

Observer-based control of a four tank system

Gasga-García, P. * Rodríguez-Sánchez, F. *
López-Estrada, F. R. * Gómez-Peñate, S. *

** Tecnológico Nacional de México/ IT de Tuxtla Gutiérrez,
TURIX-Dynamics Diagnosis and Control Group, Carretera
Panamericana Km 1080, Cp 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
(e-mail:frlopez@ittg.edu.mx;sgomez@ittg.edu.mx).*

Resumen: Abstract:. This paper proposes an observer-based control method of the four-tank system. The paper considers the Lyapunov-based approach to derive sufficient condition that guarantees the control objective, relying on a set of feasible Linear Matrix Inequalities conditions. The observer scheme is complemented by the use of an integrative comparator to ensure level tracking on the tanks. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness and applicability of the proposed method.

Keywords: state observer, trajectory tracking, quadruple tank, linear matrix inequalities.

1. INTRODUCCIÓN

La configuración del sistema de cuatro tanques se considera un proceso conocido y útil como experimento en el ambiente de la investigación relacionado con el diseño de esquemas de control de sistemas multivariables (Dadhich and Birk, 2014). El proceso de los cuatro tanques tiene como objeto controlar el nivel de los dos tanques inferiores manipulando el voltaje de dos bombas hidráulicas. Este sencillo problema multivariable tiene diferentes retos, por ejemplo la comunicación de retardos en la transmisión de datos que llega a generar problemas de estabilidad.

En la literatura este problema se ha abordado desde diferentes enfoques. Por ejemplo mediante técnicas de control predictivo Kirubakaran et al. (2014) donde se propuso un esquema de control multiparamétrico basado en programación cuadrática sujeto a seguimiento de la referencia y rechazo de perturbaciones. En Vázquez et al. (2015) se reporta otra estrategia de control predictivo óptimo centralizado (OMPC) y el control predictivo en modo dual, donde los controladores se comunican mediante una red de área local (LAN), la cual introduce un retardo de un instante de muestreo. Recientemente el enfoque propuesto por Roy and Roy (2016) considera un controlador PI auto ajustable de orden fraccional adaptativo basado en la función de transferencia, la eficacia del modelo y el controlador se prueba a través de simulaciones numéricas y experimentación. El retardo inherente del proceso y las perturbaciones es considerado como responsables del deterioro en el rendimiento de los sistemas multivariables, por ello, en Shah and Patel (2019) aborda una estrategia de control robusta en procesos MIMO de tanque cuádruple con compensación de retardo de tiempo en presencia de incertidumbre y retrasos basado en un control por

modo deslizantes. Además se han realizado sistemas de control robusto tolerante a fallas en Witczak (2014). En Nacusse and Junco (2015) se propuso un controlador robusto basado en las funciones de energía de lazo cerrado y disipación de potencia que tiene los flujos volumétricos de las dos bombas como variables manipuladas y el nivel de los dos tanques inferiores como las salidas reguladas. Un sistema de tanques cuádruple modificado se consideró en Sutha et al. (2015), en donde la modificación introduce un componente no lineal al control robusto por modos deslizantes, con ello se logró mejorar la robustez del controlador. En Cheng et al. (2016) estudian el problema del control robusto basado en el muestreo de datos en tiempo finito de sistemas lineales sujeto a demoras aleatorias y su aplicación al sistema de cuatro tanques. En Kardos and Kutasi (2017) describen el modelado de este sistema en el software Simscape y propone un esquema de control híbrido basado en el estado finito autómatas y un controlador PI.

Por otro lado, mediante un observador de entradas desconocidas no lineal en Aggab et al. (2018) se estiman parámetros que pueden caracterizar el rendimiento del sistema y un método de inferencia estadística que es la estimación de máxima verosimilitud para identificar los modelos que describen la dinámica de los parámetros. Un modelo lineal en el espacio de estados de tiempo discreto se emplea para obtener la estimación de los estados no medibles en función de las mediciones usando un filtro de Kalman, fue estudiado por Azam (2017). En Jayaprakash and Kumar (2014) se trabajó sobre un modelado matemático del proceso de tanque cuádruple por linealización jacobiana para representar el sistema en espacio de estados. Una comparación experimental de diferentes métodos de control es llevada a cabo en Grebeck (2016)

los métodos estudiados incluyen Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG), H_∞ , linealización retroalimentada, las comparaciones experimentales fueron realizadas con respecto a la respuesta al impulso y rechazo a las perturbaciones. En Shah and Hanwate (2020) se deriva el sistema del modelado matemático de tanque cuádruple linealizado con la ayuda de las matrices de Taylor para obtener la función de transferencia del sistema, además, se diseña un controlador integral proporcional utilizando el método Stability Boundary Locus. Recientemente, en Chaudhari et al. (2020) se propone el control del modo deslizante de segundo orden para el control del nivel de líquido en un sistema de tanque cuádruple, el diseño del controlador esta basado en el algoritmo de torsión y se complementa con un diferenciador exacto para estimar las salidas.

En este artículo se describe el proceso que consiste de cuatro tanques interconectados, los tanques inferiores 1 y 2 están actuados por electroválvulas que regulan el flujo del líquido lo cual permite controlar el nivel de los dos tanques inferiores. Se propone un enfoque de un controlador basado en un observador de Luenberger para estimar los estados no medibles de los tanques 3 y 4 que permita la estabilización del sistema dinámico. Este artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 2, está relacionada con el modelo dinámico del sistema de cuatro tanques, menciona en que punto de operación se hace la linealización, se describe el sistema físico y las variables que intervienen. El diseño y análisis del observador y controlador aplicados a este sistema son abordados en la Sección 3 y 4. Los resultados del análisis, simulaciones y rendimiento del controlador son discutidos en la Sección 5. Finalmente, la Sección 6 concluye el documento con comentarios y sugerencias para futuros trabajos.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En la Figura 1, muestra el sistema de cuatro tanques acoplados, dos bombas de corriente directa que impulsan el líquido desde el contenedor inferior y dos válvulas de tres vías que distribuyen el fluido hacia los cuatro tanques.

El modelo matemático que describe la dinámica del proceso de un tanque cuádruple esta expresado por cuatro ecuaciones diferenciales donde los parámetros utilizados se muestran en la Tabla 1. Las variables que se pueden medir son y_1 y y_2 que corresponden a los voltajes de los dispositivos de medición de nivel, mientras que las salidas de los tanques superiores no son medibles debido a que no cuentan con sensores físicos para medir el nivel de líquido. El modelo no lineal que describe el sistema se desarrolla en Shah and Hanwate (2020) que representa la dinámica de los cuatro tanques y se expresa a continuación:

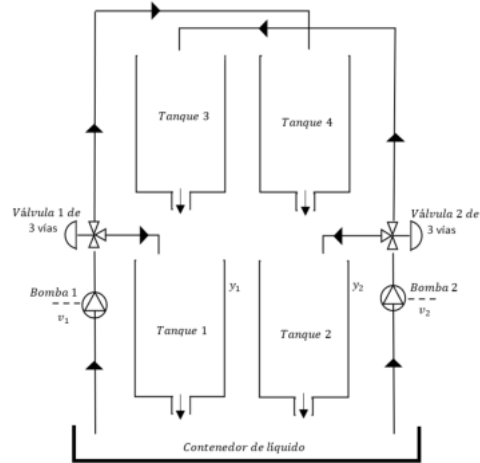


Figura 1. Diagrama esquemático del proceso de tanque cuádruple.

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{-a_1}{A_1} \sqrt{2gh(t)_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3(t)} + \frac{k_1\gamma_1}{A_1} v_1, \quad (1)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{-a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2(t)} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4(t)} + \frac{k_2\gamma_2}{A_2} v_2, \quad (2)$$

$$\frac{dh_3(t)}{dt} = \frac{-a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3(t)} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} v_2, \quad (3)$$

$$\frac{dh_4(t)}{dt} = \frac{-a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4(t)} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} v_1. \quad (4)$$

Utilizando linealización Jacobiana las ecuaciones (1)- (4) son linealizados alrededor de los puntos de equilibrio $h_1 = h_{1op}$, $h_2 = h_{2op}$, $h_3 = h_{3op}$, $h_4 = h_{4op}$ y $u_1 = u_{1op}$, $u_2 = u_{2op}$ haciendo que $x = \Delta h_i = h_i h_{iop}$, $u = \Delta u_i = u_i u_{iop}$, donde el valor del siguiente vector se define $[h_{1op}, h_{2op}, h_{3op}, h_{4op}]^T = [12.4, 12.7, 1.8, 1.4]^T$ y la constante de tiempo esta definida como:

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_{iop}}{g}}. \quad (5)$$

Las señales medibles son $y_1 = k_c h_1$ y $y_2 = k_c h_2$, el vector de estados se define $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]^T$, por tanto, el modelo del sistema linealizado en el espacio de estados se representa de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} x$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} \\ \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} u, \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x.$$

El proceso de este sistema contiene una variedad de aplicaciones que se emplean en la industria, lo cual hace interesante implementarlo como ejemplo para abordar un método de control que sea práctico y útil como herramienta académica para comprender mejor el uso de los controladores basados en observador. Para el desarrollo de este sistema se utilizan los parámetros de la Tabla 1 que se tomaron de Vázquez et al. (2015).

Tabla 1: Parámetros del sistema del tanque cuádruple

Propiedad	Parámetro	Unidad	Valor
Área T_1 y T_3	(A_1, A_3)	cm	28
Área T_2 y T_4	(A_2, A_4)	cm	32
Área de salida T_1 y T_3	(a_1, a_3)	cm	0.071
Área de salida T_2 y T_4	(a_2, a_4)	cm	0.057
Ganancia sensor de nivel	k_c	V/cm	0.5
Gravedad	g	cm/s ²	981
Voltaje de la bomba	(v_1, v_2)	volts	(3,3)
Coefficientes de caudales	(k_1, k_2)	cm ³ /Vs	(3.33, 3.35)
Alturas 1 y 2	(h_{10}, h_{20})	cm	(12.4, 12.7)
Alturas 3 y 4	(h_{30}, h_{40})	cm	(1.8, 1.4)
Apertura de las válvulas	(γ_1, γ_2)	-	(0.7, 0.6)

El objetivo de control es estimar los estados de los tanques 3 y 4 para controlar y hacer un seguimiento de trayectoria del nivel de liquido en los tanques 1 y 2 a través de las dos bombas, por lo cual, los voltajes se toman como las entradas del sistema.

3. DISEÑO DEL OBSERVADOR

Los observadores son sensores virtuales para estimar variables o parámetros a partir de mediciones disponibles, estos son muy prácticos cuando no se tiene acceso a esas variables, para ello se debe tener conocimiento del modelo dinámico del sistema en el espacio de estados sin considerar perturbaciones, como la siguiente forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$y = Cx \quad (8)$$

Para el diseño de un observador se considera el modelo del sistema y una copia del mismo, más un factor de corrección, esto se define matemáticamente de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + k_e(y - \hat{y}) \quad (9)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (10)$$

donde el problema se reduce obteniendo el factor de corrección, tal que, el error dado por la diferencia de los estados y de los estados estimados sea asintóticamente cero.

$$e = (x - \hat{x}) \approx 0. \quad (11)$$

En la Figura 2, se muestra el sistema en diagrama de bloques de la interconexión con el observador presentado en (9). La dinámica del error de estimación está definida como:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}}, \quad (12)$$

$$\dot{e} = (A - k_e C)e. \quad (13)$$

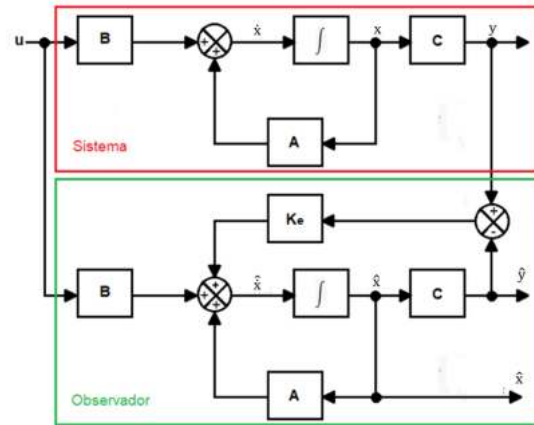


Figura 2. Observador de estados para el sistema de cuatro tanques.

Por tanto, es necesario sintonizar la ganancia k_e para que la dinámica del error de estimación sea estable asintóticamente, empleamos la definición de Lyapunov como:

$$V(e) := e^T P e > 0, \text{ donde } : P = P^T > 0. \quad (14)$$

sustituimos (13) en (15), tal que, la derivada sea:

$$\dot{V}(e) := \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} < 0. \quad (15)$$

Desarrollando (15) se hace un cambio de variable $W = P k_e$ y obtenemos la siguiente desigualdad lineal matricial:

$$A^T P + P A - W C - C^T W^T < 0, \quad (16)$$

por tanto, al encontrar la matriz $k_e = P^{-1} W$ se verifica si cumple la condición $|A - k_e C| < 0$ para asegurar que el vector de error sea asintóticamente estable.

4. DISEÑO DEL CONTROLADOR COMPARADOR - INTEGRADOR

El control comparador - integrador estabiliza el sistema al retroalimentar los estados estimados obtenidos por el observador y garantiza una trayectoria deseada comparando las variables medibles con las señales de seguimiento.

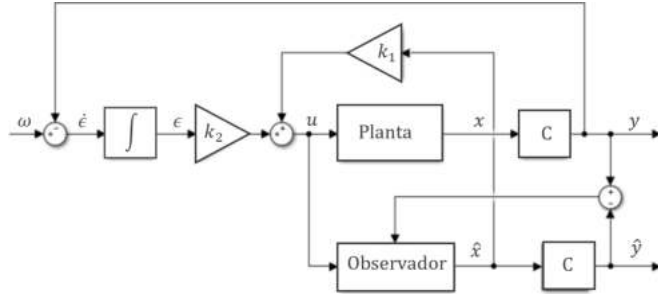


Figura 3. Esquema de control de un sistema de seguimiento de trayectoria basado en un observador.

A partir del esquema de la Figura 3 se determina la derivada del error de seguimiento:

$$\dot{\epsilon} = w - y, \quad (17)$$

sujeto a:

$$\dot{\epsilon} = w - Cx. \quad (18)$$

Siguiendo el esquema, la matriz k_1 se multiplica con todos los estados estimados que se obtuvieron del observador $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4]^T$ y la matriz k_2 se multiplica con la señal del error, la adición de estos productos definen matemáticamente la siguiente ley de control:

$$u = k_1 \hat{x} + k_2 \epsilon, \quad (19)$$

$$u = [k_1 \ k_2] [\hat{x} \ \epsilon]^T = K \bar{x}.$$

Donde $\bar{x} = [\hat{x} \ \epsilon]^T$. Para el diseño del controlador se rescribe la ecuación (9) despreciando el factor de corrección:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu, \quad (20)$$

por tanto, la ecuación (20) y (18) se expresan en forma de matrices de estado, de tal modo que se puede escribir en una sola ecuación diferencial de estado.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} w \quad (21)$$

Sujeto a:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u + \bar{B}_w w. \quad (22)$$

Sustituyendo (19) en (22) el resultado simplificado de la ecuación diferencial de estado está dada de la forma:

$$\dot{\bar{x}} = (\bar{A} + \bar{B}K)\bar{x} + \bar{B}_w w \quad (23)$$

Utilizamos el criterio de estabilidad de Lyapunov con la siguiente función:

$$V(\bar{x}) := \bar{x}^T \bar{P} \bar{x} > 0, \text{ donde } : \bar{P} = \bar{P}^T > 0 \quad (24)$$

donde, la derivada de (24) se expresa:

$$\dot{V}(\bar{x}) := \dot{\bar{x}}^T \bar{P} \bar{x} + \bar{x}^T \bar{P} \dot{\bar{x}} < 0. \quad (25)$$

Sustituimos (23) en (25), asumiendo que el sistema esta libre de perturbaciones despreciamos a $\bar{B}_w w$. Desarrollando (25) obtenemos la siguiente forma cuadrática:

$$\bar{A}^T \bar{P} + K^T \bar{B}^T \bar{P} + \bar{P} \bar{A} + \bar{P} \bar{B} K < 0. \quad (26)$$

Para eliminar la forma cuadrática multiplicamos una matriz $Q = \bar{P}^{-1}$, donde $Q = Q^T$ y posteriormente hacemos un cambio de variable $\bar{W} = KQ$, finalmente obtenemos la siguiente desigualdad lineal matricial:

$$Q^T \bar{A}^T + \bar{W}^T \bar{B}^T + \bar{A}Q + \bar{B}\bar{W} < 0. \quad (27)$$

La ganancia se calcula como: $K = \bar{W}Q^{-1}$, donde el valor de K esta compuesto por $k_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $k_2 \in \mathbb{R}^{m \times p}$.

5. RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados a través de simulaciones, una vez diseñado el controlador con su respectivo observador se verifica gráficamente si la respuesta del nivel de líquido es estable y si la señal converge con respecto a la trayectoria deseada. A continuación, se muestran los valores de las matrices de estados que se obtuvieron a través del modelo linealizado en el punto de equilibrio que se menciona en la Sección 2:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0159 & 0 & 0.0419 & 0 \\ 0 & -0.0111 & 0 & 0.0333 \\ 0 & 0 & -0.0419 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0333 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0833 & 0 \\ 0 & 0.0628 \\ 0 & 0.0479 \\ 0.0312 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

En las siguientes gráficas se muestra el control de nivel de líquido en los tanques. En la Figura 4 se observa que los tanques 1 y 2 se estabilizan en la señal de referencia, se nota gráficamente que cuando la señal de seguimiento cambia de manera instantánea, el nivel de líquido converge rápidamente a la referencia deseada, eso quiere decir que el controlador tiene una respuesta

inmediata cuando el sistema sigue una trayectoria, en las simulaciones que se realizaron se usaron señales de tipo escalón para el seguimiento de trayectoria.

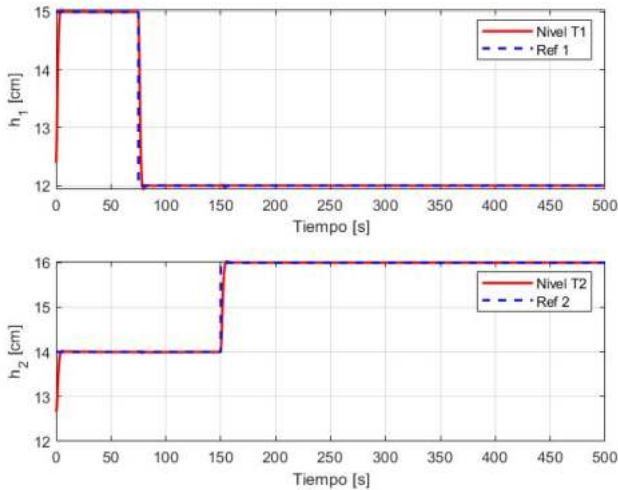


Figura 4. Estados medibles de los tanques 1 y 2.

Se calcularon las LMIs en MATLAB empleando el toolbox de YALMIP y los solvers SEDUMI, aplicando el método se obtienen los valores para k_1 y k_2 :

$$k_1 = \begin{bmatrix} -19.7709 & -1.2400 & -0.7276 & -1.1048 \\ 1.5177 & -23.5390 & -2.2128 & -0.8898 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$k_2 = \begin{bmatrix} 14.9463 & 0.6616 \\ -0.6557 & 15.7135 \end{bmatrix} \quad (31)$$

En la Figura 5 se comprueba como la señal se logra estimar a partir de las señales medibles, puesto que los tanques 3 y 4 no cuentan con un sensor físico para lograr medirlas, para la estimación primero se encontró el valor de la matriz W para obtener la matriz k_e :

$$W = \begin{bmatrix} 0.9650 & 0 \\ 0 & 0.9757 \\ 0.1285 & 0 \\ 0 & 0.1027 \end{bmatrix} \quad (32)$$

donde:

$$k_e = \begin{bmatrix} 0.095 & 0 \\ 0 & 0.09589 \\ 0.2480 & 0 \\ 0 & 0.2383 \end{bmatrix} \quad (33)$$

La respuesta de las señales estimadas de la Figura 5 están en relación a los cambios de nivel de líquido que hacen en los tanques 1 y 2 debido a que es un sistema acoplado, sin embargo, el nivel de líquido en los tanques superiores

son estables, las cuales son respuestas considerablemente buenas.

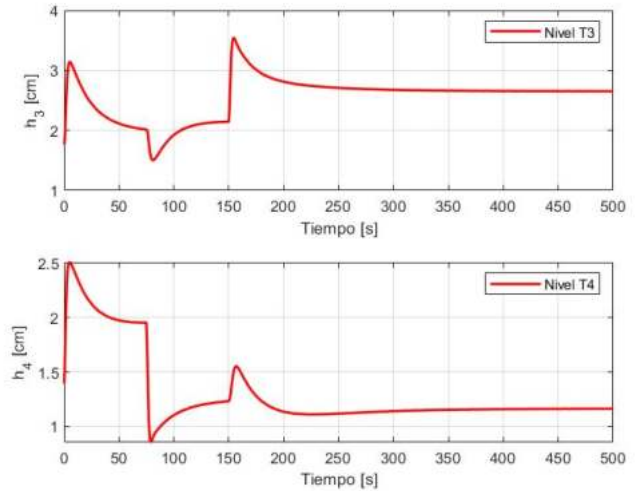


Figura 5. Estados estimados de los tanques 3 y 4.

En la Figura 6 se observan picos de voltajes de las bombas 1 y 2 cada que cambia el nivel de líquido de los tanques, esto se debe por el trabajo que realizan estas maquinas en ese instante de tiempo, por tanto, el controlador a presura a la bomba a través del voltaje de entrada para que el nivel de líquido de los tanques 1 y 2 logren converger con la señal de referencia, tal que, la maquina aumenta su velocidad debido a que comienza a exigir mas voltaje, lo suficiente o necesario para que alcance el nivel de líquido en el tiempo mas corto posible y con una respuesta estable, cuando el nivel de líquido alcanza tal referencia la señal de voltaje regresa al de operación, con el que estaba trabajando inicialmente.

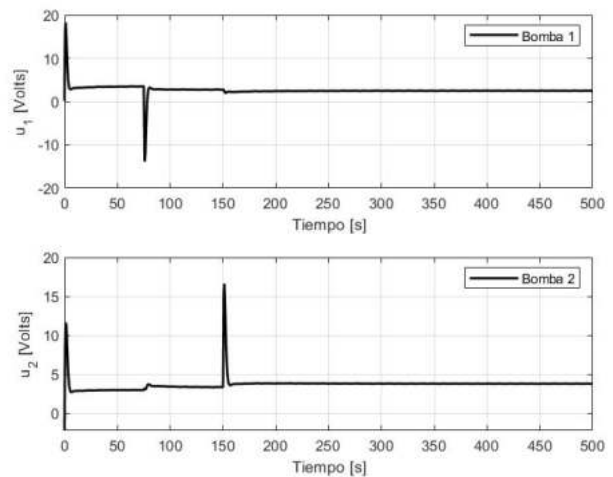


Figura 6. Señales de los voltajes de las bombas 1 y 2.

6. CONCLUSIONES

La configuración de cuatro tanques es un tema abierto y activo para la investigación en sistemas de control, brinda la oportunidad de simular y experimentar estos procesos que a menudo se encuentra en la industria. Los resultados en simulación demuestran factibilidad de la aplicación del esquema propuesto y fue muy adecuado para demostrar los efectos del control para este sistema. Se demostraron como estabilizar el sistema, mediante un esquema de control comparador - integrador, este considera una retroalimentación de los estados estimados para estabilizar el sistema y un comparador a la entrada que garantiza un seguimiento de la trayectoria.

Cuando no es posible medir todos los estados de la planta para utilizarlos en el vector de realimentación, se estiman los estados que no tenemos acceso, pero a partir de la información del modelo matemático esto es posible. Se demuestra que la condición necesaria y suficiente para que el vector de estado se pueda estimar, esto se debe que el sistema sea completamente observable.

REFERENCIAS

- Aggab, T., Kratz, F., Avila, M., and Vrignat, P. (2018). Model-based prognosis applied to a coupled four tank mimo system. *IFAC-PapersOnLine*, 51(24), 655–661.
- Azam, S.N. (2017). Linear discrete-time state space realization of a modified quadruple tank system with state estimation using kalman filter. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 783, 012013. IOP Publishing.
- Chaudhari, V., Tamhane, B., and Kurode, S. (2020). Robust liquid level control of quadruple tank system-second order sliding mode approach. *IFAC-PapersOnLine*, 53(1), 7–12.
- Cheng, J., Chen, S., Liu, Z., Wang, H., and Li, J. (2016). Robust finite-time sampled-data control of linear systems subject to random occurring delays and its application to four-tank system. *Applied Mathematics and Computation*, 281, 55–76.
- Dadhich, S. and Birk, W. (2014). Analysis and control of an extended quadruple tank process. In *2014 European Control Conference (ECC)*, 838–843. IEEE.
- Grebeck, M. (2016). *A comparison of controllers for the quadruple tank system*. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).
- Jayaprakash, J. and Kumar, M.H. (2014). State variable analysis of four tank system. In *2014 International Conference on Green Computing Communication and Electrical Engineering (ICGCCEE)*, 1–8. IEEE.
- Kardos, T. and Kutasi, D.N. (2017). Hybrid modeling and model based control of the four tank process. *MACRo 2015*, 2(1), 67–78.
- Kirubakaran, V., Radhakrishnan, T., and Sivakumaran, N. (2014). Distributed multiparametric model predictive control design for a quadruple tank process. *Measurement*, 47, 841–854.
- Nacusse, M.A. and Junco, S.J. (2015). Bond-graph-based controller design for the quadruple-tank process. *International Journal of Simulation and Process Modelling*, 10(2), 179–191.
- Roy, P. and Roy, B.K. (2016). Dual mode adaptive fractional order pi controller with feedforward controller based on variable parameter model for quadruple tank process. *ISA transactions*, 63, 365–376.
- Shah, D. and Patel, D. (2019). Design of sliding mode control for quadruple-tank mimo process with time delay compensation. *Journal of Process Control*, 76, 46–61.
- Shah, P. and Hanwate, S. (2020). Modelling and simulation of quadruple tank system using sbl-pi controller. In *2020 International Conference on Industry 4.0 Technology (I4Tech)*, 70–75. IEEE.
- Sutha, S., Lakshmi, P., and Sankaranarayanan, S. (2015). Fractional-order sliding mode controller design for a modified quadruple tank process via multi-level switching. *Computers & Electrical Engineering*, 45, 10–21.
- Vázquez, F.D.S., Beltrán, C.D.G., Palomo, G.V., Ramírez, G.G., Medina, M.A., and Jiménez, R.E. (2015). Control predictivo distribuido óptimo aplicado al control de nivel de un proceso de cuatro tanques acoplados. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 12(4), 365–375.
- Witczak, M. (2014). Actuator fault diagnosis and fault-tolerant control: application to the quadruple-tank process. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 570, 082002.