

Estimación de parámetros biomecánicos para simulación realista de tejidos en interfaces hápticas^{*}

Alejandro Gutierrez-Giles^{*} Miguel A. Padilla-Castañeda^{**}
Luis Alvarez-Icaza^{***}

^{*} Centro de Estudios en Computación Avanzada–UNAM, Av. Universidad 3000, Ciudad Universitaria, Coyoacan, CDMX, 04510, Mexico, (e-mail: alejandro_giles@cecav.unam.mx).

^{**} Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología–UNAM, Av. Universidad 3000, Ciudad Universitaria, Coyoacan, CDMX, 04510, Mexico, (e-mail: alvarezicaza@unam.mx)

^{***} Instituto de Ingeniería–UNAM, Av. Universidad 3000, Ciudad Universitaria, Coyoacan, CDMX, 04510, Mexico, (e-mail: miguel.padilla@icat.unam.mx)

Resumen La estimación de parámetros para los modelos biomecánicos existentes en la literatura es esencial para que estos últimos sean de utilidad en aplicaciones de ingeniería, tanto para predecir el comportamiento de los órganos como para poderlos representar lo más fielmente posible en entornos de realidad virtual o simuladores hápticos. En este trabajo se presenta un esquema de estimación de parámetros del modelo de Kelvin modificado, disponible en la literatura. Uno de los objetivos es obtener señales de excitación que sean lo menos invasivas posibles en un escenario de obtención de señales *in vivo*, por lo que se exploran estrategias para reducir el número de experimentos y la riqueza de las señales necesarias para estimar los parámetros biomecánicos del modelo. Se presentan resultados de simulación y experimentos para validar el enfoque propuesto.

Keywords: Estimación de parámetros, modelado, modelos biomecánicos.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos biomecánicos pueden ser útiles no sólo para predecir el comportamiento de ciertos tejidos o para predecir ciertos fenómenos como el *brainshift* (Gerard et al., 2017), sino también para dotar a los simuladores de entrenamiento para procedimientos quirúrgicos, de mayor realismo y fidelidad al momento de generar las fuerzas de interacción con las herramientas (Payan, 2012).

El objetivo principal de un simulador de procedimientos quirúrgicos es el de dotar al personal cirujano en entrenamiento de un entorno de simulación realista que pueda servir como apoyo para reducir el tiempo de aprendizaje necesario para el adiestramiento de un procedimiento en particular. Existe evidencia científica (Fenz and Dirnberger, 2015) que indica que el uso de herramientas computacionales puede reducir dicho tiempo de adiestramiento. La eficacia es aún mayor si además del entorno visual, se incorporan ciertas sensaciones hápticas que pueden ser desde vibraciones, pistas auditivas o táctiles, hasta la retroalimentación de una fuerza simulada que represente lo más fielmente posible al caso real. Tómese como ejemplo el caso de un simulador para el procedimiento de ventriculostomía. A grandes rasgos, dicho procedimiento empieza con una perforación en el cráneo del

paciente (trépano), realizado cuidadosamente basado en los estudios preoperatorios, con el objetivo de encontrar la mejor ruta para llegar al ventrículo sin dañar zonas importantes de la corteza cerebral. Normalmente se tiene que atravesar la duramadre y parte del tejido cerebral, aunque se busca minimizar esto último. Para llegar al punto objetivo de la cirugía, en este caso el foramen de Monro, es necesario atravesar ciertos tejidos durante la trayectoria desde el exterior del cráneo. Para lograr que el simulador sea lo más realista posible, las diferentes texturas y fuerzas de reacción correspondientes a cada uno de los tejidos involucrados deben de construirse lo más fielmente posible a las reales. En la Figura 1 se muestra un renderizado de un caso de estudio real.

Existen muchos modelos para representar cada uno de los componentes de fuerza generados por la interacción con algún tejido en particular. A estos modelos se les conoce como modelos biomecánicos (Payan, 2012). La obtención de modelos biomecánicos, así como los parámetros que los caracterizan, es un tema ampliamente estudiado en la literatura (Kraus et al., 2005). Aunque un mismo modelo puede representar el comportamiento mecánico de un órgano en particular, los parámetros que caracterizan a dicho modelo pueden variar significativamente de una persona a otra y también entre el mismo tejido vivo o muerto (Kim and Srinivasan, 2005; van Gerwen et al., 2012).

^{*} Los autores agradecen al proyecto SECTEI 219/209. El primer autor agradece al Programa de Becas Posdoctorales DGAPA–UNAM. Guanajuato, México, 13-15 de Octubre, 2021

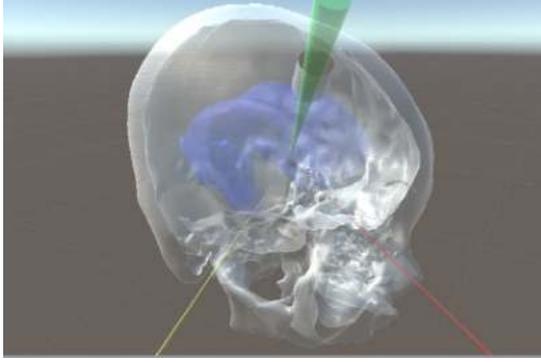


Figura 1. Representación translúcida de un caso de estudio real tomado mediante imágenes de tomografía. El punto rojo es el objetivo, el foramen de Monro, que se encuentra en el ventrículo (coloreado en azul).

Los modelos más utilizados para la representación mecánica de los tejidos vivos son los lineales, es decir, considerando que el tejido puede ser representado localmente mediante un sistema masa-resorte-amortiguador. Sin embargo, estos modelos no son útiles para representar ciertos fenómenos observados por los especialistas, como el incremento no lineal de la fuerza conforme la herramienta penetra en el tejido y la dependencia de la velocidad en las fuerzas dinámicas presentes en la interacción.

2. MODELOS BIOMECAÑICOS

Debido a que los modelos no lineales no capturan ciertas fuerzas de interacción que los expertos consideran importantes, como las mencionadas en el párrafo anterior, Mahvash and Dupont (2009) propone un modelo no lineal, basado en una modificación del modelo de Kelvin y está dado por

$$f_n = f_s(\delta) + k(\delta)v\tau_s \left(1 - \exp\left(-\frac{\delta}{v\tau_s}\right)\right), \quad (1)$$

donde f_n es la fuerza ejercida en la herramienta, $f_s(\delta)$ es una función que representa a la parte estática de la interacción, i.e. un resorte no lineal, $k(\delta)$ representa la rigidez de la parte dinámica de la interacción en función de la penetración en el tejido, v es la velocidad de la herramienta, $\tau_s = b(\delta)/k(\delta)$ es una constante de tiempo conocida como tiempo de relajación y $b(\delta)$ es la viscosidad dinámica como función de la penetración en el tejido.

En Mahvash and Dupont (2009), los autores se enfocan en validar el modelo y los fenómenos que describe. La estimación de parámetros se hace en varias etapas: primero se estima la constante de relajación τ_s mediante un experimento en el que se hace contacto con el tejido a máxima velocidad sin llegar a la ruptura, luego se detiene completamente la herramienta para emular una entrada escalón y se mide la constante de tiempo con respecto a la respuesta en estado estacionario. Los parámetros de la función $f_s(\delta)$ se obtiene mediante un ajuste de curvas tanto lineal como cuadrática. Por último, $k(\delta)$ se obtiene mediante un experimento a máxima velocidad para el que se asume que la parte dinámica de la fuerza de interacción es mucho mayor a la parte estática.

Como puede observarse, esta estimación se hace mediante experimentos muy específicos, por lo que es probable que no capture de forma realista los parámetros de los tejidos

para su uso en un simulador realista como el propuesto en este trabajo. Es un hecho conocido por la comunidad de estimación e identificación, que una señal más rica en frecuencias es capaz de excitar los modos del sistema y lograr una mejor estimación paramétrica. Por lo tanto, en lugar de las fuerzas constantes o monótonamente crecientes como las utilizadas por Mahvash and Dupont (2009), se propone excitar al sistema con una señal con mayor contenido armónico. Sin embargo, debido a que el objetivo final es poder realizar experimentos *in vivo* con pacientes reales, se pretende encontrar cuál es el perfil ideal de fuerza para garantizar una estimación suficientemente aproximada de los parámetros biomecánicos del modelo sin que esta señal pudiera ser riesgosa para el paciente.

3. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

La hipótesis del presente trabajo establece que puede lograrse una mejor estimación paramétrica si estiman todos los parámetros en conjunto y no en experimentos separados. También se pretende verificar la importancia de una señal de excitación rica en frecuencias. Para esto último, se propuso la siguiente fuerza de excitación

$$f_e = \int_0^t a_f X d\vartheta, \quad (2)$$

donde $X \sim U([0, 1])$ es una función aleatoria continua que toma valores en el intervalo $[0, 1]$ y a_f es una constante de diseño.

Por otra parte, se utilizaron dos modelos para hacer la identificación, uno es el ya mencionado modelo no lineal (1) y el otro es un modelo lineal muy utilizado en la literatura, i.e.

$$f_{nL} = k_L \delta + b_L v \quad (3)$$

donde k_L y b_L son la constante del resorte y la constante de viscosidad, respectivamente. Este modelo tiene la ventaja de que puede ser linealmente parametrizado, i.e. puede ser expresado como

$$f_{nL} = [\delta \ v] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

donde θ_1 y θ_2 corresponden a k_L y b_L , respectivamente.

Por otra parte, el modelo no lineal (1) en general no es linealmente parametrizable, aunque si se asume que la fuerza del resorte no lineal es polinomial, e.g. $f_s(\delta) = k_{s1}\delta + k_{s2}\delta^2$ y que se conoce la constante de relajación, se puede parametrizar de la siguiente forma

$$f_n = \left[\delta \ \delta^2 \ v\tau_s \left(1 - \exp\left(-\frac{\delta}{v\tau_s}\right)\right) \right] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

donde θ_1 , θ_2 y θ_3 , corresponden a k_{s1} , k_{s2} y $k(\delta)$, respectivamente.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Se realizó una simulación en Matlab/Simulink del modelo (1) utilizando los datos de los parámetros reportados en Mahvash and Dupont (2009), utilizando los regresores dados en (4) y (5) para el modelo lineal y el modelo no lineal, respectivamente. Se utilizó una fuerza de excitación

dada por (2) para obtener los datos de entrada para el regresor, utilizando el modelo en espacio de estados

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (6)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{m} \left(k_{s1}x_1 + k_{s2}x_1^2 + k(x_1)x_2\tau_s \left(1 - \exp\left(-\frac{x_1}{x_2\tau_s}\right) \right) \right), \quad (7)$$

donde m es la masa de la herramienta, $x_1 = \delta$ es la posición de la herramienta y $x_2 = v$ la velocidad de la misma. Una vez obtenidos los datos de posición y velocidad, se utilizó el método estándar de mínimos cuadrados con los regresores (4) y (5) para obtener los parámetros de cada modelo.

4.1 Estimación con control en lazo abierto

Como primera señal de excitación se propuso una similar a la dada por (2) en lazo abierto.

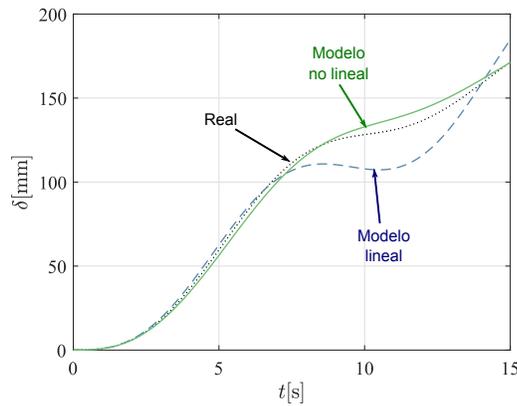


Figura 2. Lazo abierto, respuesta en posición a una misma entrada f_e : real (\cdots), modelo lineal ($-\cdots$) y modelo no lineal ($-\cdots$).

En la Figura 2 se muestra la evolución de la posición de cada uno de los modelos bajo una fuerza generada mediante (2). Como puede observarse en la gráfica, los parámetros obtenidos con el modelo no lineal, se ajustan mucho mejor al modelo utilizado como referencia, sobre todo cuando la deformación es más grande. Sin embargo, aún es necesario conocer el parámetro τ_s .

4.2 Estimación con control en lazo cerrado

En la segunda simulación, se obtuvieron los datos para la estimación manteniendo la velocidad constante, en este caso $v_d = 10$ [mm/s], mediante un control del tipo PI, i.e.

$$f_e = -k_p \tilde{v} - k_i \int_{t_0}^t \tilde{v} d\theta, \quad (8)$$

donde $\tilde{v} = v - v_d$ y $k_p, k_i \in \mathbb{R}$ son ganancias constantes positivas.

En la Figura 3 se muestra la validación de ambos modelos, lineal y no lineal, mediante la aplicación de una fuerza en lazo abierto del tipo (2), aunque obtenidos con el control en lazo cerrado. Nuevamente la curva del modelo no lineal se ajusta mejor a la trayectoria real del sistema. Sin embargo, nótese que para desplazamientos pequeños (< 100 [mm]) ambos modelos se ajustan a la gráfica nominal. Guanajuato, México, 13-15 de Octubre, 2021

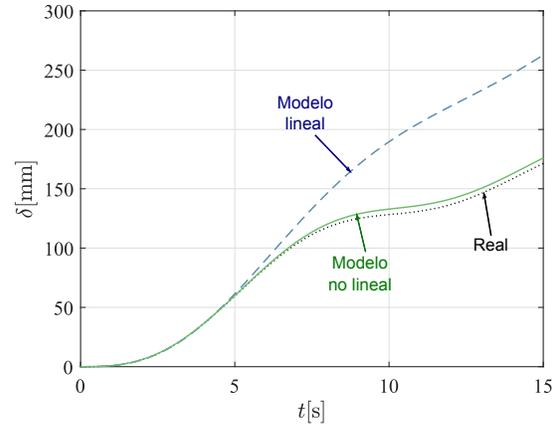


Figura 3. Respuesta en posición a una misma entrada f_e : real (\cdots), modelo lineal ($-\cdots$) y modelo no lineal ($-\cdots$).

Cuadro 1. Simulación: parámetros estimados

Modelo	Lazo abierto	Lazo cerrado	Unidades
Real	$k_{s1} = 1 \times 10^{-4}$	$k_{s1} = 1 \times 10^{-4}$	N/m
	$k_{s2} = 0.026$	$k_{s2} = 0.026$	N/m ²
	$k(\delta) = 0.046$	$k(\delta) = 0.046$	N/m
Lineal	$k_L = 0.0436$	$k_L = 0.0264$	N/m
	$b_L = -0.0037$	$b_L = 0.0199$	N s/m
No lineal	$k_{s1} = 1 \times 10^{-4}$	$k_{s1} = 1 \times 10^{-4}$	N/m
	$k_{s2} = 0.0211$	$k_{s2} = 0.026$	N/m ²
	$k(\delta) = 0.0724$	$k(\delta) = 0.0454$	N/m

Por último, en la Tabla 1 se muestran los parámetros nominales y los obtenidos para los modelos lineal y no lineal con los controladores en lazo abierto y lazo cerrado. De la tabla se puede observar que para el modelo no lineal se obtuvo una estimación más aproximada excitando al sistema en lazo cerrado.

5. EXPERIMENTOS



Figura 4. Plataforma experimental.

En esta sección se presenta la comprobación experimental de la hipótesis principal de este trabajo, i.e. que el comportamiento no lineal asociado con la punción a un objeto no rígido puede describirse adecuadamente con el modelo (1).

Aunque el objetivo al que apunta esta investigación es identificar tejidos *in vivo*, particularmente de órganos humanos, es un paso necesario y conveniente comenzar con tejidos *ex vivo*, o incluso primero con objetos comunes. Por tal motivo, se propuso la plataforma experimental mostrada en la Figura 4, que consiste en un robot tipo *Phantom Touch* de *Geomagic*, en cuyo efector final está montado un sensor de fuerza *ATI Nano 17* seguido de un catéter intravenoso periférico para venoclisis común. Asimismo, como fase preliminar y con el objetivo de validar el método propuesto se propuso identificar los parámetros biomecánicos de objetos comunes, en este caso una naranja y una manzana.

5.1 Punción automática con velocidad controlada

Con base en los resultados de simulación presentados en la Sección 4, se propone comenzar con la identificación basada en el control en lazo cerrado de velocidad dado por la ley de control (8), debido a que se observó que este método presenta el mejor desempeño, como se muestra en la Tabla 1. Es conocido que el robot *Phantom Touch* sólo cuenta con tres grados de libertad actuados, por lo que el movimiento del efector final no puede realizarse completamente en línea recta. Sin embargo, se eligió la posición inicial y la configuración adecuada del robot para que el movimiento del catéter se asemejara lo más posible a la recta deseada. En las Figuras 5 y 6 se muestran las trayectorias de posición y de fuerza en las tres coordenadas Cartesianas del experimento de punción de la naranja mostrada en la Figura 4.

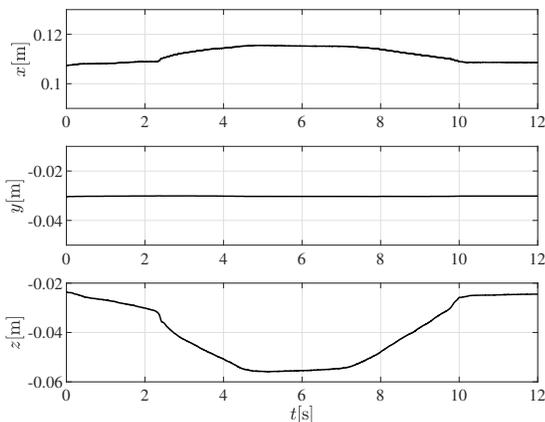


Figura 5. Evolución temporal de las coordenadas Cartesianas del catéter.

Las gráficas mostradas poseen la misma escala, lo que es útil para verificar que la componente principal tanto de movimiento como de fuerza está a lo largo de la coordenada z . En particular, en la Figura 6 se pueden observar varios fenómenos: el primer contacto con la superficie, luego una ruptura de tejido que corresponde a la cáscara de la naranja, posteriormente otra ruptura de tejido que corresponde a una membrana interna (i.e. el material no es homogéneo) y por último la fuerza decreciente que surge cuando se extrae el catéter y que en algún momento cambia de signo (lo que significa que el tejido jala a la aguja). El fenómeno de interés en este trabajo es el de la ruptura de tejido, por lo que se tomarán sólo los datos correspondientes al mismo. En las gráficas presentadas este fenómeno se encuentra en el intervalo de tiempo $0.4\text{ s} < t < 3.2\text{ s}$.

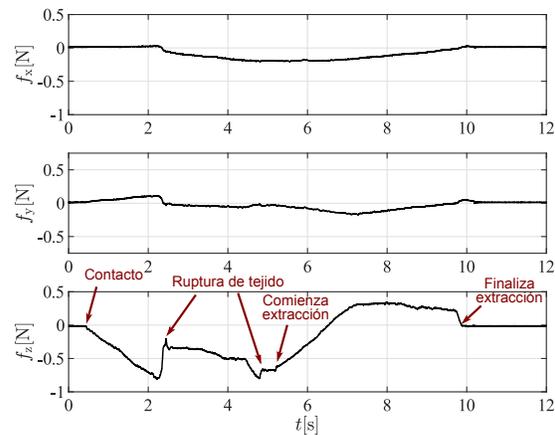


Figura 6. Evolución temporal de las fuerzas sobre el catéter en el espacio Cartesiano. En la tercera componente, correspondiente a z se aprecian las diferentes etapas de la punción y extracción del catéter.

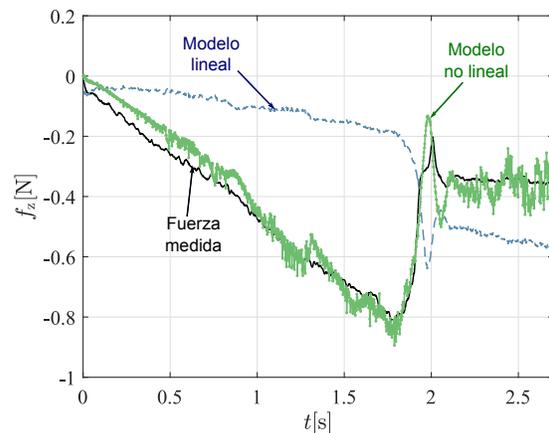


Figura 7. Experimento con velocidad controlada para determinar el comportamiento no lineal de la punción: fuerza medida (—) y los ajustes del modelo lineal (---) y no lineal (-.-).

En la Figura 7 se muestra la parte de la gráfica que corresponde a la ruptura del tejido junto con la fuerza estimada mediante el modelo no lineal (1) y el modelo lineal (3). En dicha figura se puede observar que el modelo no lineal se ajusta mucho mejor a la gráfica de la fuerza medida que el modelo lineal. De hecho, el modelo lineal no es capaz de identificar el fenómeno estudiado. Sin embargo, si se toma sólo la parte de la fuerza después de la ruptura del tejido, el modelo lineal sí se ajusta a la fuerza leída, como se muestra en la Figura 8.

Se llevó a cabo un experimento similar utilizando como tejido una manzana común, con resultados similares a los mostrados para el caso de la naranja. Los parámetros obtenidos para el modelo no lineal y lineal se muestran en la Tabla 2.

5.2 Punción guiada de forma manual

Uno de los objetivos de este trabajo consiste en tener una plataforma para obtener los datos necesarios para la identificación de parámetros biomecánicos que no dependa de un ambiente controlado. Los experimentos de la sección anterior, a pesar de obtener un buen desempeño, se realizan mediante un control automático parametrizado en

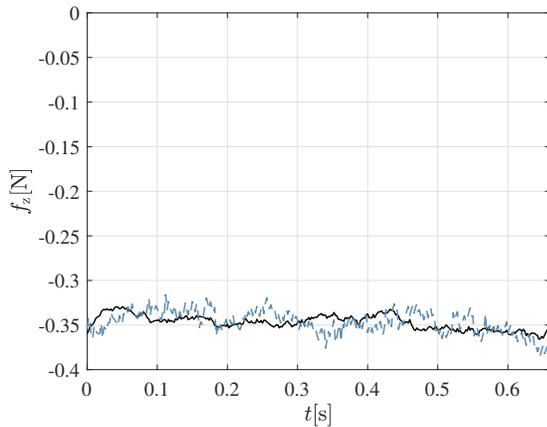


Figura 8. Experimento con velocidad controlada para determinar el comportamiento lineal de la punción. Se muestra la fuerza medida sobre el catéter (—) y los ajustes del modelo lineal (---).

Cuadro 2. Experimento con velocidad controlada: parámetros estimados

Modelo	Naranja	Manzana	Unidades
No	$k_{s1} = 284.48$	$k_{s1} = 263.08$	N/m
Lineal	$k_{s2} = 1.24 \times 10^4$	$k_{s2} = 1.95 \times 10^4$	N/m ²
Lineal	$k(\delta) = -188.57$	$k(\delta) = -258.01$	N/m
Lineal	$k_L = 32.3$	$k_L = 15.83$	N/m
Lineal	$b_L = 17.87$	$b_L = 36.11$	N s/m

el tiempo. Por otro lado, un escenario más realista surge si un operador humano realiza manualmente la punción y sólo se miden los datos de posición y fuerza del catéter para ajustar los modelos propuestos. Lo anterior tiene la ventaja adicional de que el operador humano es capaz de corregir la trayectoria en tiempo real. La desventaja, como se vio en la sección de simulaciones, radica en que el modelo no lineal (1) es sensible a variaciones de velocidad, lo que podría afectar los resultados obtenidos.

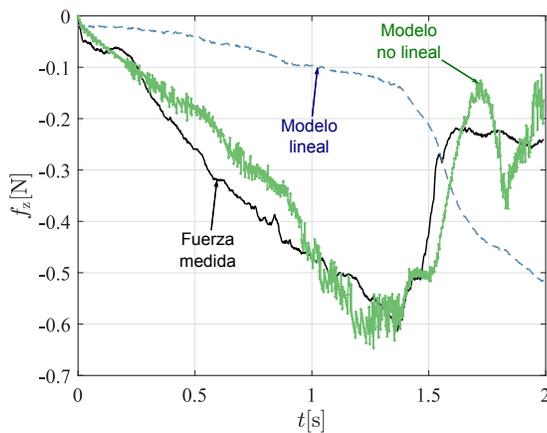


Figura 9. Experimento de punción manual para determinar el comportamiento no lineal: fuerza medida (—), modelo lineal (---) y modelo no lineal (-.-).

En la Figura 9 se muestran la fuerza medida y las fuerzas estimadas por el modelo no lineal (1) y el modelo lineal (3) para el caso de la punción manual. En esta figura se puede apreciar que el modelo no lineal se ajusta mejor al comportamiento real del fenómeno a identificar. Sin

Cuadro 3. Experimento de punción manual: parámetros estimados

Modelo	Naranja	Manzana	Unidades
No	$k_{s1} = 335.89$	$k_{s1} = 382.74$	N/m
Lineal	$k_{s2} = 2.1 \times 10^4$	$k_{s2} = 4.12 \times 10^4$	N/m ²
Lineal	$k(\delta) = -188.9$	$k(\delta) = -239.3$	N/m
Lineal	$k_L = 36.5$	$k_L = 52.04$	N/m
Lineal	$b_L = 7.4$	$b_L = 11.71$	N s/m

embargo, después de la ruptura se presenta una oscilación alrededor del valor real, esto es debido a la variación de la velocidad del catéter que es controlada manualmente por el operador humano.

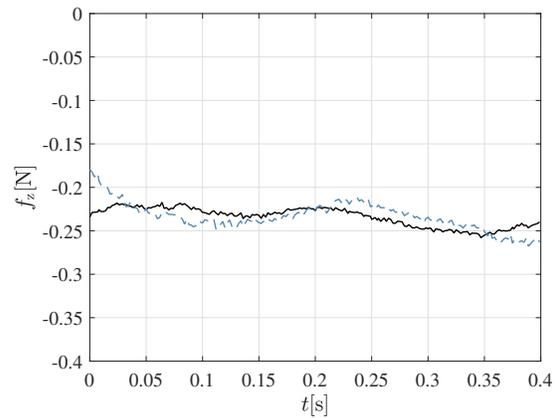


Figura 10. Experimento de punción manual para determinar el comportamiento lineal: fuerza medida (—) y el ajuste del modelo lineal (---).

Si se toma sólo la parte lineal de la punción, se puede ajustar el modelo lineal (3) utilizando los datos del experimento de punción manual, como se muestra en la Figura 10. En este caso se puede observar que el modelo lineal se aproxima de forma cercana al comportamiento real.

En la Tabla 3 se muestran los parámetros obtenidos mediante los experimentos de punción manual.

Dado que ambos objetos utilizados tienen comportamientos biomecánicos equiparables, se propuso utilizar un objeto con un comportamiento dinámico diferente. En este caso se eligió una gelatina común, fabricada a base de gretina y agua. Este experimento tiene como objetivo adicional el de poner a prueba la sensibilidad del sensor de fuerza utilizado, lo que será de relevancia importante cuando se trabaje con tejidos animales. En la Figura 11 se muestra la fuerza medida, así como las curvas de ajuste de los modelos lineal (3) y no lineal (1). En esta gráfica se puede apreciar que el modelo no lineal se ajusta mejor al comportamiento real, aunque a diferencia de los casos anteriores, el modelo lineal no está tan alejado de dicho comportamiento. Así mismo, se realizó un experimento de punción manual para estimar el comportamiento lineal, como se muestra en la Figura 12.

En la Tabla 4 se muestran los parámetros estimados para el experimento de punción manual en la gelatina. Como se puede apreciar en esta tabla, los parámetros son muy diferentes a los reportados en la Tabla 3. En particular, los parámetros estimados por el modelo lineal que corresponden principalmente al efecto de la fricción

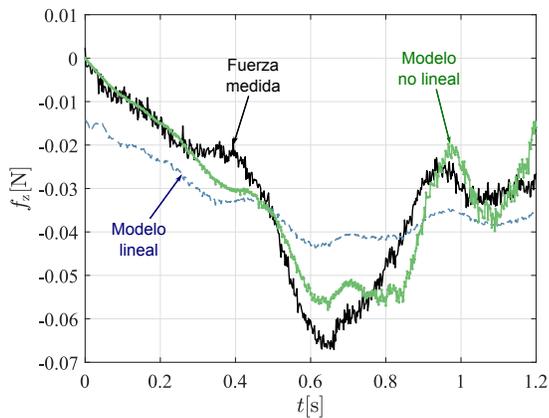


Figura 11. Experimento de punción manual en una gelatina para determinar el comportamiento no lineal: fuerza medida (—) y los ajustes del modelo lineal (---) y no lineal (-.-).

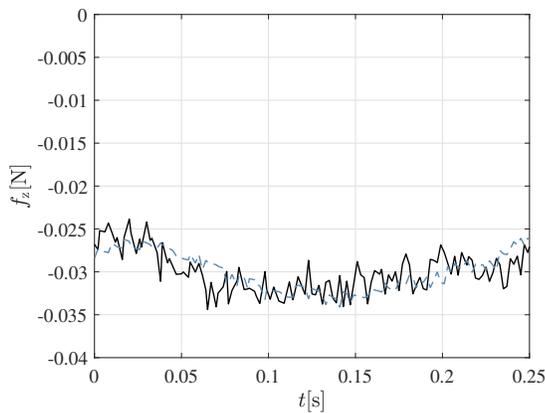


Figura 12. Experimento de punción manual en una gelatina para determinar el comportamiento lineal: fuerza medida (—) y el ajuste del modelo lineal (---).

Cuadro 4. Experimento de punción manual: parámetros estimados

Modelo	Gelatina	Unidades
No Lineal	$k_{s1} = -5.51$	N/m
	$k_{s2} = -108.21$	N/m ²
Lineal	$k(\delta) = 8.80$	N/m
Lineal	$k_L = 1.07$	N/m
	$b_L = 1.3$	N s/m

viscosa sobre el catéter, son mucho menores que los reportados para la naranja y la manzana, lo que coincide con lo experimentado al realizar la punción.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este trabajo se propuso identificar la dinámica no lineal que surge cuando se realiza una ruptura de tejido durante una punción, así como la dinámica no lineal presente después de dicha punción. Se realizó la identificación

paramétrica de ambos modelos. Cada uno de estos modelos es útil para representar una etapa en particular de la punción, como se vio en los resultados experimentales. En este trabajo se propuso una plataforma experimental basada en un ambiente no completamente controlado, en contraste con los métodos reportados en trabajos anteriores. Los resultados experimentales obtenidos en este trabajo indican que es posible obtener los parámetros de los modelos propuestos mediante la plataforma propuesta, con las ventajas mencionadas anteriormente.

Como trabajo futuro se pretende obviar el uso de sensores de fuerza para medir la fuerza de interacción de la herramienta con un tejido, debido a que no siempre es la mejor solución, dado que podrían no ser permitidos para su uso en quirófano. Una alternativa es estimar la fuerza de contacto cuando se emplea un robot teleoperado para manipular la herramienta, como se hace actualmente en la conocida plataforma quirúrgica *da Vinci*. Entonces, se propondrá utilizar el observador de fuerza diseñado en Gutiérrez-Giles and Arteaga-Pérez (2014) para estimar la fuerza de contacto sin necesidad de un sensor.

REFERENCIAS

- Fenz, W. and Dirnberger, J. (2015). Real-time surgery simulation of intracranial aneurysm clipping with patient-specific geometries and haptic feedback. In *Medical Imaging 2015: Image-Guided Procedures, Robotic Interventions, and Modeling*, volume 9415, 94150H. International Society for Optics and Photonics.
- Gerard, I.J., Kersten-Oertel, M., Petrecca, K., Sirhan, D., Hall, J.A., and Collins, D.L. (2017). Brain shift in neuronavigation of brain tumors: a review. *Medical image analysis*, 35, 403–420.
- Gutiérrez-Giles, A. and Arteaga-Pérez, M.A. (2014). Gpi based velocity/force observer design for robot manipulators. *ISA transactions*, 53(4), 929–938.
- Kim, J. and Srinivasan, M.A. (2005). Characterization of viscoelastic soft tissue properties from in vivo animal experiments and inverse fe parameter estimation. In *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, 599–606. Springer.
- Kraus, C., Bock, H.G., and Mutschler, H. (2005). Parameter estimation for biomechanical models based on a special form of natural coordinates. *Multibody System Dynamics*, 13(1), 101–111.
- Mahvash, M. and Dupont, P.E. (2009). Mechanics of dynamic needle insertion into a biological material. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 57(4), 934–943.
- Payan, Y. (2012). *Soft tissue biomechanical modeling for computer assisted surgery*, volume 11. Springer.
- van Gerwen, D.J., Dankelman, J., and van den Dobbelaert, J.J. (2012). Needle–tissue interaction forces—a survey of experimental data. *Medical engineering & physics*, 34(6), 665–680.