

Identificación paramétrica de un servomecanismo mediante un algoritmo de mínimos cuadrados modificado

Abraham Rivera Luis Luna Rubén Garrido*

* Departamento de Control Automático, CINVESTAV-IPN, Av. IPN 2508 San Pedro Zacatenco, Mexico City, MEXICO (e-mail: arivera, jluna, garrido@ctrl.cinvestav.mx).

Resumen: En este trabajo se realiza un análisis comparativo entre algoritmos de identificación en línea y fuera de línea en la estimación de parámetros de un modelo que describe a un servomecanismo de CD de cuatro parámetros. Los algoritmos bajo estudio son los métodos gradiente, mínimos cuadrados y mínimos cuadrados modificado. Estos se prueban en un prototipo de laboratorio con el fin de estimar dicho modelo. La idoneidad de los parámetros estimados se evalúa mediante su empleo en una ley de control que tiene como fin el seguimiento de una trayectoria variante en el tiempo.

Palabras clave: Servomecanismo de CD, identificación paramétrica, método gradiente, método de mínimos cuadrados, seguimiento de trayectoria.

1. INTRODUCCIÓN

La identificación de paramétrica es un tema importante en la teoría de control automático. Es una herramienta para el desarrollo de algoritmos de control basados en modelos matemáticos de una planta o un sistema dinámico. Los métodos de identificación de parámetros se pueden clasificar en métodos de estimación en línea y fuera de línea, cada uno de ellos presentando ventajas y desventajas. El método de identificación paramétrica en línea es uno de los más utilizados y es un componente clave para el diseño de controladores adaptables (Bodson (1989)). Los métodos más utilizados son el algoritmo gradiente (Jean-Jaques Slotine (1991), Lennart (1999), Sun (2012)) y de mínimos cuadrados. Este último se puede implementar tanto en línea como fuera de línea (Karl J. Astrom (1994)). Un aspecto importante que se debe considerar en el proceso de la identificación paramétrica es el concepto de excitación persistente (Astrom (1968)) ya que con esta condición se asegura la convergencia de los parámetros.

Los algoritmos de identificación minimizan un criterio de desempeño que es función del error de estimación definido por la diferencia entre la salida estimada del modelo y la salida medida del sistema a identificar. El algoritmo gradiente es el más simple de implementar y consiste en minimizar el error de estimación. La desventaja que presenta es la de tener un tiempo mayor de convergencia. El principio base del algoritmo de mínimos cuadrados (Abdulle and Wanner (2002)) es minimizar la integral del error de estimación cuadrático. Una desventaja presente es que la matriz de covarianza, la cual corresponde a la ganancia de adaptación, pierde rango bajo condiciones de excitación persistente lo que impide la estimación paramétrica después de que transcurre un periodo de tiempo. Existe una alternativa para contrarrestar esta desventaja presente en el algoritmo de mínimos cuadrados como es la implementación de un factor de olvido (Jean-Jaques Slotine (1991)) el cual evita que la matriz de covarianza pierda rango. Otra variante del algoritmo de mínimos cuadrados es el algoritmo de mínimos cuadrados de distancias ortogonales (MCDO) (Cantera et al. (2019)). Este método, el cual es fuera de línea, toma en cuenta los errores de estimación tanto en la variable independiente como en la dependiente.

En la referencia Wu et al. (2018) se identifican sistemas variantes en el tiempo con un algoritmo de Mínimos Cuadrados en donde se relajan las condiciones de excitación persistente para probar convergencia. La planta identificada está sometida a perturbaciones acotadas. La referencia Hu et al. (2020b) emplea una estimación de parámetros en un esquema de control adaptable que conmuta entre un algoritmo de mínimos cuadrados similar al mostrado en (Jinbo Wu (2016)), y un algoritmo gradiente dotado de una modificación sigma. La conmutación se lleva a cabo a través del nivel de excitación el cual se mide mediante la variación de la matriz de covariancia del algoritmo de mínimos cuadrados. Métodos similares a los expuestos en las referencias anteriores se han empleado para la identificación de retardos variantes en el tiempo Hu et al. (2020a), Hu and Wu (2021).

Debido a que los servomecanismos son importantes en la industria por su gran variedad de aplicaciones, como

el área de la robótica, control de posicionamiento de antenas, domótica, entre otros, donde se requiere un alto grado de precisión y exactitud; para tal efecto se necesita de un modelo con un conocimiento adecuado de sus parámetros para llevar a cabo un control preciso en posición y velocidad (Luna and Garrido (2018)).

La propuestas de este trabajo es implementar experimentalmente un algoritmo de mínimos cuadrados modificado propuesto por (Jinbo Wu (2016)) para la estimación de los parámetros de un servomecanismo de CD. Este algoritmo fue propuesto recientemente en la literatura pero hasta donde los autores saben no se ha implementado en experimentos en tiempo real. En la sección 2 se describen los algoritmos de identificación paramétrica. El modelo matemático del servomecanismo se presenta en la sección 3. En la sección 4 se presentan los experimentos en tiempo real para llevar a cabo la identificación paramétrica así como el diseño de un controlador para realizar tareas de seguimiento de trayectoria, y se emplean índices de desempeño para llevar a cabo un estudió comparativo. Finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones obtenidas del estudio comparativo respecto al desempeño de las técnicas de identificación empleadas.

2. ALGORITMOS DE IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA

Para comenzar el estudio de los algoritmos de identificación es necesario definir un modelo compuesto por las señales del sistema medibles a través de sensores o estimadas por un proceso de filtrado; este es conocido como modelo de regresión

$$z = \phi^{\top} \theta \tag{1}$$

donde z es la variable de salida la cual es independiente de los parámetros a estimar, θ es el vector paramétrico compuesto por parámetros desconocidos y ϕ se conoce como el vector regresor compuesto por las señales medibles y es dependiente del tiempo t.

El error de estimación está compuesto por la diferencia entre la salida estimada \hat{z} y la salida medida z, definido

$$e = \hat{z} - z = \tilde{\theta}^\top \phi \tag{2}$$

donde $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ se define como el error de estimación paramétrica.

2.1 Algoritmo gradiente

Siendo método de estimación más sencillo, su objetivo es minimizar la función de costo $J = e^2$. La minimización se ejecuta mediante la actualización de los parámetros estimados $\hat{\theta}$. Esto se realiza mediante el cálculo del gradiente con respecto a los parámetros estimados y es necesario que \hat{J} sea negativo, por lo que se elije a $\hat{\hat{\theta}}$, como

$$\dot{\hat{\theta}} = -K \frac{\partial(e^2)}{\partial \hat{\theta}} \quad , \quad K > 0$$
 (3)

donde $K \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es constante. La ecuación (4) define al algoritmo gradiente como

$$\hat{\theta} = -2K\phi e = -\Gamma\phi e; \quad \Gamma = 2K > 0$$
 (4)

La matriz $\Gamma \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es constante, definida positiva y se denomina ganancia de estimación.

2.2 Algoritmo de mínimos cuadrados (MC)

Se genera mediante la minimización del error de estimación y puede ser aplicado a una gran variedad de problemas. La función de costo del algoritmo de MC dependiente del error de estimación (2) está dada por

$$J = \int_0^t e(\tau)^2 d\tau = \int_0^t \left(\phi^\top(\tau)\hat{\theta}(t) - z(\tau)\right)^2 d\tau \quad (5)$$

derivando parcialmente con respecto a θ la ecuación (5) e igualando a cero y se despeja la variable $\hat{\theta}(t)$ para así calcular los estimados

$$\hat{\theta}(t) = P(t) \int_0^t \phi(\tau) z(\tau) d\tau$$
(6)

donde $P(t) \triangleq \left[\int_0^t \phi(\tau)\phi^\top(\tau)d\tau\right]^{-1}$ se denomina matriz de covarianza. Un requisito necesario para que exista la inversa de P(t) es que se cumpla la condición de excitación persistente (EP) que garantiza la convergencia de los parámetros estimados a sus valores reales. La condición de EP considera que existen constantes $\alpha_0, \alpha_1 \ge 0$ tales que para cualquier $t \ge 0$, se cumple

$$\alpha_1 I \ge \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} \phi(\tau) \phi^\top(\tau) d\tau \ge \alpha_0 I \tag{7}$$

Para conocer el cambio de P(t) con respecto al tiempo se deriva $P(t)^{-1}$ y suponiendo que $\phi(0) = 0$ y la inversa de P existe, tomando en cuenta que $PP^{-1} = I$, se obtiene

$$\dot{P} = -P\phi\phi^{\top}P; \quad P(0) > 0 \tag{8}$$

derivando con respecto al tiempo (6) y usando las ecuaciones (2) y (8) se obtiene el cambio de $\hat{\theta}$ respecto al tiempo, i.e.

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{d}{dt} \Big[P(t) \int_0^t \phi(\tau) z(\tau) d\tau \Big] = -P\phi e \tag{9}$$

Siendo así las ecuaciones (2), (8) y (9) las correspondientes al algoritmo de Mínimos Cuadrados. Es importante notar que P se debe inicializar tal que $P(0) \gg 0$ y por simplicidad puede ser diagonal.

2.3 Algoritmo de mínimos cuadrados modificado (MCM)

El algoritmo de mínimos cuadrados modificado (Jinbo Wu (2016)) agrega un término constante μ a la ecuación correspondiente a la matriz de covarianza del algoritmo de mínimos cuadrados con factor de olvido (MCFO) (Karl J. Astrom (1994)). Cuando el regresor se encuentra acotado y se satisface la condición de EP (7) el algoritmo atenúa la influencia de perturbaciones acotadas y el cambio en los parámetros a estimar en un sistema variante en

el tiempo de una manera efectiva, sin ningún conocimiento previo de las cotas superiores de los parámetros y de las perturbaciones.

Considérese el siguiente modelo de regresión lineal (Jinbo Wu (2016)) con parámetros variantes en el tiempo y perturbaciones acotadas

$$z(t) = \phi^{\top}(t)\theta(t) + w(t) \tag{10}$$

donde, es el modelo de regresión (1) y es una señal acotada w(t) desconocida debido al ruido de medición o a errores de modelado.

Se realizan las siguientes hipótesis para el algoritmo de MCM (Lozano R. (2000), Jinbo Wu (2016))

- H.1. $||\theta(t)|| < \varepsilon$, donde $\varepsilon \in \Re^+$.
- H.2. $||\theta(t)|| \leq M$, donde $M \in \Re^+$.
- H.3. $||w(t)|| \leq d_0$, donde $d_0 \in \Re^+$. H.4. $||\phi(t)||^2 \leq \beta_1$ donde $\beta_1 \in \Re^+$ y $\phi(t)$ satisface la condición de EP (7).

Se define al algoritmo de MCM de la siguiente forma

$$e = z - \phi^{\top} \hat{\theta} = -\phi^{\top} \tilde{\theta} + w(t) \tag{11}$$

$$\dot{P} = \beta P - P \phi \phi^{\top} P + \mu I; \quad P(0) = P_0 = P_0^{\top} > 0 \quad (12)$$
$$\dot{\hat{\theta}} = -P \phi e \quad (13)$$

donde, $\beta > 0$ es el factor de olvido y $\mu > 0$ una constante de diseño. Un dato importante a resaltar es que si $\mu = 0$, el algoritmo de MCM se reduce a un algoritmo de MCFO.

3. MODELO MATEMÁTICO DEL SERVOMECANISMO

El modelo matemático del servomecanismo de CD normalizado (Garrido and Concha (2012), Ramírez et al. (2015)) se describe

$$\ddot{y} + a\dot{y} + c\mathrm{sign}(\dot{y}) = bu + d$$
 (14)

donde, $a = B/J > 0, b = K/J > 0, c = f_c/J > 0$ y $d = \tau_d/J$, siendo J la inercia, B la constante de fricción viscosa, f_c la constante de fricción de Coulomb, τ_d una perturbación constante y K es una ganancia asociada al amplificador y la constante de par del servomecanismo.

3.1 Construcción del regresor lineal del modelo filtrado

Para construir el regresor ϕ es necesario medir u, \dot{y}, \ddot{y} en instantes de tiempo diferentes. Ya que la velocidad \dot{y} y la aceleración \ddot{y} son señales que no se encuentran disponibles, se aplica un proceso de filtrado a las mediciones de posición y y a la señal de control u para que el regresor dependa de señales disponibles. La estructura de los filtros usados para este fin se define de la siguiente manera

$$F(s) = \frac{f_2}{s^2 + f_1 s + f_2}, \quad f_1, f_2 > 0 \tag{15}$$

Con las señales obtenidas por el proceso de filtrado se reescribe el modelo del servomecanismo de CD (14) empleando mediciones filtradas

$$\ddot{y}_f = -a\dot{y}_f - c\mathrm{sign}(\dot{y}_f) + bu_f + d \tag{16}$$



Figura 1. Configuración empleada en los experimentos.

se construye la regresión lineal del modelo filtrado

$$z = \theta^{\top} \phi; \quad z = \ddot{y}_f \tag{17}$$

$$\phi = \left[-\dot{y}_f, u_f, -\operatorname{sign}(\dot{y}_f), 1\right]^{\top} \tag{18}$$

$$\theta = [a, b, c, d]^{\top} \tag{19}$$

4. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DE UN SERVOMECANISMO DE CD

4.1 Configuración experimental del equipo de laboratorio

El equipo empleado en las pruebas experimentales mostrado en la Figura 1 consiste de dos motores de CD con escobillas marca Clifton Presision modelo JDTH-2050-BQ-IC acoplados mecánicamente. En el Motor 2 se realizará la identificación paramétrica y el Motor 1, el cual sirve para inyectar perturbaciones en el Motor 2, no es empleado en los experimentos. Un amplificador de potencia marca Advanced Motion Controls modelo 30A20AC PWM impulsa el motor de CD. Un codificador óptico marca Servotek modelo 1024PTSA-7388F-1 proporciona la medición de posición.

Los algoritmos de identificación parámetrica y el control del servomecanismo se implementan utilizando la plataforma Matlab/Simulink, en el ambiente de programación en tiempo real QUARC, y una tarjeta de adquisición de datos QPIDe, ambos de la marca Quanser Consulting. La tarjeta QPIDe envía la señal de control al servomecanismo, ésta alimenta al amplificador de potencia a través de un aislamiento galvánico. El codificador óptico provee la medición de posición y es leída por la tarjeta QPIDe. Los diagramas construidos en Matlab/Simulink, utilizan un periodo de muestreo de $T_s = 1 \text{ ms y el método}$ de integración Euler ODE 1 y con un tiempo total de experimentación de T = 40 s.

4.2 Estabilización del servomecanismo

Con el fin de aplicar los algoritmos de estimación parámetrica en línea es necesario estabilizar el servomecanismo para realizar los experimentos y así estimar los parámetros de su modelo de forma adecuada debido a que no es estable en lazo abierto en el sentido de que una entrada

Algoritmo	Parámetros Estimados			
	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	\hat{d}
MC _{FL}	0.3991	40.8959	3.0376	-1.6131
gradiente $\Gamma = 25.0$	0.6028	40.181	3.0592	-2.044
MC	0.3846	38.492	3.0997	-2.1841
MCM $\beta = 1.0, \mu = 10.0$	0.5252	39.908	2.8374	-2.0521

Tabla 1. Estimados obtenidos por los algoritmos de identificación paramétrica

acotada no produce una salida acotada. Para la estabilización se implementa un controlador proporcional con realimentación taquimétrica (PRT)

$$u = K_p e_p - K_d \dot{y}_{fe} \tag{20}$$

donde $K_p = 2$ es la ganancia proporcional, $K_d = 0.3$ es la ganancia derivativa, e_p el error de posición definido de la forma $e_p = r - y$, siendo r la referencia, y la posición angular y \dot{y}_{fe} un estimado de la velocidad que se obtienen por medio de un proceso de filtrado de la señal y medida a partir del codificador óptico empleando el filtro

$$F(s) = \frac{300s}{s+300}$$
(21)

La señal de excitación de referencia de entrada es un ruido blanco filtrado. Lo anterior se realiza mediante el bloque de Matlab/Simulink, Band-Limited White Noise con los siguientes parámetros, Noise Power = 0.01, Sample Time = 0.1 y Seed = 23341. Se utiliza un filtro pasa-baja con una frecuencia de corte de 20 rad/s para procesar la señal de excitación de ruido blanco

$$F(s) = \frac{20}{s+20}$$
(22)

4.3 Experimentos en tiempo real

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la implementación en línea de los algoritmos de identificación paramétrica gradiente, MC y MCM descritos en la Sección 2 y por el algoritmo de mínimos cuadrados fuera de línea (MC_{FL}) (Karl J. Astrom (1994)), mostrados en al Tabla 1

Los estimados \hat{b} y \hat{c} obtenidos con los algoritmos gradiente y MCM son los más cercanos a los estimados producidos por el algoritmo de MC_{FL}. Los estimados \hat{a} y \hat{c} generados mediante el algoritmo de MC son los más cercanos a los estimados producidos por el algoritmo de MC_{FL}.

En las Figuras (2, 3, 4 y 5) se muestra en línea punteada los estimados producidos por el algoritmo de MC_{FL} y se observa que el algoritmo gradiente es el más lento de los 3 algoritmos de estimación en línea requiriendo mas de 20s de experimentación para alcanzar los estimados, y a lo largo de todo el experimento los estimados oscilan. En el algoritmo de MC se requieren alrededor de 5s de experimentación en comparación con el algoritmo gradiente, pero en cierto momento y debido a la pérdida de rango de la matriz de covarianza P el algoritmo de MC deja de producir nuevos estimados.

El algoritmo de MCM es el más rápido de todos y pose
e la ventaja de que variando el valor β
y μ se puede

incrementar y así mejorar la rapidez de convergencia. Sin embargo, no se cuenta con un método para conocer los valores óptimos para mejorar el tiempo de estimación sin que los estimados oscilen demasiado al igual que en el caso del algoritmo gradiente.



Figura 2. Gráfica del parámetro estimado \hat{a} .



Figura 3. Gráfica del parámetro estimado \hat{b} .



Figura 4. Gráfica del parámetro estimado \hat{c} .



Figura 5. Gráfica del parámetro estimado d.

	Algoritmo de identificación					
Criterio	Gradiente	MC	MC_{FL}	MCM		
IEC	4.8355	6.3878	7.6640	5.7282		
IVAE	1.1526	1.0087	1.4852	1.0145		
IVAC	1.8696	1.9254	1.9612	1.9286		
IVAVC	12.2689	12.7543	11.8467	12.2652		

Tabla 2. Tablas de índices de desempeño.

4.4 Control en posición para tareas de seguimiento de trayectoria

Con el fin de evaluar los parámetros estimados obtenidos mediante los algoritmos de identificación paramétrica gradiente, MC, MCM y MC_{FL} mostrados en la Tabla 1, se propone la ley de control siguiente

$$u = \frac{1}{\hat{b}} \left[\ddot{r} + K_p e + K_d \dot{e} + \hat{a} \dot{y} + \hat{c} \text{sign}(\dot{y}) - \hat{d} \right]$$
(23)

Siendo

- El error de seguimiento de trayectoria e = r y.
- La señal de referencia sinusoidal $r = 0.5 \sin(1.5708t)$.
- La ganancia Proporcional $K_p = 225$.
- La ganancia Derivativa $K_d = 21$.

El objetivo de la ley de control (23) es realizar un seguimiento de trayectoria, y mediante las mediciones de la señales de control y de error de posición se realiza un análisis comparativo desempeño del sistema en lazo cerrado con los parámetros obtenidos con cada uno de los algoritmos de identificación. Los parámetros estimados más adecuados serán aquellos que produzcan el mejor desempeño.

Para medir y comparar el desempeño de los algoritmos de identificación, se emplean los siguientes índices de desempeño, la integral del error cuadrático (IEC), la integral del valor absoluto del error (IVAE), la integral del valor absoluto de la señal de Control (IVAC) y la integral del valor absoluto de la variación de la señal de Control (IVAVC), definidos de la manera siguiente

$$\begin{split} \mathrm{IEC} &= 100 \int_{2}^{20} e^{2}(t) dt, \quad \mathrm{IVAE} = 100 \int_{2}^{20} |e(t)| dt \\ \mathrm{IVAC} &= \int_{2}^{20} |u(t)| dt, \quad \mathrm{IVAVC} = \int_{2}^{20} |\dot{u}(t)| dt \end{split}$$

El factor de escala de 100 se agrega para tomar en cuenta errores cuadráticos de posición pequeños. El intervalo de tiempo de 2 a 20 seg se agregó para evitar el transitorio al inicio de los experimentos.

4.5 Análisis de los resultados experimentales

La Tabla 2 muestra los valores obtenidos de los índices de desempeño respecto a los valores estimados mediante los algoritmos de identificación. Se observa que el índice IEC en el algoritmo gradiente tiene el valor más bajo seguido del algoritmo de MCM. El índice IVAE permite evaluar el error de posición en estado estacionario donde el algoritmo de MC presenta el valor más pequeño seguido

nuevamente del algoritmo MCM. En el caso del índice IVAC, que se puede interpretar como el esfuerzo de control total en un periodo de tiempo, en todos los algoritmos los valores son muy similares. Finalmente, en el caso del índice IVAVC que mide la variacion de la señal de control, en el caso del algoritmo de MC presenta más variación y los algoritmos de MC_{FL} y de MCM son los que presentan una menor variación. Como se puede notar en la Tabla 2 los parámetros que produce el algoritmo de MCM generan índices de desempeño similares al resto de los algoritmos. Sin embargo, su habilidad de converger en un menor tiempo lo coloca como uno de los mejores métodos de identificación paramétrica en línea probados en este trabajo como se puede ver en las Figuras 2, 3, 4 y 5. Este método permite estimar los parámetros en un menor tiempo con la ventaja de no dañar el equipo al aplicarle señales como ruido blanco filtrado por largos periodos de tiempo.

La Figura 6 muestra las señales de referencia y salida con cada uno de los estimados obtenidos con los algoritmos implementados. Se observa que los estimados generados por el algoritmo de MCM producen un mejor seguimiento a la referencia, siendo el algoritmo de MC_{FL} el que tiene el peor seguimiento. La Figura 7 presenta las señales de control generadas con los estimados de cada uno de los algoritmos, se observa que la señal de control producida por el algoritmo de MCM presenta menos fluctuaciones. Finalmente, la Figura 8 muestra las señales de error de posición producidas con los estimados de los algoritmos



Figura 6. Señales de Referencia y Salida correspondientes al seguimiento de trayectoria con los parámetros estimados.



Figura 7. Señales de control correspondientes al seguimiento de trayectoria con los parámetros estimados.



Figura 8. Señales de error de posición correspondientes al seguimiento de trayectoria con los parámetros estimados.

implementados, donde se aprecia que el algoritmo de MCM presenta un menor error en comparación de los demás algoritmos siendo el algoritmo $\rm MC_{FL}$ el que tiene el peor desempeño.

5. CONCLUSIÓN

Los resultados obtenidos permiten concluir que el algoritmo de mínimos cuadrados modificado puede sintonizarse para obtener respuestas rápidas en el tiempo en comparación con los algoritmos gradiente y de mínimos cuadrados, obteniendo estimados que producen esencialmente el mismo desempeño en tareas de seguimiento de trayectoria comparado con los otros algoritmos bajo prueba. Es un método alternativo bastante útil y eficiente en la identificación de parámetros en línea, debido a que tienen la capacidad de contrarrestar la desventaja del algoritmo de mínimos cuadrados que es la pérdida de rango de la matriz de covarianza bajo la condición de excitación persistente.

Una de las ventajas presentes del algoritmo de MCM, es la atenuación de la influencia de perturbaciones acotadas sobre los estimados. Además, es capaz de estimar parámetros variantes en el tiempo. Se observó en los experimentos que al elegir de manera adecuada los coeficientes de factor de olvido β y la constante de diseño μ se reduce el tiempo de convergencia de la estimación. Lo anterior permite tener control sobre el comportamiento transitorio de los estimados. Una desventaja que presenta este algoritmo es que una elección no adecuada de μ y β produciendo oscilaciones en la evolución temporal de los estimados y no existe un método formal para realizar esta selección.

ACKNOWLEDGEMENTS

El primer y segundo autor agradecen al CONACyT por su apoyo con la beca para el programa de doctorado. Además, agradecen a los ingenieros Gerardo Castro y Jesús Meza por su apoyo en el acondicionamiento del prototipo de laboratorio.

REFERENCIAS

- Abdulle, A. and Wanner, G. (2002). 200 years of least squares method. *Elemente der Mathematik*, 57(2), 45– 60.
- Astrom, K.J. (1968). Lectures on the identification problem. The least square method. Division of Automatic Control. Lund Institute of Tecnology, Lund, Sweden.
- Bodson, S.S.M. (1989). Adaptive control : stability, convergence, and robustness. Prentice-Hall information and system sciences series.; Prentice Hall advanced reference series., Engineering. Prentice Hall.
- Cantera, L.A.C., Luna, L., Vargas-Jarillo, C., and Garrido, R. (2019). Parameter estimation of a linear ultrasonic motor using the least squares of orthogonal distances algorithm. In 2019 16th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 1–6. IEEE.
- Garrido, R. and Concha, A. (2012). An algebraic recursive method for parameter identification of a servo model. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(5), 1572–1580.
- Hu, Y. and Wu, J. (2021). Online identification method for a system with unknown varying time-delay and parameter. *Transactions of the Institute of Measurement* and Control, 01423312211022447.
- Hu, Y., Wu, J., and Zeng, C. (2020a). Online identification of time-varying delay systems under relaxed input conditions. *Electronics Letters*, 56(24), 1317–1320.
- Hu, Y., Wu, J., and Zeng, C. (2020b). Robust adaptive identification of linear time-varying systems under relaxed excitation conditions. *IEEE Access*, 8, 8268–8274.
- Jean-Jaques Slotine, W.L. (1991). Applied Nonlinear Control. Pearson.
- Jinbo Wu, WenjianHuang, Y.S., J.Z. (2016). Robust adaptive identification of linear time-varying systems with modified least-squares algorithm.
- Karl J. Astrom, B.W. (1994). *Adaptive control.* Dover Publications, 2 edition.
- Lennart, L. (1999). System identification: theory for the user, volume 28.
- Lozano R., D.D..M.R. (2000). Identification of linear time-varying systems usind a modified least squares algorithm. *Automatic*, 36, 1009–1015.
- Luna, L. and Garrido, R. (2018). On the equivalence between p+dob and set point weighted pi controllers for velocity control of servodrives under load disturbances. In 2018 XX Congreso Mexicano de Robótica (COMRob), 1–6.
- Ramírez, A., Garrido, R., and Mondié, S. (2015). Velocity control of servo systems using an integral retarded algorithm. *ISA transactions*, 58, 357–366.
- Sun, P.A.I.J. (2012). Robust Adaptive Control. Courier corporation edition.
- Wu, J., Zhao, J., and Wu, D. (2018). Indirect adaptive robust control of nonlinear systems with time-varying parameters in a strict feedback form. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 28(13), 3835– 3851.