

Interval observer to estimate part of the state of a hydrogen production dark fermenter

Ixbalank Torres¹ Jesús David Avilés²
Guillermo Becerra-Núñez³

¹ C. A. Telemática, Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad de Guanajuato, Carretera Salamanca - Valle de Santiago Km. 3.5 + 1.8 Comunidad de Palo Blanco, 36885 Salamanca, México, e-mail:ixbalank@ugto.com

² FCIAS-UABC Av. Universidad No. 1. San Fernando, Tecate B.C. 21460, México, e-mail: david.aviles@uabc.mx

³ CONACYT - Universidad de Quintana Roo, Boulevard bahía S/N, esq. Ignacio Comonfort, Col. del Bosque, Chetumal, Quintana Roo CP 77019, México, e-mail:guillermobec@gmail.com

Abstract: In the present work, the problem of designing an interval observer applied to a biohydrogen production dark fermenter is addressed to: i) estimate the glucose and the biomass concentrations in the dark fermenter, and ii) reduce the influence of the unknown inlet glucose concentration and parametric uncertainties. An interval observer reported in literature constituted by a Luenberger observer and an interval predictor for a class of linear systems, is proposed. The interval observer computes two estimations: the superior and the inferior limits of the state from the interval predictor. The interval observer is designed by minimizing the \mathcal{H}_∞ norm of the transfer function between the unknown input and the error estimation and placing the closed-loop poles in a stability region. Feasibility of the interval observer is demonstrated by simulations.

Keywords: Hydrogen production, dark fermentation, interval observer, linear observer, control \mathcal{H}_∞ .

1. INTRODUCCIÓN

La necesidad mundial de energía ha ido aumentando exponencialmente, las reservas de combustibles fósiles han ido disminuyendo, y la combustión de productos fósiles tienen graves efectos negativos sobre el medio ambiente debido a las emisiones de CO₂. El hidrógeno representa una opción viable para garantizar el acceso a fuentes de energía sostenible a futuro, sin producir gases de efecto invernadero o algunos contaminantes como emisiones de CO₂. Además, este combustible puede producir grandes cantidades de energía, alrededor de 122 kJ/g, que es 2.75 veces mayor que los combustibles a partir de hidrocarburos (Kapdan and Kargi, 2006). Una gran parte de la producción actual de hidrógeno proviene de fuentes no renovables como el petróleo, el gas natural y el carbón, de los cuales, el 50% se obtiene mediante enfoques termocatalíticos y gasificación de gas natural (Logan, 2004). Por el contrario, la producción biológica de hidrógeno (biohidrógeno), utilizando (micro) organismos, es un área de desarrollo tecnológico que ofrece el potencial producción de hidrógeno utilizable a partir de una

variedad de recursos renovables. Los sistemas biológicos pueden proporcionar una amplia gama de opciones para generar hidrógeno, e incluyen biofotólisis directa, biofotólisis indirecta, fotofermentaciones, fermentación oscura y celdas de electrolisis microbiana (Das and Zeziroglu, 2001; Levin et al., 2004; Kapdan and Kargi, 2006; Liu et al., 2005).

La fermentación oscura es un proceso de conversión fermentativa de sustrato orgánico a biohidrógeno, asociado a una serie de reacciones bioquímicas, que tiene lugar si se previene la metanogénesis en la digestión anaeróbica. En general, la fermentación oscura es un proceso de producción de hidrógeno complejo, ya que involucra variables de estado cruciales, que pueden estimarse por medio de observadores de estado (sensores de software), con la finalidad de monitorear la ruta metabólica de los microorganismos que afectan el proceso de eficiencia y calidad del biogas del producto.

El problema de la estimación del estado en los procesos de producción de biohidrógeno se ha convertido en un tema cada vez más interesante en la comunidad de investi-

gación. Por ejemplo, Nuñez et al. (2012) utilizan un observador de modo deslizante para estimar la concentración de biomasa y la tasa de crecimiento, a partir de una medición continua del volumen de hidrógeno, para un proceso de producción de biohidrógeno. La viabilidad de la estrategia de estimación se verifica mediante simulación numérica en un proceso de foto-fermentación con bacterias sintéticas *Rhodobacter capsulatus*, considerando una ley de Monod para la dinámica de reacción y una tasa de producción modelada con una expresión de Luedeking-Piret. Torres Zúñiga et al. (2018) proponen un observador robusto para estimar tanto la biomasa y la glucosa dentro de un fermentador oscuro, como la glucosa de entrada.

En este trabajo, presentamos una estrategia para estimar el intervalo de la biomasa y la glucosa a partir de mediciones del flujo de hidrógeno producido en un fermentador oscuro. El diseño del observador incluye la presencia de incertidumbres paramétricas en el modelo y perturbaciones. El enfoque considera la estructura del observador intervalo reportada en (Meslem et al., 2020), formada por un observador de Luenberger y un predictor de intervalo para una clase de sistemas lineales. Este observador de intervalo entrega dos estimaciones: las cotas superior e inferior para la trayectoria real de estado. Basado en el observador intervalo \mathcal{H}_∞ , presentado en (Meslem et al., 2020), en combinación con la ubicación de polos en una región de estabilidad definida en (Chilali and Gahinet, 1996) y el modelado de incertidumbres paramétricas como polítopos (Arzelier et al., 1993), el problema de estimación por intervalos se resuelve para el modelo linealizado del bioreactor de fermentación oscura alrededor de un punto de operación, sin requerir la propiedad típica de cooperatividad (Gouzé et al., 2000; Mazenc and Bernard, 2011; Raissi et al., 2012; Avilés and Moreno, 2014, 2020), estableciendo las condiciones de diseño a partir de un problema de optimización semi definida sujeto a desigualdades matriciales lineales (LMIs, por sus siglas en inglés). Finalmente, los resultados de simulación del enfoque propuesto, en un fermentador oscuro de producción de biohidrógeno, validan la efectividad de la estrategia de estimación propuesta.

Notaciones: \succeq establece el ordenamiento parcial para dos vectores $x, z \in \mathbb{R}^n$, si $x_i \geq z_i$ para todo $i = 1, \dots, n$ entonces $x \succeq z$. También, es válido para las representaciones matriciales $A, B \in \mathbb{R}^n$, si $A_{ij} \geq B_{ij}$ entonces $A \succeq B$. Especialmente, si $x \succeq 0$ entonces x es vector no-negativo, i.e. $x_i \geq 0 \forall i = 1, \dots, n$. Una matriz no-negativa $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es denotada como $A \succeq 0$, si $A_{ij} \geq 0$ con $1 \leq \{i, j\} \leq n$. Tal notación no debe ser confundida con una matriz definida positiva P (resp. semi-definida positiva), dada por $P = P^T > 0$ (resp. $P = P^T \geq 0$). Además, $M = \max\{A, B\}$ es la matriz donde cada entrada está dada por $m_{ij} = \max\{a_{ij}, b_{ij}\}$. Definimos $N^+ = \max\{N, 0_{p \times m}\}$ y $N^- = N^+ - N$. El valor absoluto está dado como $|N| = N^+ + N^-$.

2. MODELO DEL PROCESO BIOLÓGICO

En esta sección, se presenta el modelo del biorreactor de producción de biohidrógeno utilizado.

2.1 Modelo no lineal

El modelo ADM1 es el enfoque más utilizado para describir la digestión anaerobia. Se considera el modelo presentado en Torres Zúñiga et al. (2015), formado por el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\begin{bmatrix} \dot{Glu} \\ \dot{Ace} \\ \dot{Pro} \\ \dot{Bu} \\ \dot{EtOH} \\ \dot{X} \\ \dot{CO}_2 \\ \dot{H}_2 \end{bmatrix} = Kr - D \begin{bmatrix} Glu - Glu_{in} \\ Ace \\ Pro \\ Bu \\ EtOH \\ X \\ CO_2 \\ H_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho_{CO_2} \\ \rho_{H_2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde Glu , Ace , Pro , Bu , $EtOH$, X , CO_2 y H_2 representan las concentraciones (en gL^{-1}) de glucosa, acetato, propionato, butirato, etanol, biomasa, dióxido de carbono e hidrógeno, respectivamente, en fase líquida. El vector r describe la cinética de las reacciones biológicas involucradas (en $gL^{-1}d^{-1}$), $D = Q_{in}/V$ la tasa de dilución (en d^{-1}). Finalmente, $K \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$ representa la matriz de coeficientes estequiométricos.

$$r = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{max,1}Glu}{K_{Glu,1} + Glu} \\ \frac{\mu_{max,2}Glu}{K_{Glu,2} + Glu} \end{bmatrix} X, \quad (2)$$

donde $\mu_{max,l}$ es la tasa máxima de crecimiento específico de los microorganismos (en $g[Glu]g[X]^{-1}d^{-1}$) y $K_{Glu,l}$ es la constante de semi-saturación (en gL^{-1}) para $l = 1, 2$. Además, las ecuaciones diferenciales para la fase gaseosa con volumen de gas constante están dadas por

$$\frac{dCO_{2,gas}}{dt} = -\frac{CO_{2,gas}Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{CO_2} \frac{V}{V_{gas}} \quad (3)$$

$$\frac{dH_{2,gas}}{dt} = -\frac{H_{2,gas}Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{H_2} \frac{V}{V_{gas}}, \quad (4)$$

con el flujo total de biogás a la salida del reactor descrito como,

$$Q_{gas} = \frac{RT_{amb}}{P_{atm} - p_{vap,H_2O}} V \left(\frac{\rho_{H_2}}{M_{H_2}} + \rho_{CO_2} \right) \quad (5)$$

con

$$\rho_{H_2} = k_L a_{H_2} (H_2 - M_{H_2} K_{H,H_2} p_{H_2,gas}) \quad (6)$$

$$p_{H_2,gas} = \frac{H_{2,gas} RT_{reac}}{M_{H_2}} \quad (7)$$

$$\rho_{CO_2} = k_L a_{CO_2} (CO_2 - K_{H,CO_2} p_{CO_2,gas}) \quad (8)$$

$$p_{CO_2,gas} = CO_{2,gas} RT_{reac}, \quad (9)$$

donde $CO_{2,gas}$ y $H_{2,gas}$ son, respectivamente, la concentración de dióxido de carbono (en $molL^{-1}$) y la concentración de hidrógeno (en gL^{-1}) en fase gaseosa.

Como se muestra en la ecuación (5), el caudal total de biogás en la salida del reactor (en Ld^{-1}) es la suma del caudal de gas hidrógeno más el caudal de gas de dióxido de carbono ($Q_{gas} = q_{H_2,gas} + q_{CO_2,gas}$).

El fermentador oscuro tiene dos entradas: la concentración de sustrato de entrada (Glu_{in}) y la tasa de flujo de entrada (Q_{in}). Además, la tasa de flujo de gas total (Q_{gas}) y el porcentaje de hidrógeno ($\%H_2$) en la salida del biorreactor se pueden medir en línea. Utilizando ambas mediciones, el flujo de hidrógeno producido ($q_{H_2,gas}$) se puede calcular y utilizar como salida medida.

La salida medida $y(t) = q_{H_2,gas}$ está definida como

$$q_{H_2,gas}(t) = \frac{RT_{amb}}{P_{atm} - p_{vap,H_2O}} \left(\frac{\rho_{H_2}}{M_{H_2}} \right).$$

Diferenciando $q_{H_2,gas}(t)$ con respecto al tiempo, su dinámica se obtiene como

$$\begin{aligned} \dot{q}_{H_2,gas}(t) = & - \left(1 + K_{H,H_2} RT_{reac} \frac{V}{V_{gas}} \right) k_L a_{H_2} M_{H_2} q_{H_2,gas}(t) \\ & + k_L a_{H_2} \frac{RT_{amb}}{P_{atm} - p_{vap,H_2O}} V (K(8,1)r_1 + K(8,2)r_2 \\ & - DH_2 + K_{H,H_2} RT_{reac} \frac{Q_{gas}}{V_{gas}} H_{2,gas}) \end{aligned}$$

Parte de las variables de estado del modelo del fermentador oscuro (1)-(9) son seleccionadas para formar un nuevo vector de estados que considere solo las dinámicas del hidrógeno producido. El nuevo vector de estados z se define como:

$$z = \begin{bmatrix} Glu \\ X \\ H_2 \\ H_{2,gas} \\ q_{H_2,gas} \end{bmatrix}.$$

A partir del vector z , se puede representar un sistema no lineal de orden reducido de forma matricial como

$$\Sigma_N : \begin{cases} \dot{z}(t) = f(z) + g(z, w)u(t) \\ y(t) = z_5(t), \end{cases} \quad (10)$$

donde $u = Q_{in}$ es la entrada de control y $w = Glu_{in}$ es una entrada desconocida.

2.2 Modelo lineal

Al linealizar el sistema no lineal Σ_N en (10) alrededor de un punto de operación (z^*, u^*, w^*) , se obtiene el siguiente modelo en espacio de estado lineal:

$$\Sigma_L : \begin{cases} \dot{\bar{z}}(t) = A_z \bar{z}(t) + B_{uz} \bar{u}(t) + B_{wz} \bar{w}(t), & \bar{z}(0) = \bar{z}_0, \\ \bar{y}(t) = C_z \bar{z}(t). \end{cases} \quad (11)$$

donde $A_z \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, $B_{uz} \in \mathbb{R}^5$ y $B_{wz} \in \mathbb{R}^5$ están definidos como el las matrices Jacobianas de $f(z) + g(z, w)u$ con respecto a z , u y w , respectivamente.

Además, $C_z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$, y

$$\begin{aligned} \bar{z} &= z - z^* \\ \bar{u} &= u - u^* \\ \bar{w} &= w - w^*. \end{aligned}$$

Dado que las variables de estado H_2 , $H_{2,gas}$ y $q_{H_2,gas}$ son linealmente dependientes, el par (A_z, C_z) no es observable. La condición de observabilidad se puede lograr definiendo el vector de estado $x \in \mathbb{R}^3$ como

$$x = \begin{bmatrix} Glu \\ X \\ q_{H_2,gas} \end{bmatrix}.$$

De esta forma, se considera un nuevo modelo en espacio de estados lineal dado por las siguientes ecuaciones:

$$\Gamma_L : \begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A \bar{x}(t) + B_u \bar{u}(t) + B_w \bar{w}(t), & \bar{x}(0) = \bar{x}_0, \\ \bar{y}(t) = C \bar{x}(t), \end{cases} \quad (12)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $B_u \in \mathbb{R}^3$ y $B_w \in \mathbb{R}^3$ son las submatrices de A_z , B_{uz} y B_{wz} relacionadas con el vector de estado x , respectivamente. La matriz de salida es $C = [0 \ 0 \ 1]$ debido a que el flujo de hidrógeno es la salida medida disponible, $\bar{y} = \bar{x}_3$. En este caso, $\bar{x} = x - x^*$. Es importante mencionar que el modelo del fermentador oscuro (1)-(9) incluye un conjunto de parámetros inciertos, agrupados en el vector p , definido como

$$p = [T_{amb}, K_L a_{H_2}, K_{6i}, K_{81}, \mu_{max,i}, K_{Glu,i}],$$

para $i = 1, 2$. T_{amb} varía entre $278K$ y $303K$, mientras que se considera que el resto de los elementos de p varían entre $\pm 10\%$ de su valor nominal. Por otro lado, la concentración de glucosa en la entrada del bioreactor varía entre 0 y $25 gL^{-1}$. De esta manera, la perturbación w pertenece al dominio \mathcal{D}_w definida como

$$\mathcal{D}_w = \{w \in \mathbb{R} | w^T w < 25^2\}.$$

De esta forma, se considera que las incertidumbres de la matriz A están dentro del dominio convexo definido como

$$\mathcal{D}_A = \{A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} | A = \lambda A_1 + (1 - \lambda)A_2, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

donde A_1 y A_2 son los vértices del polígono \mathcal{D}_A . De manera similar, a partir de los valores extremos de la entrada de control $u \in (0, 5]$, se puede definir un polígono de dos vértices para describir las incertidumbres de la matriz B_w , que están dentro del dominio convexo definido como

$$\mathcal{D}_{B_w} = \{B_w \in \mathbb{R}^3 | B_w = \lambda B_{w,1} + (1 - \lambda)B_{w,2}, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

donde $B_{w,1}$ y $B_{w,2}$ son los vértices del polígono \mathcal{D}_{B_w} .

3. DISEÑO DE OBSERVADOR INTERVALO

En esta sección, se presenta el esquema de observador de intervalo, reportado en Meslem et al. (2020), para el modelo lineal en el espacio de estados en presencia de perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Aquí, el diseño combina el enfoque de control \mathcal{H}_∞ con la ubicación de polos en una región de estabilidad (Chilali and Gahinet, 1996) y el modelado de las incertidumbres paramétricas en conjuntos convexos (Arzelier et al., 1993).

Consideramos el sistema lineal Γ_L en (12), cuya condición inicial está acotada por intervalos de la forma siguiente:

$$\bar{x}^+(t_0) \succeq \bar{x}(t_0) \succeq \bar{x}^-(t_0), \quad (13)$$

donde $(\bar{x}^+(t_0), \bar{x}^-(t_0))$ representan las cotas superior e inferior de la condición inicial en el instante de tiempo t_0 . Además, el término de perturbación $\bar{w}(t)$ es también acotado por intervalos, dada por,

$$\bar{w}^+(t) \succeq \bar{w}(t) \succeq \bar{w}^-(t), \quad \forall t \geq 0, \quad (14)$$

donde $\bar{w}^+(t)$ y $\bar{w}^-(t)$ son funciones de las cotas conocidas.

Se asume que el sistema Γ_L en (12) satisface la siguiente suposición.

Suposición 1. El par (A_i, C) es detectable para cada vértice A_i del polígono \mathcal{D}_A .

Ahora bien, consideramos el observador intervalo para el sistema Γ_L de forma similar al propuesto en (Meslem et al., 2020), el cual está basado en un observador Luenberger y un predictor de intervalo. En el primer paso, se considera la forma del observador como

$$\Gamma_{O_1} : \begin{cases} \dot{\hat{\xi}}(t) = A\xi(t) + B_u \bar{u}(t) + L(\bar{y}(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C\xi(t), \end{cases} \quad (15)$$

donde $\xi(t)$ representa la estimación de $\bar{x}(t)$. La matriz L requiere ser seleccionada para asegurar la convergencia del error de estimación al origen.

Definiendo el error de estimación como $e(t) \triangleq \bar{x}(t) - \xi(t)$, obtenemos las dinámicas del error de estimación, expresadas por las ecuaciones

$$\Gamma_E : \begin{cases} \dot{e}(t) = A_L e(t) + B_w \bar{w}(t), \\ e(t) = I_n e(t), e(t_0) = e_0, \end{cases} \quad (16)$$

donde $\bar{w}(t)$ representa una entrada exógena desconocida y acotada en el sistema del error de estimación Γ_E . La matriz dinámica del sistema en lazo cerrado está dada por $A_L = A - LC$. I_n es la matriz identidad de dimensiones $n \times n$. El comportamiento del error de estimación puede ser examinado mediante la solución del sistema Γ_E , descrito por

$$e(t) = \Phi(t, t_0) e(t_0) + \sigma(t), \quad (17)$$

donde

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B_w \bar{w}(\tau) d\tau, \quad (18)$$

con $\Phi(t, t_0) = \exp(A_L(t - t_0))$ es la matriz de transición de estado del sistema Γ_E en (16). Note que la función de transferencia a partir de $\bar{w}(t)$ a $e(t)$ está dada por

$$G_{we}(s) = (sI_n - A_L)^{-1} B_w. \quad (19)$$

En el segundo paso, establecemos el predictor de intervalo basado en el observador Luenberger Γ_{O_1} , el cual está dado por las siguientes ecuaciones

$$\Gamma_{O_2} : \begin{cases} \dot{\sigma}^+(t) = \Phi^+(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^+ - B_w^- \bar{w}^-) - \\ \quad \Phi^-(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^- - B_w^- \bar{w}^+), \\ \dot{\sigma}^-(t) = \Phi^+(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^- - B_w^- \bar{w}^+) - \\ \quad \Phi^-(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^+ - B_w^- \bar{w}^-), \end{cases} \quad (20)$$

$$\Gamma_{O_3} : \begin{cases} \bar{x}^+(t) = \xi(t) + \Phi^+(t, t_0) e^+(t_0) + \\ \quad \sigma^+(t) - \Phi^-(t, t_0) e^-(t_0), \\ \bar{x}^-(t) = \xi(t) + \Phi^+(t, t_0) e^-(t_0) + \\ \quad \sigma^-(t) - \Phi^-(t, t_0) e^+(t_0), \end{cases} \quad (21)$$

donde $\bar{x}^+(t)$ y $\bar{x}^-(t)$ son las cotas superior e inferior del vector de estado $\bar{x}(t)$. Las matrices B_w^+ y B_w^- en (20) representan la descomposición positiva de la matriz B_w . $(\Phi^+(t, t_0), \Phi^-(t, t_0))$ y $(\sigma^+(t), \sigma^-(t))$ son las descomposiciones positivas de $\Phi(t, t_0)$ y $\sigma(t)$, respectivamente. Asimismo, $e^+(t_0) = \bar{x}^+(t_0) - \xi(t_0)$ y $e^-(t_0) = \bar{x}^-(t_0) - \xi(t_0)$ son las cotas superior e inferior, representaciones positivas, del error de estimación inicial $e(t_0)$.

Nota 1. A partir de las ecuaciones de las cotas superior e inferior en Γ_{O_3} en (21), se pueden obtener las cotas de los errores de estimación, dadas por

$$\begin{aligned} e^+(t) &= \sigma^+(t) + \Phi^+(t, t_0)e^+(t_0) - \Phi^-(t, t_0)e^-(t_0), \\ e^-(t) &= \sigma^-(t) + \Phi^-(t, t_0)e^-(t_0) - \Phi^+(t, t_0)e^+(t_0). \end{aligned}$$

La siguiente proposición establece las condiciones de acotamiento superior e inferior, del predictor de intervalo para las soluciones de Γ_E en (16) y del observador intervalo para Γ_L en (12).

Proposición 1. (Meslem et al. (2020)). El modelo lineal $(\Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$ en (20)-(21) proporciona un acotamiento del error de estimación $e(t)$, es decir, existen cotas superior e inferior $(e^-(t_0), e^+(t_0))$ tal que

$$e^+(t_0) \succeq e(t_0) \succeq e^-(t_0), \quad (22)$$

son satisfechas. Entonces, las soluciones de $(\Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$ satisfacen, para todo $e(t)$, las siguientes desigualdades

$$e^+(t) \succeq e(t) \succeq e^-(t). \quad (23)$$

Si la matriz A_L es Hurwitz, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e^+(t) - e^-(t)) \preceq c, \quad (24)$$

donde c es un vector real positivo.

El objetivo consiste en reconstruir el vector de estado $\bar{x}(t)$ a partir de mediciones del flujo de hidrógeno producido $(q_{H_2, gas}(t))$, haciendo uso de la estructura del observador de intervalo en (Meslem et al., 2020), dado por el observador de Luenberger Γ_{O_1} combinado con el predictor de intervalo $(\Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$, para el fermentador oscuro descrito por el modelo en espacio de estado Γ_L en (12). Para lograr este objetivo, diseñamos la ganancia del observador de intervalo L para garantizar que el error de estimación $e(t)$ converga a una vecindad del origen cuando el sistema Γ_L está en presencia de una perturbación $\bar{w}(t) \neq 0$ e incertidumbres paramétricas en las matrices A y B_w . En particular, la ganancia del observador intervalo es elegida de manera óptima resolviendo el problema de optimización semi-definida para minimizar la norma \mathcal{H}_∞ de la función de transferencia $G_{we}(s)$ tal que se disminuye la influencia de la perturbación $\bar{w}(t)$ y las incertidumbres paramétricas sobre el error de estimación $e(t)$, acelerando su dinámica mediante la ubicación de los polos dentro de una región de estabilidad $\mathcal{S}(d, r, \theta)$ (Arzelier et al., 1993; Gahinet and Apkarian, 1994), representada como la intersección de una sección cónica, relacionado con el ángulo θ , el interior de un disco de radio r centrado en el origen, y un semiplano izquierdo con distancia d del eje imaginario.

La siguiente proposición establece las condiciones de diseño del observador de intervalo $(\Gamma_{O_1}, \Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$ para Γ_L , basada en el lema Real-Acotado con ubicación de los polos de lazo cerrado dentro de la región de estabilidad $\mathcal{S}(d, r, \theta)$, sin requerir condiciones de cooperatividad.

Proposición 2. Se asume que las desigualdades en (13) y (14) son satisfechas. El observador Luenberger Γ_{O_1} combinado con el predictor de intervalo $(\Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$ forman un observador intervalo para Γ_L si existe el escalar $\gamma > 0$ y las

matrices $W_1 = W_1^T > 0$, y $W_2 = W_1 L$, tal que existe una solución para el problema de optimización semi-definida siguiente:

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma, W_1, W_2} \gamma \\ & \text{s. t.} \\ & \gamma > 0 \\ & W_1 > 0 \\ & \begin{bmatrix} M_k^T + M_k & W_1 B_{w,k} & I_3 \\ B_{w,k}^T W_1 & -\gamma & 0_{1,3} \\ I_3 & 0_{3,1} & -\gamma I_3 \end{bmatrix} < 0 \\ & M_k^T + M_k + 2dW_1 < 0 \\ & \begin{bmatrix} -rW_1 & M_k \\ M_k^T & -rW_1 \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} \sin(\theta)(M_k^T + M_k) & \cos(\theta)(M_k - M_k^T) \\ \cos(\theta)(M_k^T + M_k) & \sin(\theta)(M_k - M_k^T) \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (25)$$

donde $M_k = W_1 A_k - W_2 C$, $W_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $W_2 \in \mathbb{R}^3$, y $k = 1, 2$. La ganancia del observador de intervalo, es calculada como $L = W_1^{-1} W_2$, mientras $\|G_{we}(s)\|_\infty < \gamma$ (Arzelier et al., 1993; Gahinet and Apkarian, 1994; Chilali and Gahinet, 1996).

Nota 2. El método propuesto de diseño del observador intervalo $(\Gamma_{O_1}, \Gamma_{O_2}, \Gamma_{O_3})$ no considera la propiedad sistémica de cooperatividad (Gouzé et al., 2000; Mazenc and Bernard, 2011; Raissi et al., 2012; Avilés and Moreno, 2014, 2020), haciendo su diseño más simple en comparación con algunos métodos que dependen de tal propiedad, descrita por la matriz A_L Metzler para el caso lineal. Tampoco se requiere una transformación de coordenadas para establecer el observador intervalo.

4. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Las simulaciones del modelo del fermentador oscuro (1)-(9) y del observador de Luenberger (15) junto con el predictor de intervalo (20)-(21) se realizaron en Matlab. Para calcular la ganancia del observador L , se consideraron las matrices nominales A , B_u , B_w , y C asociadas al modelo linealizado del bioreactor de fermentación oscura Γ_L en (12), obtenidas a partir de las matrices A_z , B_{uz} y B_{wz} , y la linealización del modelo (10) alrededor de un punto de operación $(z^*, u^*, w^*) = (0.2365, 1.1445, 0.0011, 0.0491, 7.7507, 2.5, 12.5)$. A partir de las matriz nominal A , el dominio \mathcal{D}_w y el vector de incertidumbres paramétricas p , se calcularon los vértices del polítopo \mathcal{D}_A . Por otro lado, a partir de la matriz nominal B_w y los valores extremos de Q_{in} , se calcularon los vértices del polítopo \mathcal{D}_{B_w} .

El problema de optimización semi-definida (25) fue resuelto usando la herramienta CVX con el solucionador SDPT3, considerando la región de estabilidad $\mathcal{S}(0, 50000, \pi/3)$, para generar una ganancia

$$L = \begin{bmatrix} 15, 110.16 \\ 3.19 \\ 44, 404.05 \end{bmatrix}.$$

Para realizar las simulaciones se consideraron el flujo de entrada Q_{in} y la concentración de glucosa en la entrada Glu_{in} mostradas en la figura 1 (Torres Zúniga et al., 2015).

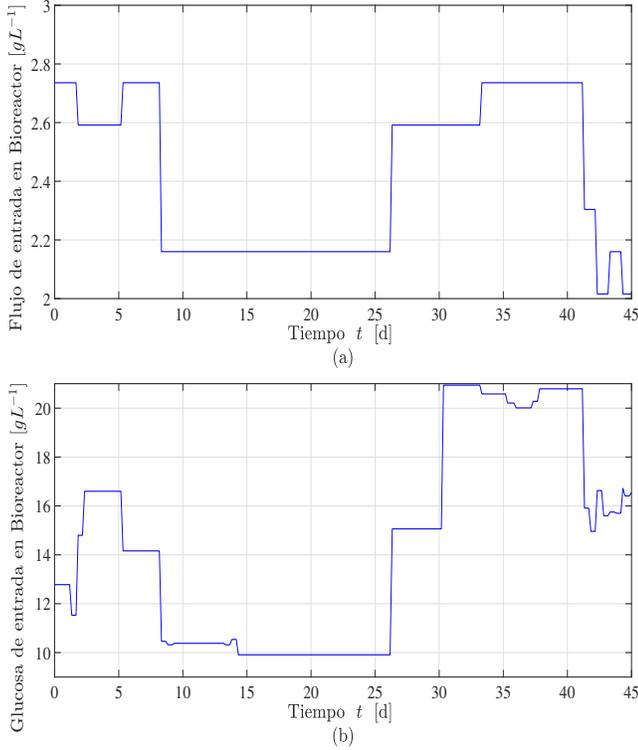


Fig. 1. Entradas en bioreactor. (a) Q_{in} . (b) Glu_{in} .

Los resultados de las simulaciones numéricas se muestran en la Figura 2 (a)-(c). En rojo se muestra la dinámica de los estados del fermentador oscuro a partir del modelo (1)-(9). En azul se muestran las estimaciones superior e inferior proporcionadas por el observador de intervalo propuesto, tomando en cuenta las cotas de las condiciones iniciales $x_0^+ = [3.5, 2.5, 30]$ y $x_0^- = [0, 0, 0]$. Es fácil ver las principales características de los observadores de intervalo para el bioreactor de producción de hidrógeno en presencia de una perturbación e incertidumbres paramétricas. Así que, (i) las estimaciones superior e inferior preservan el ordenamiento parcial con respecto a las trayectorias del estado, a partir del ordenamiento parcial apropiado en la inicialización, y (ii) las estimaciones superior e inferior prácticamente convergen a una vecindad de los valores simulados a partir del modelo.

5. CONCLUSIONES

Este artículo presentó el diseño de un observador intervalo para estimar la glucosa y la biomasa en un biorreactor de producción de hidrógeno a partir de las mediciones del

flujo de hidrógeno producido. El observador de intervalo, proporciona las cotas superior e inferior de la trayectoria del estado en cualquier instante de tiempo a partir de una inicialización apropiada. Las condiciones de diseño presentadas en este trabajo, se basan en el control \mathcal{H}_∞ en combinación con la ubicación de los polos y conducen a problemas de optimización semi-definida con desigualdades matriciales lineales que no dependen de la condición de cooperatividad. Los resultados de las simulaciones numéricas ilustraron la efectividad del método propuesto,

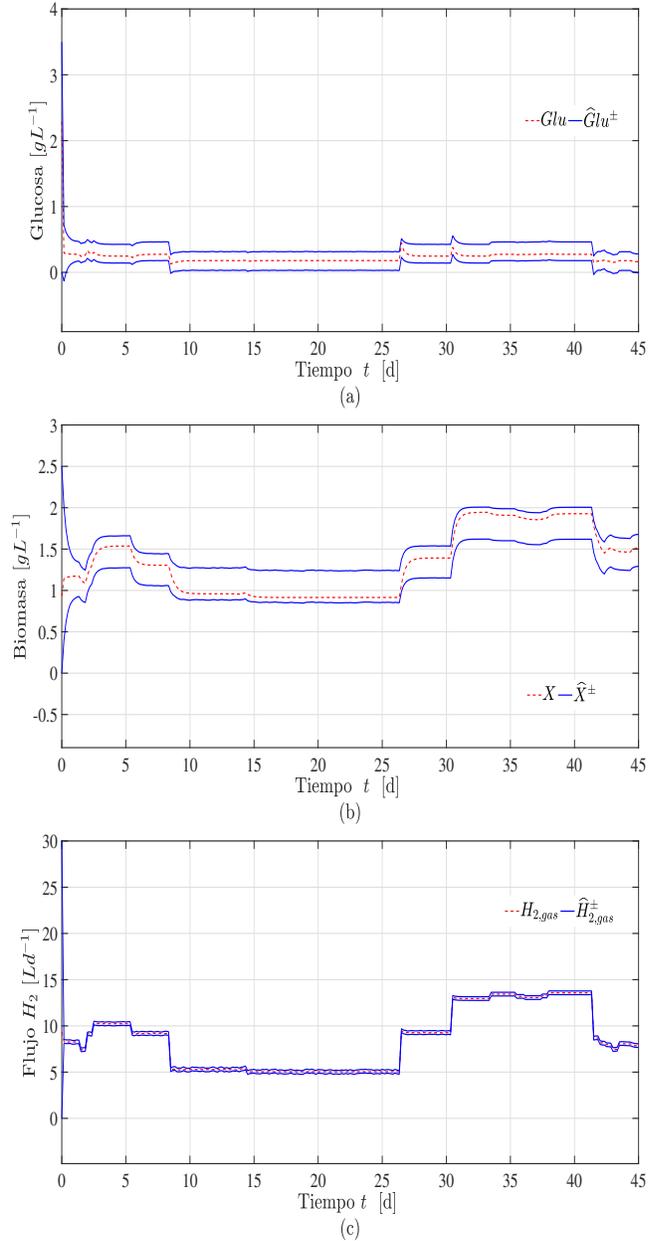


Fig. 2. Estimaciones superior e inferior del observador intervalo. (a) \bar{x}_1 representa la glucosa Glu . (b) \bar{x}_2 está dado por la Biomasa X . (c). \bar{x}_3 es el flujo de hidrógeno producido $q_{H_2, gas}$.

pues durante toda la simulación, las estimaciones inferior y superior se mantuvieron en una vecindad de los valores simulados a partir del modelo del fermentador oscuro.

REFERENCIAS

- Arzelier, D., Bernussous, J., and Garcia, G. (1993). Pole assignment of linear uncertain systems in a sector via a Lyapunov-type approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(7), 1128–1132.
- Avilés, J.D. and Moreno, J.A. (2014). Preserving order observers for nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(16), 2153–2178.
- Avilés, J.D. and Moreno, J.A. (2020). Dissipative interval observer design for discrete-time nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 22(4), 1422–1436.
- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3), 358–367.
- Das, D. and Veziroglu, T. (2001). Hydrogen production by biological processes: a survey of literature. *International Journal of Hydrogen Energy*, 26, 13–28.
- Gahinet, P. and Apkarian, P. (1994). A linear matrix inequality approach to H_∞ control. *International Journal of Nonlinear Control*, 4, 421–448.
- Gouzé, J.L., Rapaport, A., and Hadj-Sadok, M.Z. (2000). Interval observers for uncertain biological systems. *Ecol Modelling*, 133(1-2), 45–56.
- Kapdan, I. and Kargi, F. (2006). Bio-hydrogen production from waste materials. *Enzyme and Microbial Technology*, 38, 569–582.
- Levin, D., Pitt, L., and Love, M. (2004). Biohydrogen production: prospects and limitations to practical application. *International Journal of Hydrogen Energy*, 29, 173–185.
- Liu, H., Grot, S., and Logan, B.E. (2005). Electrochemically assisted microbial production of hydrogen from acetate. *Environmental Science & Technology*, 39(11), 4317–4320.
- Logan, B. (2004). Peer reviewed: extracting hydrogen and electricity from renewable resources. *Environmental Science Technoly*, 38, 160A–167A.
- Mazenc, F. and Bernard, O. (2011). Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44, 140–147.
- Meslem, N., Martinez, J., Ramdani, N., and Besançon, G. (2020). An interval observer for uncertain continuous-time linear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 30(5), 1886–1902.
- Núñez, S., Garelli, F., and De Battista, H. (2012). Sliding mode observer for biomass estimation in a biohydrogen production process. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(13), 10089–10094.
- Raissi, T., Efimov, D., and Zolghadri, A. (2012). Interval state estimation for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(1), 260–265.
- Torres Zúñiga, I., Villa-Leyva, A., Vargas, A., and Buitrón, G. (2018). Experimental validation of on-line monitoring and optimization strategies applied to a biohydrogen production dark fermenter. *Chemical Engineering Science*, 190, 48–59.
- Torres Zúñiga, I., Vargas, A., Latrille, E., and Buitrón, G. (2015). Robust observation strategy to estimate the substrate concentration in the influent of a fermentative bioreactor for hydrogen production. *Chemical Engineering Science*, 129, 126–134.