{\eta} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$.

4. CONTROL PREDICTIVO DE MODELO

El término Control Predictivo no designa a una estrategia de control particular sino a un conjunto de métodos

de control que hacen uso explícito de un modelo de la planta para obtener la señal de control minimizando una función de costo, Camacho (2007). La minimización de la función de costo puede obtenerse de manera analítica si no existen restricciones, de otra forma es necesaria la implementación de algún método numérico.

4.1 Modelo aumentado en el espacio de estados

El modelo en el espacio de estados puede ser usado tanto en el caso monovariable así como en el caso multivariable y se puede extender al caso no lineal, Camacho (2007). Considere que la planta cuenta con m entradas, q salidas y s estados.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m(k+1) &= A_m \mathbf{x}_m(k) + B_m \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= C_m \mathbf{x}_m(k) \end{aligned}$$

Donde $A_m \in \mathbb{R}^{s \times s}$, $B_m \in \mathbb{R}^{s \times m}$, $C_m \in \mathbb{R}^{q \times s}$. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de estados, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ el vector de entradas y $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$ el vector de salidas. Se definen la variación del vector de estados y la variación del vector de entradas de control de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_m(k+1) &= \mathbf{x}_m(k+1) - \mathbf{x}_m(k) \\ \Delta \mathbf{u}(k) &= \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \end{aligned}$$

Para dar lugar a la versión aumentada del modelo original, Wang (2009).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k+1) \\ \mathbf{y}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{q \times q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= [0_m \ I_{q \times q}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_m(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

Donde $I_{q \times q} \in \mathbb{R}^{q \times q}$ representa a la matriz identidad y $0_m \in \mathbb{R}^{s \times q}$ es una matriz cero. Por simplicidad el modelo anterior suele representarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= A\mathbf{x}(k) + B\Delta\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= C\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

Las dimensiones del modelo aumentado están determinadas por $n = s + q$.

4.2 Modelo de predicción

En base al modelo en el espacio de estados (6), las variables de salida futuras se calculan mediante la siguiente expresión, Camacho (2007):

$$\hat{\mathbf{y}}(k+j|k) = CA^j\mathbf{x}(k) + \sum_{i=0}^{j-1} CA^{j-i-1}B\Delta\mathbf{u}(k+i)$$

para $j = 1, \dots, N_p$, donde N_p representa el horizonte de predicción. Además $\hat{\mathbf{y}}(k+j|k)$ indica la salida predicha en $k+j$ a partir de la información proporcionada por la planta en el instante k . De la expresión anterior se obtiene el modelo de predicción.

$$\hat{\mathbf{Y}} = F\mathbf{x}(k) + \Phi\Delta\mathbf{U} \quad (7)$$

donde,

$$F = [CA \ CA^2 \ CA^3 \ \dots \ CA^{N_p}]^T$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}$$

Cuyas dimensiones son: $F \in \mathbb{R}^{qN_p \times n}$ y $\Phi \in \mathbb{R}^{qN_p \times mN_c}$. Además N_c representa el horizonte de control, generalmente se elige $N_c \leq N_p$.

4.3 Ley de control

El objetivo del MPC consiste en llevar la señal de salida predicha lo más cercana posible al valor de referencia la cual se considera constante dentro de la ventana de optimización. Lo anterior se puede traducir como la búsqueda de la mejor secuencia de control $\Delta\mathbf{u}$ de tal forma que una función del error entre el valor de referencia y el valor predicho sea minimizada. Considere el siguiente vector el cual contiene los valores de referencia deseados.

$$\mathbf{R}_s^T = \underbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}_{N_p} r(k)$$

Se define la siguiente función de costo:

$$J = (\mathbf{R}_s - \hat{\mathbf{Y}})^T \bar{Q} (\mathbf{R}_s - \hat{\mathbf{Y}}) + \Delta\mathbf{U}^T \bar{R} \Delta\mathbf{U} \quad (8)$$

donde el primer término está relacionado con los errores entre el valor de referencia y la salida predicha, mientras que el segundo término refleja el peso dado al tamaño de $\Delta\mathbf{U}$ cuando la función de costo J es minimizada. Además,

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R \end{bmatrix}$$

Aquí $\bar{Q} \in \mathbb{R}^{qN_p \times qN_p}$ y $\bar{R} \in \mathbb{R}^{mN_c \times mN_c}$. $Q \in \mathbb{R}^{q \times q}$ y $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices diagonales, las cuales son usadas como parámetros de sintonización. Sustituyendo el modelo de predicción (7) dentro de la función de costo (8), derivando e igualando a cero se obtiene la secuencia de control óptima.

$$\Delta\mathbf{U} = [\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}]^{-1} \Phi^T \bar{Q} [\mathbf{R}_s - F\mathbf{x}(k)]$$

Considerando que

$$\mathbf{R}_s = \underbrace{[1 \ 1 \ \dots \ 1]}_{N_p} r(k) = \bar{\mathbf{R}}_s r(k)$$

se tiene

$$\Delta\mathbf{U} = [\Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R}]^{-1} \Phi^T \bar{Q} [\bar{\mathbf{R}}_s r(k) - F\mathbf{x}(k)] \quad (9)$$

Empleando el principio del control de horizonte deslizante, únicamente los primeros m elementos del vector $\Delta\mathbf{U}$ son aplicados realmente a la planta, dicho procedimiento se repite en cada instante de muestreo.

5. SIMULACIONES NUMÉRICAS

El proceso consiste en obtener la versión aumentada de cada subsistema utilizando (5). A continuación el modelo de predicción se obtiene a partir de (7). Finalmente la ley de control se calcula con ayuda de (9). La simulación se lleva a cabo contemplando los parámetros del cuadricóptero que aparecen en la Tabla 1, los cuales son tomados de Silano et al. (2019).

Para obtener la versión aumentada de cada subsistema es necesario llevar a cabo la discretización de cada modelo. En este caso por simplicidad, se emplea el método de Euler.

$$A_d = I + A_c T_s, \quad B_d = B_c T_s, \quad C_d = C_c$$

Aquí T_s representa el periodo de muestreo, $I \in \mathbb{R}^{s \times s}$ la matriz identidad cuyas dimensiones dependen del número

Tabla 1. Parámetros del sistema

Parámetro	Valor	Unidades
m	0.5	kg
g	9.81	m/s^2
l	0.12905	m
I_{xx}	0.00389	$kg \cdot m^2$
I_{yy}	0.00389	$kg \cdot m^2$
I_{zz}	0.00780	$kg \cdot m^2$
k_T	8.54858×10^{-6}	$kg \cdot m$
k_D	0.016	m

de estados de cada subsistema. Los parámetros de sintonización para cada controlador se muestran en la Tabla 2 los cuales se obtuvieron de forma heurística.

Tabla 2. Parámetros MPC

Parámetro	Altitud	Posición	Orientación
T_s	0.05	0.05	0.005
N_p	10	10	12
N_c	10	10	12
Q	diag(20)	diag(20)	diag(25)
R	diag(0.01)	diag(0.01)	diag(0.1)

La trayectoria de referencia consiste en una espiral, la cual es descrita por las siguientes ecuaciones:

$$x_d = 2 \cos(0.2t), \quad y_d = 2 \sin(0.2t), \quad z_d = 0.5t, \quad \psi_d = \pi$$

Los resultados obtenidos se presentan a continuación: En la Figura 3 se ilustra la trayectoria trazada por el vehículo en el espacio tridimensional.

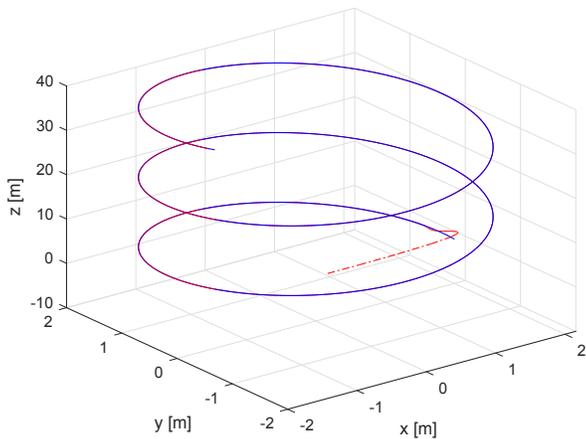


Figura 3. Trayectoria del vehículo en el espacio tridimensional.

Como se puede apreciar en la Figura 4 y Figura 5 a medida que el tiempo evoluciona los estados convergen a hacia los valores de referencia.

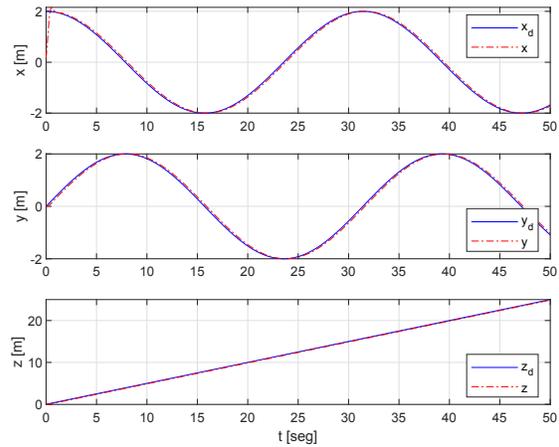


Figura 4. Variables de estado de la posición.

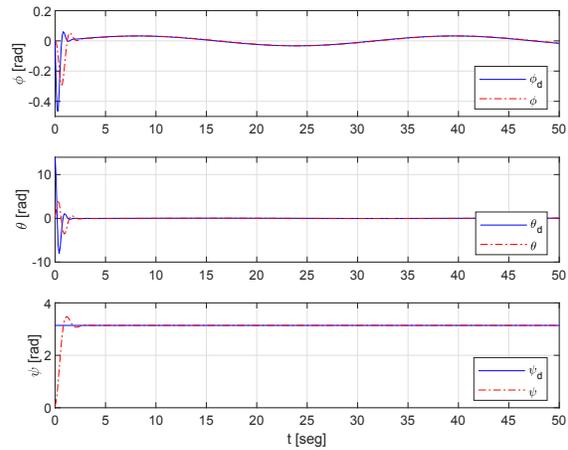


Figura 5. Variables de estado de la orientación.

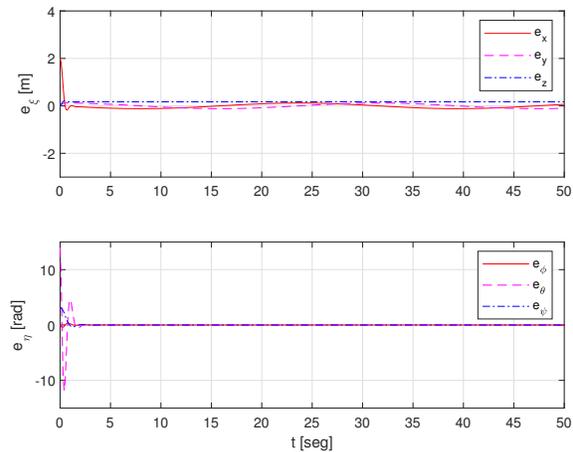


Figura 6. Errores de estado.

En la Figura 6 aparecen los errores de posición y orientación. Para el caso de la posición, los errores se mantienen oscilando alrededor de cero, dichos valores nunca llegan a ser cero, sin embargo, la magnitud de los mismos se encuentra acotada. Los errores de orientación, por otra parte tienden asintóticamente a cero a medida que el tiempo tiende a infinito. Lo anterior garantiza que la trayectoria deseada sea trazada de forma precisa. Empleando la siguiente expresión es posible calcular el índice de desempeño de cada controlador.

$$\mathcal{L}_2[e(t)] = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \|e(t)\|^2 dt}$$

Considerando todo el tiempo de simulación se obtuvieron los siguientes valores numéricos para cada controlador: altitud: 0.1698, traslación: 0.1485, y orientación: 0.8094. Lo anterior representa un buen comportamiento debido a que valores lo mas cercanos a cero se traducen en un buen desempeño. Siendo el controlador de orientación el que presenta un desempeño menor en comparación con los demás controladores.

Por otro lado, en la Figura 7 se muestran las velocidades angulares elevadas al cuadrado de cada rotor. En el estado transitorio los cuatro rotores alcanzan su velocidad máxima debido a que el vehículo se encuentra lejos de la trayectoria de referencia (Figura 3), por lo tanto, se necesita un mayor esfuerzo de control para conducir el cuadricóptero hacia la referencia deseada.

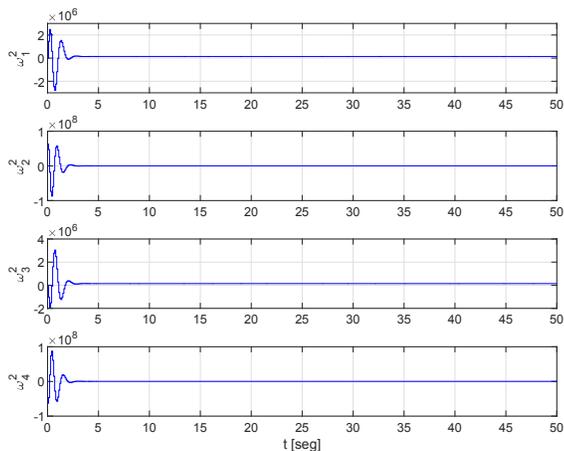


Figura 7. Velocidades angulares de los rotores.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se llevó a cabo la descripción y simulación de una estrategia de control MPC para resolver el problema de seguimiento de trayectorias de un cuadricóptero. La estructura empleada tiene la particularidad de dividir al modelo dinámico en tres subsistemas: altitud, posición

y orientación, lo cual reduce la complejidad del análisis así como el diseño de la ley de control. Dentro de la función de costo se considera el vector de errores así como el vector de entradas de control. En este caso, por simplicidad las restricciones no fueron consideradas. Como las gráficas lo demuestran la estructura de control propuesta efectúa el seguimiento de trayectorias de forma satisfactoria.

REFERENCIAS

- E. Kuantama, I. Tarca, y R. Tarca. *Feedback Linearization LQR Control for Quadcopter Position Tracking*. En: 2018 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies. págs. 204-209, Abr. 2018.
- H.E. Glida y Col. *Optimal model-free backstepping control for a quadrotor helicopter*. En: Nonlinear Dynamics. págs. 3449-3468, May. 2020.
- E. Balasubramanian y R. Vasantharaj. *Dynamic modeling and control of quad rotor*. En: International Journal of Engineering and Technology (IJET). págs. 63-69, Feb.-Mar. 2013.
- S. Kurak y M. Hodzic. *Control and estimation of a quadcopter dynamical model*. En: Periodicals of Engineering and Natural Sciences. págs. 63-75, Mar. 2018.
- A. Eskandarpour e I. Sharf. *A constrained error-based MPC for path following of quadrotor with stability analysis*. En: Nonlinear Dynamics. págs. 899-918, Abr. 2019.
- R.V. Lopes, P.H. De Rodrigues, G.A. Borges y J.Y. Ishihara. *Model predictive control applied to tracking and attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft*. En: ABCM Symposium Series in Mechatronics. págs. 176-185, 2012.
- X. Chen y L. Wang. *Cascaded model predictive control of a quadrotor UAV*. En: 2013 3rd Australian Control Conference. págs. 354-359, Nov. 2013.
- E. Camacho y C. Bordons. *Model predictive control*. Springer-Verlag London, 2nd ed., 2007.
- L. Wang. *Model predictive control system design and implementation using Matlab*. Springer-Verlag London, 2009.
- L.R. García, A.E. Dzul, R. Lozano y C. Pégard. *Modeling the quad-rotor mini-rotorcraft*. En: Quad Rotorcraft Control. págs. 23-34, Ene. 2013.
- T. Luukkonen. *Modelling and control of quadcopter*. Espoo, Finlandia, 2011.
- A. Abdulsalam y I. Kasim. *Nonlinear PID controller design for a 6-DOF UAV quadrotor system*. En: Engineering Science and Technology, an International Journal. págs. 1087-1097, Ago. 2019.
- G. Silano, P. Oppido y L. Iannelli. *Software-in-the-loop simulation for improving flight control system design: a quadrotor case study*. En: 2019 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC). págs. 466-471, Oct. 2019.
- M. Kamel y Col. *Linear vs Nonlinear MPC for Trajectory Tracking Applied to Rotary Wing Micro Aerial Vehicles*. En: IFAC 2017. págs. 3463-3469, Jul. 2017.