

Object transportation using cooperative differential mobile robots

Darias, H. * López-Estrada, F. * Valencia-Palomo, G. **
Brindis-Velazquez, O. * Dominguez-Zenteno, J. *

* *Tecnológico Nacional de México/IT Tuxtla Gutiérrez, TURIX
Dynamics Diagnosis and Control Group, Carretera Panamericana Km
1080, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.*

** *Tecnológico Nacional de México - IT Hermosillo, Av Tecnológico
S/N, El Sahuaro, 83170, Hermosillo, Sonora, México.*

Resumen. Two cooperative control schemes are developed in this work, one for position and the other for trajectory tracking to move a rigid object using two differential robots. First, the kinematic model of the differential robots and the cooperative model are obtained. Second, a cascade control algorithm is developed to ensure that the robots reach the reference. The Lyapunov approach is used to guarantee the effectiveness of the tracking algorithm. Numerical simulations are performed in MATLAB in order to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Collaborative control, Multi-Agent Systems, Differential Robots, tracking control

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas multiagentes (MAS) están compuestos por varios agentes inteligentes que interactúan entre sí para lograr un objetivo común, semejante a los comportamientos colectivos observados en los grupos de animales en la naturaleza (Lewis et al., 2013). Se utilizan en tareas que son muy difíciles o imposibles de realizar por un agente individual (Lewis et al., 2013), como pueden ser las formaciones de robots mostradas en Ranjbar-Sahraei et al. (2012); otras de las aplicaciones en las que son utilizados son la búsqueda y rescate, exploración y seguimiento (Zhu et al., 2014), los vehículos aéreos y terrestres no tripulados (Rahimi et al., 2014), las redes de pequeña o gran escala (Zhang et al., 2015), entre otros.

Una de estas aplicaciones la encontramos en formaciones de robots móviles de acción diferencial (WMR, siglas en inglés). Estos últimos se clasifican como mecanismos no holonómico debido a las restricciones de rodadura (Shojaei et al., 2011). Sus aplicaciones son muchas dado que pueden cambiar de orientación solo con la acción diferencial de sus ruedas motrices sin necesidad de mecanismos adicionales (Wu et al., 2019; Mathew and Hiremath, 2019). Existen en la literatura diferentes métodos para desarrollar modelos matemáticos de los WMR, pero en la mayoría de sus aplicaciones se utiliza su modelo cinemático (Petrov and Georgieva, 2018), específicamente los con-

troladores no lineales son los más utilizados en el control de robots móviles de acción diferencial (Mathew and Hiremath, 2019). Ejemplo de ello es posible encontrarlo en los siguientes trabajos, en Barrientos et al. (2016) se presenta la construcción de un sistema multirobótico destinado al transporte de objetos, donde se diseñan dos controladores basados en lógica difusa, un PDC de dos reglas y un PD difuso de tipo Takagi-Sugeno de 9 reglas difusas; en Li et al. (2019) se utiliza la información de cámaras para estimar la posición del líder y diseñar un control MPC para lograr la sincronización sin comunicación entre ellos.

En este trabajo se diseña un esquema de control en cascada de dos robots móviles de tipo diferencial utilizando el modelo cinemático de estos y el modelo de formación. El objetivo es lograr controlar la posición y el seguimiento de trayectoria mientras se transporta un objeto determinado. Los controladores propuestos se basan en el criterio de Lyapunov para la convergencia asintótica del error. Finalmente, los controladores se simulan en un entorno virtual desarrollado en MATLAB.

El documento está organizado de la siguiente forma: en la Sección 2 se desarrolla el modelo cinemático del robot de tipo diferencial y el modelo de formación o modelo cooperativo. En la Sección 3 se muestran los diagramas en bloques de los esquemas de control en cascada, tanto para tareas de control de posición como para el seguimiento de trayectorias. En la Sección 4 se analizan resultados numéricos para condiciones iniciales dadas, considerando las gráficas del error y las de comparación de velocidades de referencia respecto a las velocidades reales medidas.

* Este trabajo fue financiado en conjunto por el CONACYT a través del programa de becas Nacionales y por el Tecnológico Nacional de México a través de la convocatoria "Proyectos de Investigación Científica 2021" con referencia 10607.21-P.

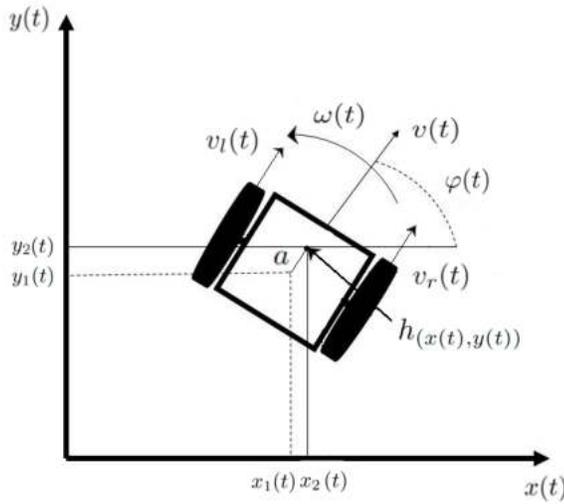


Figura 1. Diagrama del modelo del robot.

Finalmente en la Sección 5 se presentan las conclusiones del trabajo y propuestas de trabajos futuros.

2. MODELO MATEMÁTICO

En esta sección se desarrollan el modelo cinemático de un robot de tipo diferencial y el modelo de formación que permitirán el control de posición y seguimiento de la trayectoria deseada.

2.1 Modelo cinemático del robot

Este modelo describe la relación entre las velocidades en el punto de interés ($h_{(x(t),y(t))}$) con respecto a las velocidades globales del robot ($v(t), \omega(t)$), apreciadas en la Figura 1. Tomando con punto de interés desplazado con respecto al centro del eje de las ruedas, el punto ($x_2(t), y_2(t)$) se define como:

$$x_2(t) = x_1(t) + a \cos \varphi(t); \quad y_2(t) = y_1(t) + a \sin \varphi(t),$$

donde ($x_1(t), y_1(t)$) es la posición del centro del eje de las ruedas del robot, a es la distancia que existe entre los puntos 1 y 2 y $\varphi(t)$ es la orientación del robot respecto al eje horizontal del plano. Por lo cual, el modelo cinemático del robot queda definido por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \cos \varphi(t) - a\omega(t) \sin \varphi(t); \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin \varphi(t) + a\omega(t) \cos \varphi(t); \\ \dot{\varphi}(t) &= \omega(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Reescribiendo la ecuación anterior de forma matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi(t) & -a \sin \varphi(t) \\ \sin \varphi(t) & a \cos \varphi(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}; \quad (2)$$

donde $\dot{x}(t)$ y $\dot{y}(t)$ son las velocidades del robot con respecto a los ejes de coordenadas, $v(t)$ y $\omega(t)$ son las velocidades lineales y angulares respectivamente del robot.

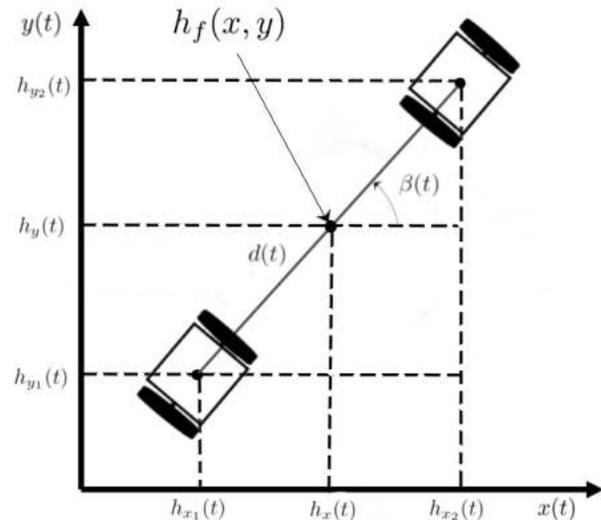


Figura 2. Diagrama del modelo de la formación.

Esta ecuación se simplifica y en lo adelante será escrita como:

$$\dot{h}(t) = Jq(t); \quad (3)$$

donde $\dot{h}(t)$ será el vector de velocidades y orientación con respecto a los ejes de coordenada, J es la matriz de desacoplamiento del sistema y $q(t)$ es el vector de velocidades lineal y angular de entrada.

2.2 Modelo cinemático de formación

El objetivo es encontrar las ecuaciones de posición y de forma para cumplir con la traslación de un objeto deseado, por ejemplo, una estantería que se desean trasladar de un lugar a otro. Tomando como referencia la Figura 2, se desea una distancia $d(t)$ entre los robots y una orientación con respecto al eje horizontal $\beta(t)$, el punto de interés será el punto medio entre ambos robots y denominado $h_f(x, y)$. Las ecuaciones de posición se obtienen definiendo la posición del punto de interés de la formación (es decir el punto medio entre los robots) en cada eje de coordenadas como se muestra a continuación:

$$h_x(t) = \frac{h_{x_1}(t) + h_{x_2}(t)}{2}; \quad h_y(t) = \frac{h_{y_1}(t) + h_{y_2}(t)}{2}, \quad (4)$$

donde ($h_x(t), h_y(t)$) es la posición del punto de interés de la formación, ($h_{x_1}(t), h_{y_1}(t)$) y ($h_{x_2}(t), h_{y_2}(t)$) son las posiciones de los puntos de interés de los robots 1 y 2 respectivamente. Por otro lado es necesario que ambos robots mantengan la distancia y orientación deseada mientras se están trasladando para evitar accidentes, por ello definimos las ecuaciones de forma como sigue:

$$\begin{aligned} d(t) &= \sqrt{(h_{x_2}(t) - h_{x_1}(t))^2 + (h_{y_2}(t) - h_{y_1}(t))^2}; \\ \beta(t) &= \tan^{-1} \left(\frac{h_{y_2}(t) - h_{y_1}(t)}{h_{x_2}(t) - h_{x_1}(t)} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

donde se define $d(t)$ como la distancia euclidiana entre dos puntos y el ángulo de orientación $\beta(t)$ aplicando las propiedades trigonométricas de un triángulo rectángulo.

Considerando (4) y (5) se obtiene el modelo cinemático de formación o cooperación y se define derivando cada una de las ecuaciones anteriores con respecto al las velocidades de los robots en cada eje:

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_x(t) \\ \dot{h}_y(t) \\ \dot{d}(t) \\ \dot{\beta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_{x_1}(t) \\ \dot{h}_{y_1}(t) \\ \dot{h}_{x_2}(t) \\ \dot{h}_{y_2}(t) \end{bmatrix}; \quad (6)$$

donde los términos de la matriz están definidos por:

$$\begin{aligned} a_{31} &= \frac{h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t)}{\sqrt{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}}; \\ a_{32} &= \frac{h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t)}{\sqrt{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}}; \\ a_{33} &= -\frac{h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t)}{\sqrt{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}}; \\ a_{34} &= -\frac{h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t)}{\sqrt{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}}; \\ a_{41} &= -\frac{h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t)}{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}; \\ a_{42} &= \frac{h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t)}{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}; \\ a_{43} &= \frac{h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t)}{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}; \\ a_{44} &= -\frac{h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t)}{(h_{x_1}(t) - h_{x_2}(t))^2 + (h_{y_1}(t) - h_{y_2}(t))^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

3. ESQUEMAS DE CONTROL EN CASCADA

En esta sección se diseñan las leyes de control para el control de posición y de seguimiento de trayectoria, estas se emplearán respectivamente en los diferentes esquemas de control. Los controladores de los robots serán indistintamente controladores de seguimiento de trayectoria.

3.1 Control de posición

Para el algoritmo de control de posición se plantea un esquema de control en cascada como se muestra en el diagrama de la Figura 3. En la primera etapa se diseña un controlador de posición encargado de llevar la formación a una posición dada con una distancia y orientación deseada para para el objeto, su entrada será el error de formación y a su salida tendremos las velocidades de referencia necesaria para calcular el error de posición de cada uno de los robots. Este último será la entrada de la segunda etapa la cual es un control de seguimiento de trayectoria para cada robot; estos controladores se basan en el modelo cinemático de cada robot y proporcionarán las leyes de control necesarias para lograr la posición deseada en cada uno de ellos. El objetivo de este control de posición es lograr trasladar al objeto hasta una posición específica y con una orientación deseada. Para ello lo que haremos es

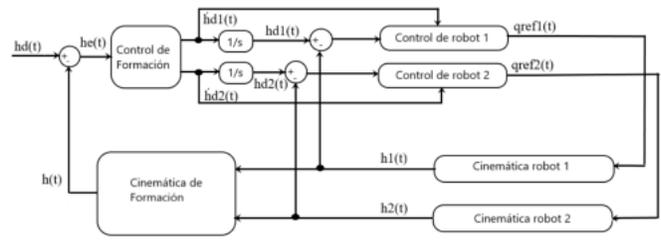


Figura 3. Diagrama en bloques del algoritmo de control de posición.

calcular el error en base a los valores deseados y reales del objeto.

Error de trayectoria

$$\begin{aligned} h_e(t) &= h_d(t) - h(t); \\ \dot{h}_e(t) &= \dot{h}_d(t) - \dot{h}(t); \end{aligned} \quad (8)$$

donde $h_e(t)$ es considerado el error de posición o trayectoria y $h_d(t)$ es la posición o trayectoria deseada. Ahora, despejando $\dot{h}(t)$ y sustituyendo en (3) se obtiene:

$$q(t) = J^{-1}(\dot{h}_d(t) - \dot{h}_e(t)); \quad (9)$$

y como el objetivo de llegar a una posición dada $h_d(t)$ es constante podemos decir que su derivada es $\dot{h}_d(t) = 0$. Por lo que obtenemos (9) simplificada es:

$$q(t) = J^{-1}(-\dot{h}_e(t)). \quad (10)$$

Aplicando el criterio de Lyapunov vemos que:

$$\begin{aligned} V(h_e) &= \frac{h_e^T(t)h_e(t)}{2}; \\ \dot{V}(h_e) &= h_e^T(t)\dot{h}_e(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Asumiendo que $\dot{h}_e(t) = -Kh_e(t)$ obtenemos

$$\dot{V}(h_e) = -h_e^T(t)Kh_e(t) < 0; \quad (12)$$

donde para que se cumpla el criterio de Lyapunov se necesita que K sea una matriz de ganancia de dimensión adecuada y definida positiva. Por lo que el controlador de posición quedaría:

$$q_{ref} = J^{-1}(Kh_e). \quad (13)$$

3.2 Control de seguimiento de trayectoria

Para el algoritmo de control de seguimiento de trayectoria se plantea un esquema de control en cascada como se muestra en el diagrama de la Figura 4. Cada controlador diseñado en este esquema es un control de seguimiento de trayectoria. En la primera etapa se diseña un controlador de formación encargado de hacer que el objeto realice la trayectoria deseada, su entrada será el error de formación y a su salida tendremos las velocidades de referencia necesaria para calcular el error de seguimiento de cada uno de los robots. Este último será la entrada de la segunda etapa donde tendremos dos controladores de seguimiento uno para cada robot. El objetivo es determinar un conjunto de velocidades $q(t) = J^{-1}\dot{h}(t)$ que reproduzca la trayectoria deseada, donde $q(t)$ es el vector de velocidades globales,

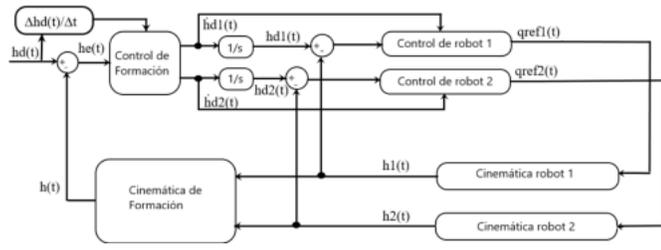


Figura 4. Diagrama en bloques del algoritmo de control de seguimiento de trayectoria.

$\dot{h}(t)$ es el vector de velocidades respecto al eje de coordenadas y el valor de J es la matriz de desacoplamiento obtenida en (3). Partiendo de (9), contemplado que la trayectoria deseada es variante en el tiempo, se propone un controlador de la forma:

$$q_{ref}(t) = J^{-1}(\dot{h}_d(t) + Kh_e(t)); \quad (14)$$

sustituyendo esta última en el modelo matemático (3) y sustituyendo (8) se tiene que $\dot{h}_e(t) = -Kh_e(t)$ por lo tanto aplicando la función de Lyapunov como la mostrada en (11) se garantiza la convergencia asintótica a cero del error de trayectoria donde K debe ser una matriz de ganancia diagonal definida positiva.

4. RESULTADOS

El control de posición se muestra en la Figura 5. Los robots se colocaron inicialmente como sigue: el robot 1 parte del punto (1; -1) y el robot 2 del punto (2; 1). Ambos con orientación $\varphi = 0$. Se utilizó una distancia $a = 0.2 \text{ m}$ para el cálculo del punto desplazado de ambos. El objeto se inicializa mediante (5) utilizando como parámetros las posiciones escogidas para los robots. Además, se definen la posición deseada para el objeto en (-5; -6) con una distancia $d = 3 \text{ m}$ y una orientación $\beta = -45^\circ$. El tiempo de simulación es de $t = 60$ segundos y el de muestreo es $t_s = 0.1$ segundos. La matriz de ganancia K del controlador de posición se calculó a prueba y error iniciando con la matriz identidad y variando su valor hasta llegar a:

$$K = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

igualmente se obtuvieron las matrices de ganancia de los controladores de los robots:

$$K_1 = K_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Es importante mencionar que cuando se controla un punto diferente al del centro del eje del robot móvil, se tiene la ventaja de que no se tiene que lidiar con la restricción no holonómica inherente a los robots móviles diferenciales, sin embargo, en una aplicación de formación como la analizada, es importante ver que ambos robots respeten la restricción no holonómica.

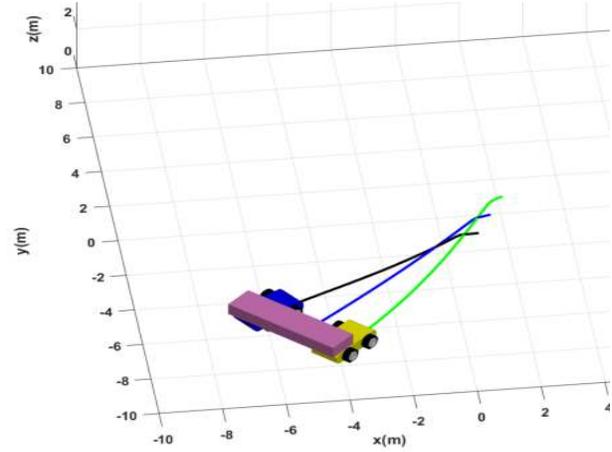


Figura 5. Simulación virtual del control de posición para el sistema colaborativo.

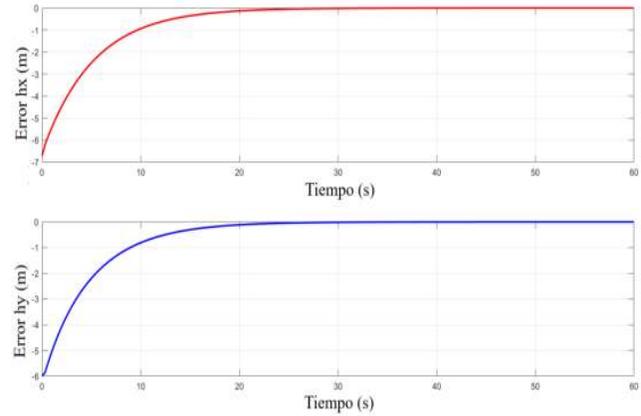


Figura 6. Error de posición de la formación.

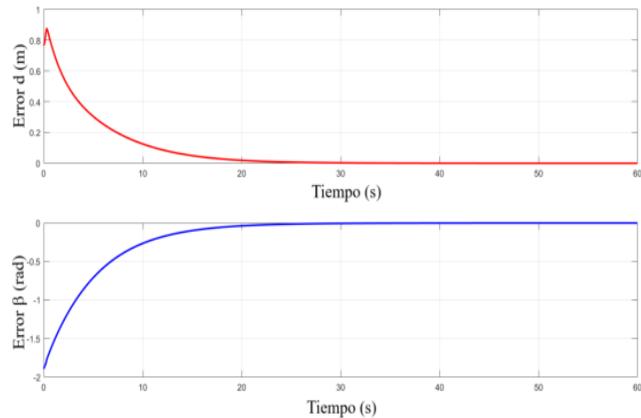


Figura 7. Error de distancia y orientación de la formación.

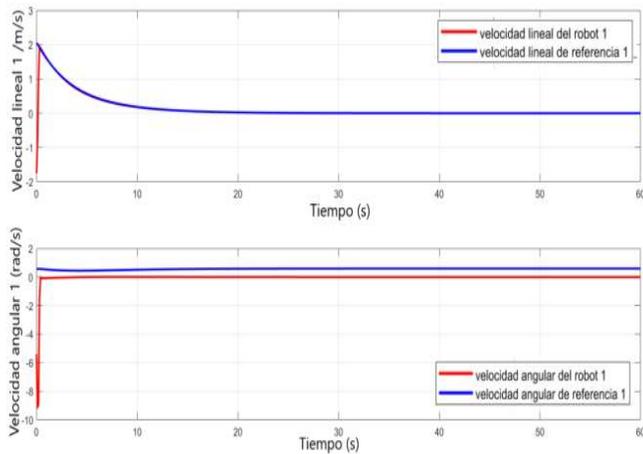


Figura 8. Velocidades lineal y angular del robot 1.

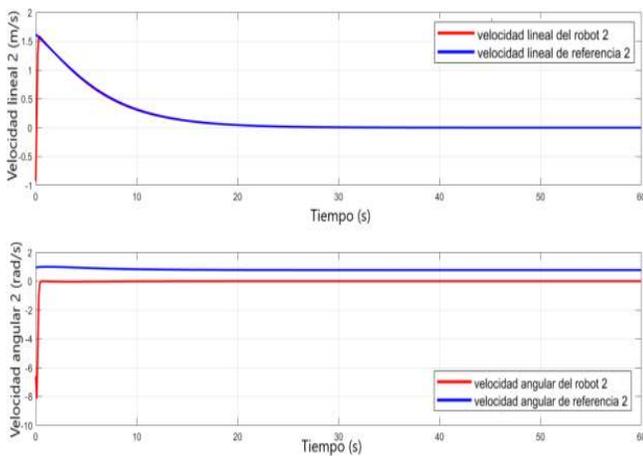


Figura 9. Velocidades lineal y angular del robot 2.

En las Figuras 6 y 7 se observan los errores de posición, distancia y orientación de la formación, donde la posición deseada fue alcanzada correctamente. Las Figuras 8 y 9 muestran las velocidades que alcanzaron los robots y las velocidades de referencia.

En el control de seguimiento de trayectoria se mantienen las condiciones iniciales anteriores, a excepción de la orientación deseada que tendrá un valor $\beta = 90^\circ$. La matriz de ganancia K del controlador se calculó a prueba y error iniciando con la matriz identidad y variando su valor hasta llegar a:

$$K_s = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

igualmente se obtuvieron las matrices de ganancia de los controladores de los robots respectivamente:

$$K_{1s} = K_{2s} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

La trayectoria que se simula es conocida como trayectoria de "Lemniscata de Geronon", Figura 10, parametriza-

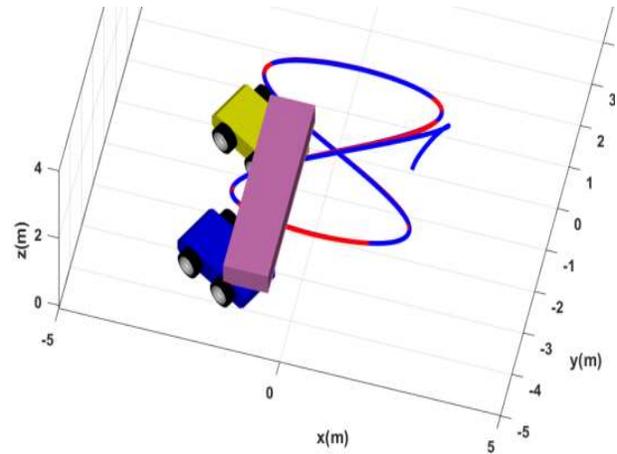


Figura 10. Simulación virtual del control de seguimiento de trayectoria para el sistema colaborativo.

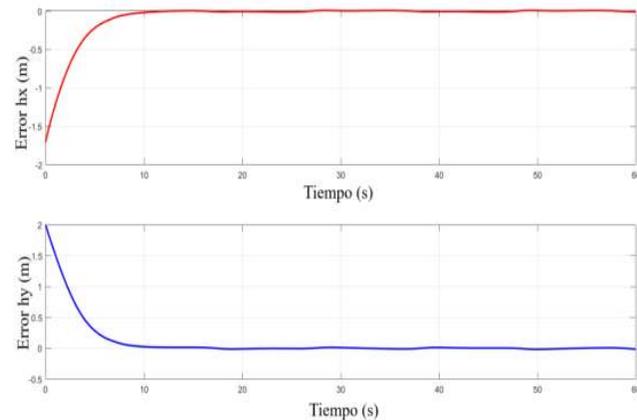


Figura 11. Error de seguimiento de trayectoria del objeto.

da: $h_{xd}(t) = 2 \sin(0.3t)$; $h_{yd}(t) = 2 \cos(0.15t)$, donde (h_{xd}, h_{yd}) es la trayectoria deseada y t es el tiempo. En la figura se muestra esta trayectoria en color rojo y en azul la trayectoria real realizada por la formación. Para el análisis de esta simulación se presentan el error de trayectoria en la Figura 11, que muestra el error de seguimiento de trayectoria alcanzando, donde este alcanza el valor de cero en el segundo 10 y en la Figura 12 se observa que se alcanza la distancia y orientación deseadas. En las Figuras 13 y 14 se aprecian las velocidades que mantienen los robots y las de referencia respectivamente, siendo estos valores lógicos y posibles de alcanzar por un robot real.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se diseñaron dos esquemas de control colaborativo de robots móviles mientras transportan un objeto. Los algoritmos propuestos logran controlar la posición y orientación de la formación y además seguir trayectorias predefinidas para un sistema de control colaborativo. Con las matrices de ganancias propuestas se

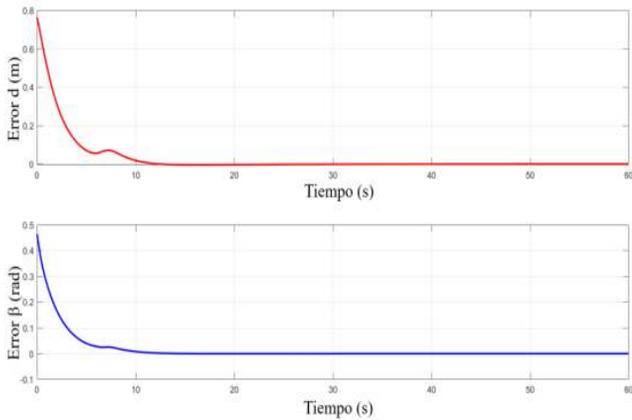


Figura 12. Error de distancia y orientación de la formación.

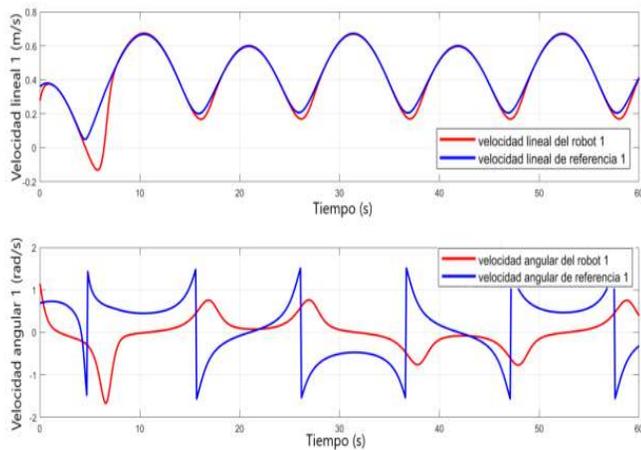


Figura 13. Velocidades lineal y angular del robot 1.

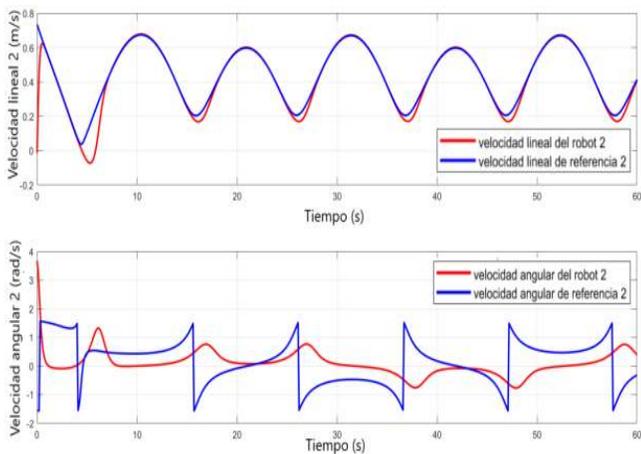


Figura 14. Velocidades lineal y angular del robot 2.

garantizó la convergencia asintótica del error utilizando del criterio de Lyapunov para sistemas no lineales obteniéndose resultados satisfactorios. En trabajos futuros es posible mejorar los resultados con controladores más robustos y que brinden una mejor precisión de convergencia y con mayor rapidez. Además, sería conveniente realizar experimentos que demuestren la efectividad de estos controladores en ambientes no controlados.

REFERENCIAS

- Barrientos, A.G., Lopez, J.L., Espinoza, E.S., Hoyo, J., and Valencia-Palomo, G. (2016). Object transportation using a cooperative mobile multi-robot system. *IEEE Latin America Transactions*, 14(3), 1184–1191.
- Lewis, F.L., Zhang, H., Hengster-Movric, K., and Das, A. (2013). *Cooperative control of multi-agent systems: optimal and adaptive design approaches*. Springer Science & Business Media.
- Li, Z., Yuan, Y., Ke, F., He, W., and Su, C.Y. (2019). Robust vision-based tube model predictive control of multiple mobile robots for leader–follower formation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(4), 3096–3106.
- Mathew, R. and Hiremath, S.S. (2019). Development of waypoint tracking controller for differential drive mobile robot. In *2019 6th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, 1121–1126. IEEE.
- Petrov, P. and Georgieva, V. (2018). Vision-based line tracking control for nonholonomic differential-drive mobile robots. In *2018 IX National Conference with International Participation (ELECTRONICA)*, 1–4. IEEE.
- Rahimi, R., Abdollahi, F., and Naqshi, K. (2014). Time-varying formation control of a collaborative heterogeneous multi agent system. *Robotics and autonomous systems*, 62(12), 1799–1805.
- Ranjbar-Sahraei, B., Shabaninia, F., Nemati, A., and Stan, S.D. (2012). A novel robust decentralized adaptive fuzzy control for swarm formation of multiagent systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(8), 3124–3134.
- Shojaei, K., Shahri, A.M., and Tarakameh, A. (2011). Adaptive feedback linearizing control of nonholonomic wheeled mobile robots in presence of parametric and nonparametric uncertainties. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 27(1), 194–204.
- Wu, X., Jin, P., Zou, T., Qi, Z., Xiao, H., and Lou, P. (2019). Backstepping trajectory tracking based on fuzzy sliding mode control for differential mobile robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 96(1), 109–121.
- Zhang, K., Jiang, B., and Cocquempot, V. (2015). Adaptive technique-based distributed fault estimation observer design for multi-agent systems with directed graphs. *IET Control Theory & Applications*, 9(18), 2619–2625.
- Zhu, W., Jiang, Z.P., and Feng, G. (2014). Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models. *Automatica*, 50(2), 552–558.