

Detectability in a beer fermentation process since two mathematical models

Rosa L. Tafoya-Rivera, Héctor Hernández-Escoto

*Departamento de Ingeniería Química, Universidad de Guanajuato, Guanajuato, GTO 36050 México
(e-mail: {rl.tafoyarivera, hhee}@ugto.mx)*

Abstract: On the research and development of estimation schemes of beer fermentation processes, in this work the detectability property of two mathematical models of a same process is addressed. The process is a typical one of alcoholic fermentation carried out in a tank bioreactor in batch operation, for which the models include the description of two metabolites related to the beer flavor, in addition to classic variables of yeast, reducing sugars and ethanol. Taking in account that in some practical cases the available on-line measurement is the reducing sugars, and in other ones, the ethanol, three measurement scenarios are considered. The detectability of both models is guaranteed in the scenario in which both reducing sugars and ethanol are measured, and in the case of one of the models, the detectability is even provided when the only measurement is the ethanol. To illustrate the detectability outcomes, an estimator is constructed following a geometric approach, where the tuning of gains is carried out through a pole-placement technique.

Keywords: Detectability, State estimation, Fermentation Process, Beer.

1. INTRODUCCIÓN

El proceso de fermentación de cerveza es uno de los más antiguos en la historia de la humanidad, en el que básicamente se convierten azúcares provenientes de un cereal a etanol, y se aprovechan las características orgánicas del cereal para conferir un sabor especial a la bebida resultante. Se puede decir que este proceso es muy común y llevarlo a cabo no implica grandes retos de equipo y operación; muestra de ello es la aparición en las últimas décadas de una innumerable cantidad de empresas que producen cerveza.

La fermentación se lleva a cabo en un reactor tipo tanque en operación lote, en el que se carga el mosto de un cereal, levadura y lúpulo, y debido a la variabilidad del contenido del mosto y de las características de la levadura y lúpulo que se puede presentar lote a lote, desde el punto de vista de ingeniería de procesos, esta fermentación conlleva el siguiente problema: obtener lote a lote una cerveza con el mismo contenido de etanol, azúcares remanentes y metabolitos característicos. Este cumplimiento de calidad trae consigo una garantía en la conservación de consumidores de cierta cerveza; ejemplo de ello es que las compañías de producción de cerveza a gran escala deben de garantizar un mismo sabor a lo largo del tiempo.

Es bien sabido que para controlar cualquier variable de un proceso es necesario medirla. En el caso de fermentación de cerveza no es posible medir todas las variables involucradas; en muchos casos sólo se tiene la posibilidad de medir los azúcares reductores, en otros, también la cantidad de etanol, quedando un tanto desconocido la forma en que evoluciona la levadura y los metabolitos relacionados a características organolépticas de la cerveza. Por lo anterior, es necesario construir un sistema que, a partir de la información disponible en-línea, infiera el valor de las demás variables del

proceso a lo largo de su operación; es decir, un estimador de estados.

En la literatura abierta los autores de este trabajo encontraron pocos artículos que abordan la estimación de estados en procesos de fermentación de cerveza, principalmente de un par de grupos de investigación. En uno de ellos, Gee y Ramírez (1996) construyeron un Filtro Extendido de Kalman (FEK) mediante el cual se estima la cantidad de levadura a partir de la medición de tres principales azúcares reductores, que son la glucosa, maltosa y maltotriosa; en este trabajo también se reajustó el modelo que los mismos autores construyeron en un trabajo previo (Gee y Ramírez, 1994), en base a las estimaciones dadas por el FEK de las velocidades de crecimiento de levadura y consumo de azúcares. Por otro lado, Borges (2020) construyó también un FEK para estimar la biomasa a partir de los azúcares presentes y una tasa de producción de dióxido de carbono, basada en un modelo que previamente fue derivado de los construidos por Balling (1865), Gee y Ramírez (1994) y de Andrés-Toro y col. (1998). En este trabajo se aborda la observabilidad del modelo en una versión lineal, y se extrapola el resultado al modelo no-lineal. En ambos estudios mencionados se busca proponer un método para el seguimiento en línea de la evolución del proceso de fermentación de la cerveza, lo cual tiene mucho valor ya que dado un modelo matemático se puede obtener datos para brindar a los operadores información extra que puede ser utilizados para toma de decisiones y control del proceso. En ambos trabajos, el establecer una condición inicial del FEK fue un paso fundamental que requirió una actividad de prueba y error, que en la práctica podría conducir a una ardua actividad lote-a-lote.

De forma general, la estimación de estados en procesos de fermentación alcohólica ha sido ya abordada; ejemplo de ello se encuentra en Bastin y Dochain (1990), en el que se

determina que en un modelo de proceso de fermentación basado en funcionalidad de tipo Monod y coeficientes de rendimiento no es completamente observable si sólo se miden azúcares reductores, y se construyen estimadores de tipo adaptivo y de tipo FEK. Hay otros trabajos que utilizan diferentes técnicas para la construcción de un estimador en esta clase de procesos, como el de filtros bayesianos recursivos en Quintero y col. (2007), modificaciones del FEK en Zhao y col. (2015) y redes neuronales artificiales en Ccopa y col. (2009) entre otros. Estos trabajos se basan principalmente en el escenario específico de medición de azúcares reductores, que, si bien sí se presentan en procesos de fermentación de cerveza, no consideran el de la medición de alcohol, que también se puede presentar en la práctica de fermentación de cerveza. Por otro lado, los modelos matemáticos de la mayor parte de los trabajos consideran cinéticas de tipo Monod, y si bien el modelo de Gee y Ramírez (1994) considera relaciones cinéticas de este tipo, el modelo de de-Andrés-Toro y col (1998) es construido con una estructura cinética no ortodoxa; entonces, los resultados de los trabajos de estimación en procesos de fermentación en general no pueden ser extrapolados de forma directa al proceso de fermentación de cerveza.

En el desarrollo de esquemas de estimación de estados para el proceso de fermentación de cerveza, en este trabajo se analiza las diferentes posibilidades de estimación que surgen en dos modelos matemáticos diferentes, pero que describen cierta misma fermentación. Es decir, se evalúa la detectabilidad de los modelos considerando los diferentes escenarios prácticos de medición del proceso. Para conservar el marco de trabajo puramente no-lineal, ya que los modelos matemáticos lo son, se sigue una estrategia llamada geométrica (Hernández y Álvarez, 2003), la cual tiene la ventaja de hacer sistemática no sólo la evaluación de la detectabilidad del modelo, sino también la construcción y sintonización de un estimador para ilustrar los resultados que se obtengan.

2. PROCESO DE FERMENTACION DE CERVEZA: MODELOS Y MONITOREO

2.1 Proceso de Fermentación de Cerveza

El proceso de fermentación para producción de cerveza se lleva a cabo en un biorreactor tipo tanque casi sellado para favorecer una ruta de crecimiento de la levadura de tipo anaerobio, y así consecuentemente favorecer la producción de etanol. Se considera que el biorreactor está enchaquetado o con un serpentín interior para mantener una temperatura deseada. De forma específica se considera el sistema de fermentación de de-Andrés-Toro y col. (1998), en el que se utiliza *Sacharomices cerevisiae* para fermentar azúcares reductores de un mosto provenientes del procesamiento de una malta de cebada. Cabe comentar que una de las fuentes de variabilidad lote-a-lote en la calidad de cerveza es la preparación del mosto, en donde es difícil obtener lote-a-lote

una misma concentración de cada uno de los azúcares reductores.

El proceso comienza con la carga del mosto en el reactor y cierta cantidad de levadura, una vez que el reactor ha alcanzado la temperatura deseada. Los azúcares reductores se consumen, y etanol y dióxido de carbono se van produciendo junto con un ligero crecimiento de la levadura; por los diversos componentes del mosto (p.ej., los provenientes del lúpulo), se van generando otros metabolitos como el diacetil y el acetato de etilo, que han sido relacionados al sabor y color de la cerveza. A lo largo del proceso se van monitoreando algunas de estas sustancias, dependiendo de la infraestructura de medición con que cuente la fábrica: lo más fácil de medir son los azúcares reductores en su conjunto, a través de una técnica espectrofotométrica (Ramos y Martínez, 2014), con una mayor inversión se pueden medir el etanol y cada uno de los azúcares reductores (p.ej., a través de un analizador bioquímico (Ávila y col. 2012); los metabolitos ligados al sabor de la cerveza requieren técnicas e instrumentos más complejos y caros, como la cromatografía, por lo que prácticamente no se miden en línea. El proceso se para una vez que se ha alcanzado un tiempo preestablecido y, en el mejor de los casos, cuando una o algunas de las sustancias ha alcanzado cierto valor. Como se puede ver, la calidad de la cerveza depende de la capacidad de monitoreo de las sustancias involucradas.

En este trabajo se abordan los siguientes problemas específicos: estimar en-línea la cantidad de levadura, azúcares reductores, etanol, diacetil y acetato de etilo en base a los siguientes escenarios de medición:

EM1: sólo se miden azúcares reductores a lo largo del proceso.

EM2: sólo se mide etanol a lo largo del proceso

EM3: se mide tanto azúcares reductores como etanol a lo largo del proceso.

Ya que se recurre al diseño de un estimador de estados, en la siguiente sección se describen los modelos con que se cuentan.

2.2 Modelos de Fermentación de Cerveza

Como ya se mencionó, este trabajo retoma el sistema de de-Andrés-Toro y col. (1998); la principal razón es que el modelo matemático correspondiente fue identificado con datos experimentales de un reactor de escala piloto con un control efectivo de temperatura. El modelo toma la siguiente forma:

$$\dot{x}_a = \mu_a(s, e, T) * x_a + \mu_l(T) * x_l - \mu_{dt}(T) * x_a = g_a(\cdot) \quad (1a)$$

$$\dot{x}_l = -\mu_l(T) * x_l = g_l(\cdot) \quad (1b)$$

$$\dot{x}_d = -\mu_{sd}(e, T) * x_d + \mu_{dt}(T) * x_a = g_d(\cdot) \quad (1c)$$

$$\dot{s} = -\mu_s(s, T) * x_a = g_s(\cdot) \quad (1d)$$

$$\dot{e} = f(e, T) * \mu_e(s, T) * x_a = g_e(\cdot) \quad (1e)$$

$$\dot{m}_d = \mu_{dy}(T) * s * x_a - \mu_{ab}(T) * e * m_d = g_{md}(\cdot) \quad (1f)$$

$$\dot{m}_a = Y_{eas}(T) * \mu_s(s, T) * x_a = g_{ma}(\cdot) \quad (1g)$$

Donde x_a , x_l y x_d se refieren a la concentración de biomasa activa, latente y muerta respectivamente, s representa la concentración de los azúcares, e la del etanol, m_d y m_a corresponden al diacetil y acetato de etilo respectivamente. μ_x , μ_{dt} , μ_l , μ_{sd} , μ_s , μ_e , μ_{dy} , μ_{ab} , son funciones cinéticas que describen, las velocidades específicas de crecimiento de levadura, muerte de levadura, activación de levadura, sedimentación, consumo de sustrato, producción de etanol, producción de diacetil y producción de acetona y butanodiol, respectivamente. El parámetro f es un factor de inhibición en la producción de etanol, y Y_{eas} , el coeficiente de rendimiento de etanol con respecto a los azúcares. Las funciones y parámetros anteriores también dependen de la temperatura (T), los cuales están definidos en de-Andrés-Toro y col. (1998).

La estructura de las funciones de cambio del modelo de Andrés-Toro (1998) no es ortodoxa; a diferencia de los modelos típicos en los que la velocidad de consumo de azúcar o producción de etanol se dan en términos de la velocidad de crecimiento de levadura ponderada por un coeficiente de rendimiento, en éste las funciones son específicas para cada velocidad. Para tomar en cuenta el caso en el que se tiene un modelo de estructura cinética convencional, se retoma el modelo de de-Andrés-Toro y col. (1994) y se sustituyen las funciones de cambio de las ecuaciones que describen el azúcar (1d) y el etanol (1e), por una formada por una velocidad de crecimiento de levadura activa (μ_{ac}) ponderada por un coeficiente de rendimiento (Y_{sa} , Y_{ea}). El modelo toma la siguiente forma:

$$\dot{x}_{ac} = \mu_{ac} * x_a + \mu_{lc}(T) * x_l - \mu_{dc}(T) * x_a = g_{ac}(\cdot) \quad (2a)$$

$$\dot{x}_{lc} = -\mu_{lc}(T) * x_{lc} = g_{lc}(\cdot) \quad (2b)$$

$$\dot{x}_{dc} = -\mu_{sdc}(e_c, T) * x_{dc} + \mu_{dc}(T) * x_{ac} = g_{dc}(\cdot) \quad (2c)$$

$$\dot{s}_c = -\frac{Y_s}{x_a} * \mu_{ac} * x_{ac} = g_{sc}(\cdot) \quad (2d)$$

$$\dot{e}_c = \frac{Y_e}{x_a} * \mu_{ac} * x_{ac} = g_{ec}(\cdot) \quad (2e)$$

$$\dot{m}_{dc} = \mu_{dyc} * s_c * x_{ac} - \mu_{abc} * e_c * m_{dc} = g_{mdc}(\cdot) \quad (2f)$$

$$\dot{m}_{ac} = Y_{easc}(T) * \mu_{sc}(s_c, T) * x_{ac} = g_{mac}(\cdot) \quad (2g)$$

$$\dot{\mu}_{ac} = \alpha(x_{ac}, s_c, e_c, T) = g_{\mu}(\cdot) \quad (2h)$$

En la notación de este modelo, se tienen las mismas variables de estado y parámetros de modelo que en el modelo (1), y el subíndice c indica que la variable o parámetro corresponde al modelo (2), de estructura convencional. Se supone que μ_{ac} depende de x_{ac} , s_c , e_c , y T , por lo que también es una cantidad que varía a lo largo del tiempo, y ya que su forma es

desconocida (α), se considera como una variable de estado adicional a ser estimada (2h).

Para efectos de hacer una referencia rápida a los modelos (1) y (2), su forma compacta-vectorial toma la siguiente forma:

$$\dot{x} = g(x, T) \quad (3)$$

$$\dot{x}_c = g_c(x_c, T) \quad (4)$$

Donde $x = [x_a, x_l, x_d, s, e, m_d, m_a]^T$, $g(x, T) = [g_a, g_l, g_d, g_s, g_e, g_{md}, g_{ma}]^T$, y $x_c = [x_{ac}, x_{lc}, x_{dc}, s_c, e_c, m_{dc}, m_{ac}]^T$, $g_c(x_c, T(t)) = [g_{ac}, g_{lc}, g_{dc}, g_{sc}, g_{ec}, g_{mdc}, g_{mac}, g_{\mu}]^T$.

2.3 Mapas de Salida o Escenarios de Medición

De acuerdo al monitoreo que se pueda realizar en este proceso, los siguientes son los mapas de salida:

$$EM1: y = s \quad (5a)$$

$$EM2: y = e \quad (5b)$$

$$EM3: y = [y_s, y_e]^T = [s, e]^T \quad (5c)$$

donde y es el vector de mediciones.

2.4 Problema de Estimación: Análisis de Detectabilidad.

En los términos matemáticos arriba establecidos, el problema consiste en construir un procesador de las mediciones disponible en-línea (5), en base del modelo matemático (1) o (2), que provea de una estimación de las variables de estado del proceso de fermentación (x) (Fig. 1); es decir, un estimador de estados.

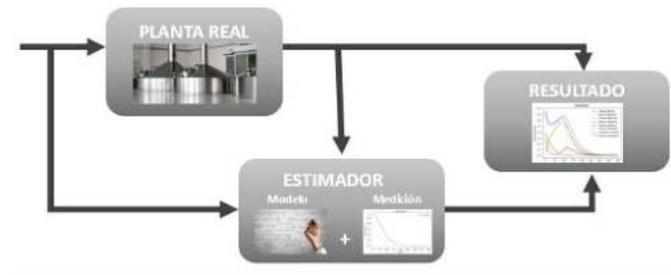


Fig. 1. Estimación de estados en fermentación de cerveza.

Antes de darse a la tarea de construir el estimador de estados, es conveniente determinar su factibilidad e inclusive dilucidar las características del funcionamiento del estimador; es decir, evaluar la detectabilidad del modelo del proceso de acuerdo a las mediciones disponibles en él. En el caso del proceso de fermentación de cerveza de este trabajo, se cuentan con dos modelos matemáticos y con tres escenarios de medición; entonces, el problema principal de este trabajo es uno combinatorial de evaluar la detectabilidad para cada una de las posibles configuraciones modelo-escenario de medición.

3. ANALISIS DE DETECTABILIDAD

Para evaluar la detectabilidad de los modelos de fermentación de base de acuerdo a sus escenarios, se siguen los criterios dados en Hernández y Álvarez (2003), que básicamente conllevan el determinar la posibilidad de resolver un sistema algebraico-diferencial con respecto a las variables de estado,

$$\phi(x_o, x_\delta) = y_o, \quad \dot{x}_g = g_\delta(x, T) \quad (6)$$

siempre y cuando el sistema diferencial sea asintóticamente estable. ϕ es un conjunto de funciones algebraicas conformado por los elementos del mapa de salida (5a, 5b o 5c) y de sus sucesivas aplicaciones de la derivada de Lee en conjunción con el modelo matemático (1 o 2); el vector y_o está formado por la medición (5a, 5b o 5c) y sus derivadas con respecto al tiempo, en correspondencia a los mapas de salida y sus derivaciones de Lee. La derivación se realiza tantas veces como sea necesario para generar un sistema algebraico en el que surjan las variables de estado de interés. Si el número de ecuaciones algebraicas formadas es menor al número de estados, se toman del modelo matemático (1 o 2) tantas ecuaciones diferenciales como número de estados faltantes, y se acoplan al sistema algebraico para así formar el sistema (6). Este sistema crea una partición en el conjunto de las variables de estado: un subconjunto (x_o) que será determinado a través de las ecuaciones algebraicas, y otro que será determinado a través de sus ecuaciones diferenciales (x_δ).

Criterio de Detectabilidad: Se dice que el estado x es detectable, para cada caso modelo-escenario de medición, si en el sistema algebraico-diferencial (6): (i) la parte algebraica puede resolverse para x_o , y (ii) el sistema diferencial es asintóticamente estable.

Cabe notar que las ecuaciones correspondientes a x_a, x_l, x_d, s y e están completamente acopladas en ambos modelos (ver (1a)-(1e) o (2a)-(2e) y (2h)), pero no dependen de los metabolitos m_a y m_d ; en cambio las ecuaciones de m_a y m_d sí dependen de x_a, s y e . Esto implica que en el sistema algebraico nunca se tendrá ni a m_a , ni a m_d . Esto lleva a considerar que la parte diferencial estará formada en una primera instancia por las ecuaciones correspondientes a estas variables ((1f) y (1g), o (2f) y (2g)).

Una derivación de Lee de alto orden conlleva a expresiones matemáticas un tanto extensas y complejas, por lo que se opta por llegar como máximo a una derivación de segundo orden en los casos EM1 (5a) y EM2 (5b). Esto lleva a particionar el vector de estados de la siguiente manera:

$$x_o = [x_a, s, e]', \quad x_\delta = [x_l, x_d, m_a, m_d]' \quad (7a)$$

$$x_{oc} = [\mu_a, s_c, e_c]', \quad x_{\delta c} = [x_{ac}, x_{lc}, x_{dc}, m_{ac}, m_{dc}]' \quad (7b)$$

Para el caso EM3 se decide conservar la misma partición (7) en el conjunto de estados. Ya que en este escenario se tienen dos mediciones, para corresponder a esta partición, el sistema algebraico se puede conformar con las salidas y la derivación

de primer orden de una de las dos salidas, implicando dos opciones a analizar. Los sistemas algebraico-diferencial resultantes se listan en la Tabla 1.

Para los sistemas de la Tabla 1, el criterio de detectabilidad requiere que: (1) el mapa de observabilidad $\phi(x_o, x_\delta)$ sea invertible con respecto a x_o (o x_{oc}), y (2) que la dinámica dada por g_δ (o $g_{\delta c}$) sea asintóticamente estable.

La condición (1) de detectabilidad se determina a través del Jacobiano (J_ϕ) del mapa $\phi(\cdot)$ (Tabla 1) con respecto al vector de estados x_o ; para los diferentes casos Modelo-Escenario de Medición, J_ϕ está dado en la Tabla 2. Con respecto al sistema diferencial $\dot{x}_g = g_\delta(x, T)$, se puede decir que este sistema es asintóticamente estable porque todas las funciones de cambio $g_\delta(x, T)$ están dadas en términos de velocidades de crecimiento celular y de consumo de azúcar, las cuales tienden a cero en tanto el azúcar se haya consumido totalmente.

Tabla 1. Sistemas algebraicos-diferenciales para determinación de detectabilidad

Modelo (1)	Modelo (2)
EM1: $y = s$	
$\phi(x) = [s, L_g s, L_g^2 s]'$ $y_o = [y, \dot{y}, \ddot{y}]'$	$\phi_c(x_c) = [s_c, L_{gc} s_c, L_{gc}^2 s_c]'$ $y_o = [y, \dot{y}, \ddot{y}]'$
EM2: $y = e$	
$\phi(x) = [e, L_g e, L_g^2 e]'$ $y_o = [y, \dot{y}, \ddot{y}]'$	$\phi_c(x_c) = [e_c, L_{gc} e_c, L_{gc}^2 e_c]'$ $y_o = [y, \dot{y}, \ddot{y}]'$
EM3a: $y = [y_s, y_e]' = [s, e]'$	
$\phi(x) = [s, L_g s, e]'$ $y_o = [y_s, \dot{y}_s, y_e]'$	$\phi_c(x_c) = [s_c, L_{gc} s_c, e_c]'$ $y_o = [y_s, \dot{y}_s, y_e]'$
EM3b: $y = [y_s, y_e]' = [s, e]'$	
$\phi(x) = [s, e, L_g e]'$ $y_o = [y_s, y_e, \dot{y}_e]'$	$\phi_c(x_c) = [s_c, e_c, L_{gc} e_c]'$ $y_o = [y_s, y_e, \dot{y}_e]'$
Todos los escenarios de medición ($x = x_o \cup x_\delta$)	
$x_o = [x_a, s, e]'$ $x_\delta = [x_l, x_d, m_a, m_d]'$ $g_\delta = [g_l, g_d, g_{md}, g_{ma}]'$	$x_{oc} = [\mu_a, s, e]'$ $x_{\delta c} = [x_{ac}, x_{lc}, x_{dc}, m_{dc}, m_{ac}]'$ $g_{\delta c} = [g_{ac}, g_{lc}, g_{dc}, g_{mdc}, g_{mac}]'$

Tabla 2. Matrices de observabilidad (J_o) para determinación de detectabilidad

Modelo (1)	Modelo (2)
EM1: $y = s$	
$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial g_s}{\partial x_{11}} & \frac{\partial g_s}{\partial s} & 0 \\ \frac{\partial L_{ys}^2}{\partial x_{11}} & \frac{\partial L_{ys}^2}{\partial s} & 0 \end{bmatrix}$	$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{sc}}{\partial \mu_{11c}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_{ysc}^2}{\partial \mu_{11c}} & \frac{\partial L_{ysc}^2}{\partial s_c} & \frac{\partial L_{ysc}^2}{\partial e_c} \end{bmatrix}$
EM2: $y = e$	
$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial g_e}{\partial x_{11}} & \frac{\partial g_e}{\partial s} & 0 \\ \frac{\partial L_{ye}^2}{\partial x_{11}} & \frac{\partial L_{ye}^2}{\partial s} & \frac{\partial L_{ye}^2}{\partial e} \end{bmatrix}$	$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_{ec}}{\partial \mu_{11c}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial L_{yec}^2}{\partial \mu_{11c}} & \frac{\partial L_{yec}^2}{\partial s_c} & \frac{\partial L_{yec}^2}{\partial e_c} \end{bmatrix}$
EM3a: $y = [y_s, y_e]' = [s, e]'$	
$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial g_s}{\partial x_{11}} & \frac{\partial g_s}{\partial s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial g_{sc}}{\partial \mu_{11c}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
EM3b: $y = [y_s, y_e]' = [s, e]'$	
$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial g_e}{\partial x_{11}} & \frac{\partial g_e}{\partial s} & \frac{\partial g_e}{\partial e} \end{bmatrix}$	$J_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial g_{ec}}{\partial \mu_{11c}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$

4. CONSTRUCCION DEL ESTIMADOR

A manera de ilustrar la propiedad de detectabilidad de los modelos del proceso se procede a la construcción de un estimador de estados. Para ello se aplicó la técnica de Hernández y Álvarez (2003). Ya que esta técnica toma en cuenta la posible naturaleza discreta-retardada de las mediciones en procesos, se consideró que el intervalo de medición es igual a cero. La construcción se hace en base al modelo (1) o (2), y al mapa de medición (5). Cada uno de los estimadores toma la siguiente forma:

$$\hat{x}_m = g(\hat{x}, T) + H(\hat{x}, K) * (y - \hat{x}_m) \quad (7a)$$

$$\hat{x}_c = g_c(\hat{x}_c, T) + H(\hat{x}_c, K) * (y - \hat{x}_m) \quad (7b)$$

$$H = J_o(\hat{x}) * K, \quad H_c = J_{oc}(\hat{x}_c) * K \quad (7c)$$

$$\hat{x}_m = \hat{s}, 0 \hat{e}, 0 [\hat{s}, \hat{e}]', \quad \hat{x}_{mc} = \hat{s}_c, 0 \hat{e}_c, 0 [\hat{s}_c, \hat{e}_c]' \quad (7d)$$

Donde la variable con el símbolo $\hat{\cdot}$ es la estimación de esa variable. El término $H(\cdot)$ (o $H_c(\cdot)$) es una ganancia no-lineal construida en base a la matriz de estimabilidad J_o (Tabla 2). Por otro lado, K es una matriz de ganancias:

$$\text{EM1 y EM2: } K = [k_1, k_2, k_3]' \quad (8a)$$

$$\text{EM3: } K = [k_1, 0; k_2, 0; 0, k_3] \quad (8b)$$

La sintonización de las ganancias del estimador (8) se realiza también siguiendo a Hernández y Álvarez (2003), quienes se basan en una estrategia de asignación de polos que cuenta con prueba de convergencia.

5. RESULTADOS

5.1 Detectabilidad

Los resultados de evaluación de la detectabilidad de los modelos del proceso se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Evaluación de Detectabilidad.

Modelo	Escenario	Detectable	No detectable.
(1)	EM1		X
(1)	EM2	✓	
(1)	EM3a	✓	
(1)	EM3b	✓	
(2)	EM1		X
(2)	EM2		X
(2)	EM3a	✓	
(2)	EM3b	✓	

Podemos notar que el modelo (1) cuenta con 3 escenarios detectables, donde el primero de ellos sólo requiere la medición disponible en línea del etanol, mientras que el modelo (2) presenta únicamente 2 escenarios detectables y ambos requieren de las mediciones disponibles de sustrato y etanol.

5.2 Prueba de Desempeño de Estimadores

Para probar el desempeño de los estimadores, se realizaron las siguientes consideraciones:

S1: La evolución de la planta real está dada por el modelo (1) con desviaciones en el valor de algunos parámetros con respecto a los reportados por de-Andrés-Toro (1998), y además también se consideran condiciones iniciales diferentes.

S2: Se toma un escenario de operación donde la temperatura es variable y corresponde a un perfil industrial (Fig. 2).

S3: Los valores de los parámetros del modelo (1) reportados por de-Andrés-Toro (1998) se toman como los nominales para la construcción del correspondiente estimador (7a)

S4: Para la construcción del estimador con base en el modelo (2), se considera que la función desconocida α (2h) es igual a cero, y los valores de los parámetros de las funciones

cinéticas remanentes del modelo (1) se toman de de-Andrés-Toro (1998), y los coeficientes de rendimiento $Y_{s/xa}$ y $Y_{e/xa}$ se tomaron de acuerdo a Peña y Arango (2008).

S5. Para efectos de ilustrar el desempeño se presentan los resultados del mejor estimador en cada uno de los modelos. El cual corresponde al EM3a en ambos.

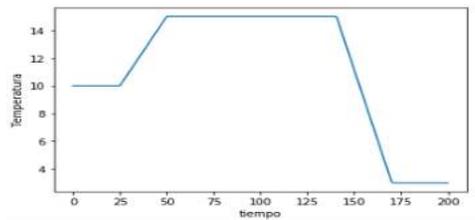


Fig. 2. Perfil de temperatura de un sistema industrial de fermentación de cerveza (de-Andrés-Toro, 1998).

El desempeño del estimador construido con el modelo (1) para EM3a, se ilustra en la Fig. 3.

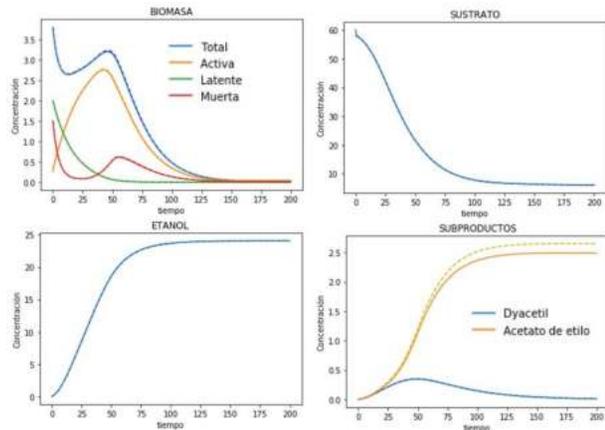


Fig. 3. Desempeño del estimador construido con modelo (1) para EM3a.

Se puede apreciar que, para todos los estados, se obtiene una estimación de gran precisión, excepto para el acetato de etilo, para el cual se tiene un sesgo visible, el cual se atribuye a la relación directa del error paramétrico en el modelo con la ecuación referente al acetato.

En el caso de los estimadores construidos con el modelo (2), el desempeño se ilustra en la Fig. 4 para EM3a. Se puede notar que, la estimación de biomasa es cercana a la real, aunque comparado con el modelo (1), ésta presenta una mayor variación; sin embargo, también se observa una mejoría en la estimación del acetato de etilo del modelo (2) con respecto al modelo (1). El error de estimación para el modelo (2) se muestra en la Fig. 5.

Podemos apreciar tanto en la Fig. 4 como en la Fig. 5 que la mayor variación se encuentra en la estimación de la biomasa para el modelo (2). También cabe notar que, aunque el error

de estimación para los diferentes estados presenta formas ondulatorias, la escala en la cual se presenta es pequeña.

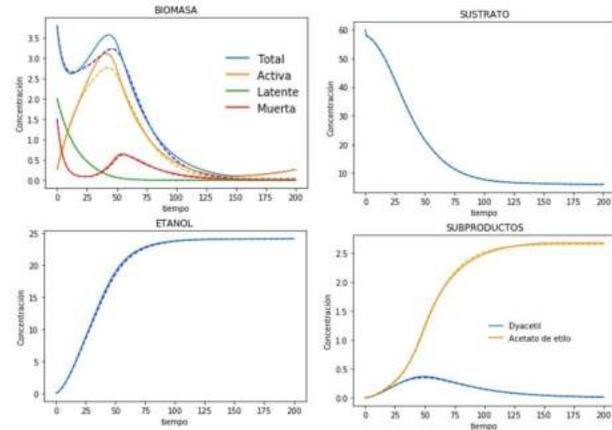


Fig. 4. Desempeño del estimador construido con modelo (2) para EM3a.

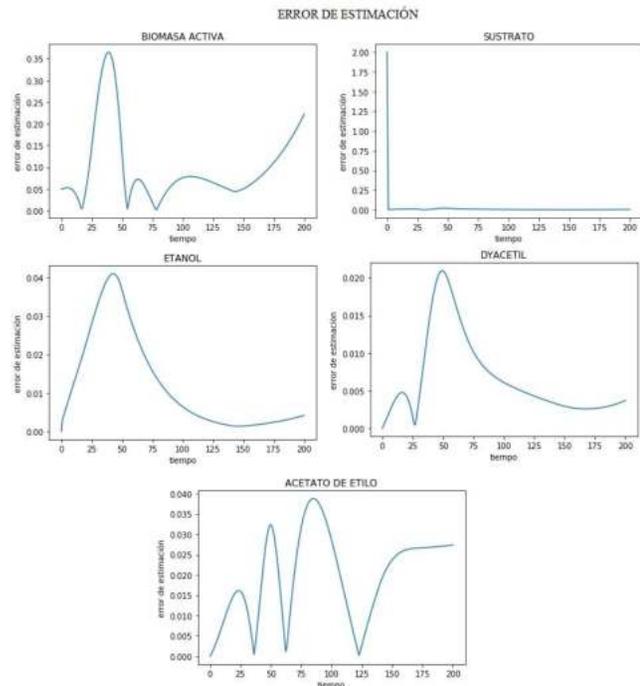


Fig. 5. Error de estimación del modelo (2).

La construcción de los estimadores se realizó sólo a modo de ilustrar la propiedad de detectabilidad y la evaluación de la convergencia y del desempeño de dicho estimadores se encuentra fuera del alcance de este artículo. Al realizar una comparación de los estimadores construidos, podemos notar que el estimador del modelo (2) para EM3a tiene un desempeño equiparable al estimador construido con el

modelo (1) para el mismo escenario de medición, además cabe recalcar que el modelo (2) es un tanto diferente al que se está considerando como planta real; entonces, simula el caso inherente en el que el modelo es sólo una aproximación del comportamiento del proceso.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la propiedad de detectabilidad de dos modelos con estructuras cinéticas diferentes que describen un mismo proceso de fermentación de cerveza, de acuerdo a tres escenarios prácticos de medición. Uno de ellos de cinéticas no ortodoxas de fermentación alcohólica presenta una mejor detectabilidad en el sentido que con dos de los tres escenarios de medición presenta esta propiedad; a diferencia del otro modelo de estructura cinética convencional que sólo es detectable bajo sólo uno de los escenarios de medición. De modo que podemos utilizar un modelo simple para representar el proceso, sin embargo, esto requiere de mayor información disponible en línea, a diferencia del modelo más complejo que podría usarse con solo una medición disponible.

Habiendo comprobado la factibilidad se diseñaron cinco estimadores, cada uno de ellos retroalimentados por mediciones que en la práctica estarían disponibles. Ilustrando el mejor estimador en ambos modelos, los resultados muestran cómo un procesador de datos de este tipo sería funcional en un sistema práctico para un modelo preestablecido y también para uno de estructura convencional.

7. REFERENCIAS

Ávila, N. R., Rivas, P. B., Hernández M, R. and Chirinos, M. (2012). Contenido de azúcares totales, reductores y no reductores en Agave cocui Trelease. *MULTICIENCIAS*, 12(2), 129-135

Balling, C. J. N. (1865). "Die Bierbrauerei". Verlag von Friedrich Temski.

Backi, C. J., Gravadahl, J.T. and Skogestad, S. (2020). Combined State and Parameter Estimation for not Fully Observable Dynamic Systems, *Journal of System and Control*, 13.

Borges, B. A. (2020). Modeling and Supervision of the beer fermentation process. Master Thesis. Université de Mons.

Ccopa, E. Pires, D. Carvalho, A. Maugeri, F. Filho, R. (2009). Soft-Sensor for Real-Time Estimation of Ethanol

concentration in Continuous Flash Fermentation. *Computer Aided Chemical Engineering*, 27, 1653-1658.

de Andrés-Toro, B., Girón-Sierra, J.M., López-Orozco, J.A., Fernández-Conde, C., Peinado, J.M. and García-Ocha, F. (1998). A kinetic model for beer production under industrial operational conditions, *Mathematics and Computers in Simulation*, 48, 65-74.

Dochain, D. (2003). State and parameter estimation on chemical and biochemical processes: a tutorial. *Journal of Process Control*. 13, 801-818.

Gee, D. A. and Ramirez, W.F. (1996). On-Line State Estimation and Parameter Identification for Batch Fermentation, *Biotechnology Progress*, 12, 132-140.

Gee, D. A. and Ramirez, W.F. (1994). A Flavour Model for Beer Fermentation". *Journal of the Institute of Brewing*, 100, 321-329.

Hernández, H., and Alvarez, J. (2003). Robust estimation of continuous nonlinear plants with discrete measurements", *Journal of Process Control* 13, 69-89.

INEGI (2018). La Cerveza: más allá de la fermentación. Procuraduría Federal del consumidor. <https://www.gob.mx/profeco/documentos/la-cerveza-mas-alla-de-la-fermentacion?state=published>

Norgaard, M. Poulsen, N.K. and Ravn, O. (2000). New developments in state estimation for nonlinear systems, *Science Direct*, 36, 1627-1638.

Paris, M. and Rehacek, J. (2004). *Quantum State Estimation. Lecture Notes in Physics*. Springer Science and Business.

Peña, C. y Arango, R. (2008). Evaluación de la producción de etanol utilizando cepas recombinantes de *Saccharoyces cerevisiae* a partir de melaza de caña de azúcar. *SciELO*.

Quintero, L. Amicarelli, A. di Sciascio, F.(2007) Estimador de Estados en Fermentación Alcohólica en continuo de *Zymomonas Mobilis* Mediante Filtrado Bayesiano Recursivo. Intituto de Automática (INAUT).

Ramos, S. Martínez, J, (2014). Estandarización de una técnica cuantitativa para determinar etanol en una muestra problema por micro difusión y espectrofotometría, Reporte de estancia I y II no publicado, Universidad Politécnica de Guanajuato, Guanajuato, GTO.

Zhao, L. Wang, J. Yu, T. Chen, K. Lui, T. (2015). Nonlinear state estimation for fermentation process using cubate Kalman filter to incorporate delayed measurements. *Chinese Journal of Chemical Engineering*. 23, 1801-1810.