

# Revoluta joints manipulator control using an equivalent model.

Y. E. Tlatelpa-Osorio\* H. Rodríguez-Cortés\*  
R. Cortés-Martínez\*\* E. Aranda-Bricaire\*

\* Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN.  
(e-mail: {ytlatelpa, hrodriguez, earanda}@cinvestav.mx)

\*\* Escuela Militar de Ingenieros.  
(e-mail: rolando\_cor@hotmail.com)

---

## Abstract:

This work proposes a control strategy for revoluta joints manipulators using an equivalent manipulator composed of a revoluta joint and a prismatic joint. The equivalent model allows a better characterization of the interaction between a manipulator and a mobile base, for example in an aerial manipulator. The equivalence conditions presented, allows to design the control strategy under the equivalent model representation and implement it on the real model. Through numerical simulations, the effectiveness of the proposed control system is evaluated.

*Keywords:* Robotic Manipulator, Systems Equivalence, MANTs

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Los Manipuladores Aéreos No Tripulados (MANTs) se han desarrollado como la evolución natural de los Vehículos Aéreos No Tripulados (VANTs) con capacidad de despegue y aterrizaje vertical. Los MANTs son una perfecta combinación de la habilidad de manipulación de un brazo robótico y la maniobrabilidad de los vehículos aéreos con capacidad de vuelo suspendido; abriendo la puerta a nuevas aplicaciones. La operación de los MANTs impone retos científicos y tecnológicos que han atraído la atención de varios investigadores, en (Ruggiero et al., 2018) se encuentra un compendio de diferentes trabajos dedicados a su estudio y se describen las técnicas de control empleadas.

Desde el punto de vista de la teoría de control, los problemas de seguimiento de trayectorias y manipulación de los MANTs se aborda, principalmente, desde dos enfoques, el centralizado y el descentralizado. En el primer enfoque el modelo del MANT se considera unificado, no se pone un énfasis particular en identificar la interconexión entre la dinámica del VANT y la dinámica del brazo manipulador, Lippiello and Ruggiero (2012). Mientras que desde el enfoque descentralizado se considera que el VANT y el brazo manipulador representan dos sistemas dinámicos que interactúan. En Tognon et al. (2017), se utiliza un esquema Proporcional Derivativo (PD) para resolver los problemas de control del manipulador, mientras que para el VANT se usa un control de dos niveles, uno para la dinámica traslación y otro para la dinámica de rotación. La caracterización de la interacción dinámica entre el robot aéreo y el manipulador es un punto crucial para el

diseño de estrategias de control bajo el enfoque descentralizado. En particular, la dificultad consiste en determinar qué interacciones pueden considerarse exógenas respecto a cada sistema dinámico.

En sistemas de control, la compensación de una perturbación exógena impone menos restricciones que la compensación de perturbaciones endógenas. Por esta razón se han diseñado algoritmos de control para MANTs utilizando modelos del robot manipulador que permiten caracterizar la naturaleza exógena de sus efectos dinámicos sobre la base móvil. En Acosta et al. (2016), un manipulador con  $n$  articulaciones de revoluta se modela como un manipulador equivalente compuesto por una articulación de revoluta.

En Tlatelpa-Osorio et al. (2020), se propone un algoritmo de control para MANTs bajo el enfoque descentralizado. Se considera que el manipulador tiene dos articulaciones, una de revoluta y una prismática (R-P). Sin embargo, como las articulaciones prismáticas son más complejas mecánicamente, el MANT real tiene un manipulador con dos articulaciones de revoluta (R-R). Este trabajo aborda el problema de utilizar un algoritmo de control diseñado para un manipulador que tiene una articulación de revoluta y una prismática en un manipulador con dos articulaciones de revoluta. En el estudio de teleoperación de robots manipuladores, surge un problema similar al que se plantea en este trabajo. En un esquema maestro esclavo con robots no similares, la diferencia entre las estructuras cinemáticas obliga a que el control se realice en coordenadas del espacio de tarea como en (Cortés and Angeles, 2007) y (Castro-Díaz et al., 2019). De manera

local puede cancelarse la dinámica del robot maestro e imponer la del esclavo en búsqueda de transparencia (Colgate, 1993). Las fuerzas y momentos que se ven reflejadas en la base del maestro difieren de las del maestro debido a las diferentes dinámicas. A diferencia de este enfoque, en la propuesta se busca imponer una dinámica específica que desde el punto de vista de las fuerzas y momentos que se sienten en la base del robot es equivalente a una dinámica más simple de tratar matemáticamente. A pesar de tener dos sistemas con estructuras cinemáticas diferentes se busca la equivalencia en las dinámicas.

Los modelos matemáticos de los manipuladores R-R y R-P se obtienen siguiendo el algoritmo recursivo Newton-Euler, (Craig, 2009). Este algoritmo permite calcular las fuerzas y momentos en la base del manipulador tomando en cuenta las velocidades y aceleraciones de la base móvil. En Antonello et al. (2018), se emplea este algoritmo para estudiar la interacción de un manipulador montado en un satélite. El algoritmo Newton-Euler resulta de gran importancia para el desarrollo de este trabajo, ya que son precisamente las interacciones base móvil- manipulador las que interesan en un manipulador aéreo para el diseño de una estrategia de control.

La equivalencia de sistemas dinámicos ha sido abordada en la literatura (Respondek and Tall, 2018), (Aranda-Bricaire and Moog, 2004), en el contexto de expresar a un modelo dinámico en términos de nuevas coordenadas y entradas de control para resaltar propiedades que faciliten el análisis o la síntesis de algoritmos de control. Dos sistemas dinámicos son equivalentes si existe un cambio de coordenadas y una ley de control que permita expresar a un sistema dinámico en términos de nuevas coordenadas y una estructura diferente. En general, se busca que la nueva estructura tenga propiedades que permitan aplicar alguna técnica de control específica. Por ejemplo, llevar un sistema a la forma triangular superior y resolver el problema de control utilizando backstepping. En este trabajo la equivalencia del manipulador con dos uniones de revoluta (R-R) a un manipulador con una unión de revoluta y una prismática (R-P), permite la caracterización de la interconexión entre el manipulador y el robot móvil. Además, usando una retroalimentación de estado se puede desacoplar el efecto del manipulador sobre la base móvil, por lo tanto, puede considerarse como un efecto exógeno.

Al suponer que los manipuladores R-R y R-P tienen el mismo espacio de trabajo, en este trabajo se construye un cambio de coordenadas y se identifica una retroalimentación de estados para demostrar que los manipuladores son equivalentes. Se diseña una ley de control por par calculado para el manipulador R-P (Spong and Vidyasagar, 2008), y se implementa en el manipulador R-R para verificar que las condiciones de equivalencia son correctas.

El presente trabajo está organizado de la siguiente forma, en la sección 2 se presenta el modelo dinámico de los ma-

nipuladores R-R y R-P. En la sección 3 se demuestra que ambos manipuladores son equivalentes construyendo el cambio de coordenadas y la retroalimentación de estados requeridos. Posteriormente, en la sección 4 se presenta la estrategia de control propuesta. La sección 5 verifica mediante simulaciones numéricas la equivalencia de ambos manipuladores. Finalmente, en la sección 6 se presentan las conclusiones.

## 2. MODELO DINÁMICO DE LOS MANIPULADORES

### 2.1 Manipulador R-R

El modelo que describe la dinámica del manipulador R-R mostrado en la Figura 1, está dado por la ecuación (1)

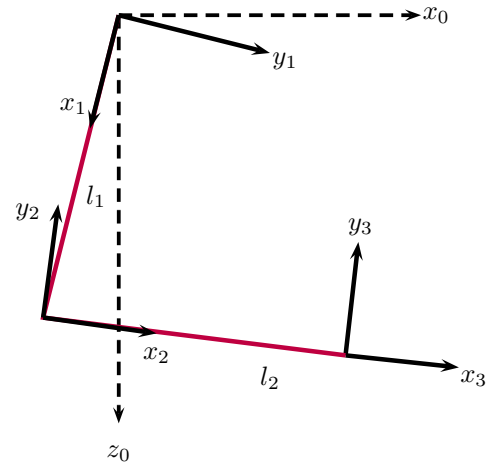


Fig. 1. Modelo del manipulador R-R.

$$\ddot{\Gamma} = -M^{-1}(V + G - \tau) \quad (1)$$

donde  $\Gamma = [\gamma_1 \ \gamma_2]^\top$  son los ángulos de las articulaciones,  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]$  son los pares mecánicos de control para cada articulación,  $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  es la matriz de masas,  $V \in \mathbb{R}^2$  es un vector que considera los efectos de las fuerzas centrífugas y de Coriolis y  $G \in \mathbb{R}^2$  es el vector con los términos de gravedad, definidos en Craig (2009) como

$$M = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 c_{\gamma_2} + m l_1^2 & l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_{\gamma_2} \\ l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_{\gamma_2} & l_2^2 m_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$V = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 \sin(\gamma_2) \dot{\gamma}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_{\gamma_2} \dot{\gamma}_1 \dot{\gamma}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_{\gamma_2} \dot{\gamma}_1^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{(\gamma_1 + \gamma_2)} + m l_1 g c_{\gamma_1} \\ m_2 l_2 g c_{(\gamma_1 + \gamma_2)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde  $m = m_1 + m_2$  es la masa puntual concentrada en centro de masa,  $g$  es la constante de aceleración debida a la gravedad y se usa la notación  $c_x = \cos(x)$ ,  $s_x = \sin(x)$ .

### 2.2 Manipulador Revoluta-Prismático (R-P)

La Figura 2 presenta un modelo esquemático del manipulador R-P. La articulación de revoluta permite el giro

alrededor del eje  $y_0$  que sale del punto  $O$ . El segmento  $\overline{OA}$  cuya longitud varía entre  $O$  y  $L$  representa la articulación prismática. El modelo que describe la dinámica del brazo equivalente R-P, obtenido a partir del algoritmo recursivo Newton-Euler, está dado en la ecuación (5)

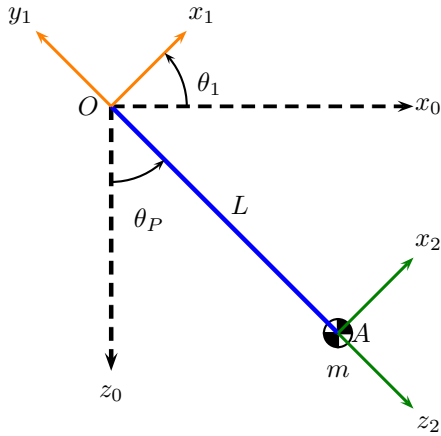


Fig. 2. Modelo del manipulador R-P.

$$\begin{bmatrix} mL^2 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_P \\ \ddot{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2Lm\dot{L}\dot{\theta}_P \\ mL\dot{\theta}_P^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Lms_{\theta_P}g \\ -mc_{\theta_P}g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_P \\ f \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde  $m = m_1 + m_2$  es la masa de los dos eslabones ubicada en el centro de masa de estos,  $\theta_P$  es el ángulo del eslabón de revoluta y  $L$  el del prismático,  $\tau_P$  y  $f$  son la fuerza y el par que funcionan como las entradas de control del eslabón de revoluta y el prismático respectivamente.

### 3. EQUIVALENCIA ENTRE EL MANIPULADOR R-R Y EL R-P

En este trabajo la equivalencia entre sistemas dinámicos se aborda a partir de la siguiente definición, adaptada de Respondek and Tall (2018).

*Definición 1.* Se dice que los sistemas

$$\Sigma: \dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (6)$$

$$\Pi: \dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}) + \tilde{g}(\tilde{x})v \quad (7)$$

son equivalentes, si existe:

- i. Un difeomorfismo

$$\tilde{x} = \Phi(x) \quad (8)$$

- ii. Una retroalimentación estática de estados

$$u = \alpha_u(x) + \beta_u(x)v \quad (9)$$

con  $\beta_u(x)$  una matriz cuadrada no singular, tal que la transformación de  $\Sigma$  bajo  $(\Phi, \alpha, \beta)$  es igual a  $\Pi$ .

Existen definiciones alternas al concepto de equivalencia entre sistemas dinámicos, por ejemplo en Aranda-Bricaire and Moog (2003) y Bricaire et al. (2017). En el caso que se aborda en este trabajo, los sistemas  $\Sigma$  y  $\Pi$  son los

descritos en las ecuaciones (1) y (5), respectivamente. Por lo tanto, en la notación de la definición 1 se tiene

$$x = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}, \tilde{x} = \begin{bmatrix} \theta_P \\ L \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} \tau_P \\ f \end{bmatrix}$$

La equivalencia entre los manipuladores puede establecerse en términos de la siguiente proposición.

*Proposición 1.* Suponga que la masa total de los manipuladores R-R y R-P es la misma, esto es,

$$m = m_1 + m_2, \text{ con } m_1 = m_2$$

Suponga que el efector final del manipulador R-P tiene las mismas coordenadas que el centro de masa del manipulador R-R. Entonces, los modelos dinámicos de los manipuladores R-R y R-P son equivalentes.

*Prueba 1.* La prueba consiste en construir el difeomorfismo (8) y la ley de control (9) de la definición 1 para los modelos dinámicos de los manipuladores.

La Figura 3 presenta un diagrama esquemático de ambos manipuladores, R-R y R-P. El segmento  $\overline{OA}$  representa a la articulación prismática. El segmento  $\overline{OB}$  representa al primer eslabón del manipulador R-R, mientras que el segmento  $\overline{BA}$  representa la mitad de la longitud de su segundo eslabón. Por los puntos  $O$  y  $B$  pasan los ejes de las articulaciones de revoluta del manipulador R-R. Notar que ambos manipuladores comparten la articulación de revoluta con eje de rotación pasando por el punto  $O$ . El difeomorfismo se establece por medio de las relaciones geométricas de la Figura 3. La variable de estado  $L$  se expresa en función de  $\gamma_2$  usando el teorema de pitágoras y relaciones de senos y cosenos de triángulos rectángulos. Así también,  $\theta_P$  se encuentra en función de  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  al usar la ley de senos para el triángulo no rectángulo  $\overline{AOB}$ . De esta forma, la condición i) se expresa como

$$\Phi(\Gamma) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1l_2c_{\gamma_2}} \\ \frac{\pi}{2} + \gamma_1 + \arcsin \left( \frac{l_2s_{\gamma_2}}{\sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1l_2c_{\gamma_2}}} \right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

La Figura 3 muestra también las acciones de control en cada uno de los manipuladores. Las acciones de control  $\tau_1$  y  $\tau_2$  actúan alrededor del punto  $O$  y  $A$ , respectivamente. La acción de control  $\tau_P$  actúa alrededor del punto  $O$  y  $f$  actúa a lo largo del segmento  $\overline{OA}$ . Además, la acción de control ficticia  $f_{\tau_P}$  es producto de la acción de  $\tau_2$ .

En la Figura 4, se muestra a detalle la relación de ángulos que se forman a partir del punto de contacto de los dos manipuladores. Se puede observar que el ángulo  $\beta$  se define como  $\beta = \gamma_2 - \alpha$ .

A partir de la ley de senos para el triángulo no rectángulo formado por los segmentos  $\overline{OA}$  y  $\overline{BA}$ , se obtiene

$$\alpha = \arcsin \left( \frac{l_2 \sin(\gamma_2)}{\sqrt{4l_1^2 + l_2^2 + 4l_1l_2 \cos(\gamma_2)}} \right) \quad (11)$$

La condición (9) que relaciona las entradas de control se deduce como sigue. Para generar el momento  $\tau_2$  a partir

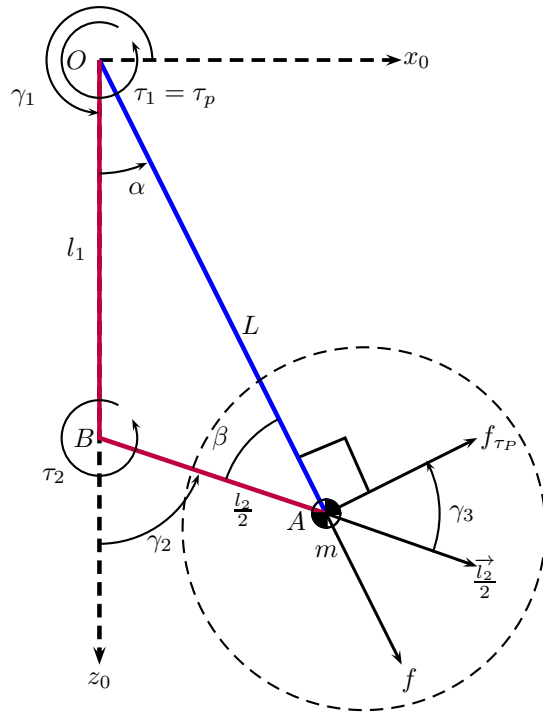


Fig. 3. Relaciones entre  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  y  $\tau_P$ ,  $f$ .

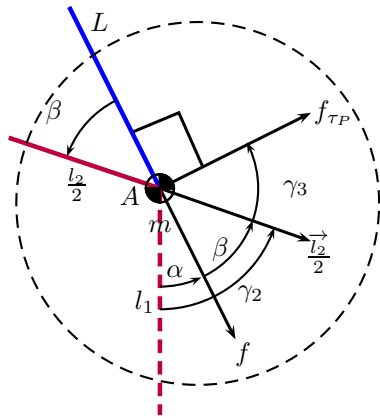


Fig. 4. Detalle de la Figura 3.

de  $\tau_P$  y  $f$ , tenemos que considerar las contribuciones del par  $\tau_{f_{\tau_P}}$  generado por la fuerza  $f_{\tau_P}$  y del par  $\tau_f$  generado por la fuerza  $f$ . La fuerza  $f_{\tau_P}$  es la fuerza necesaria para generar el momento  $\tau_P$  con brazo de palanca  $L$  por lo que es perpendicular al eslabón del manipulador R-P, es decir, el vector de longitud  $L$ .

$$\tau_2 = \tau_{f_{\tau_P}} + \tau_f \quad (12)$$

La magnitud del momento producido por la fuerza  $f_{\tau_P}$  en la articulación  $\gamma_2$  del manipulador R-R, con brazo de palanca  $\frac{l_2}{2}$  está dado por

$$\tau_{f_{\tau_P}} = e_2^\top \left( \frac{\vec{l}_2}{2} \times f_{\tau_P} \right) \quad (13)$$

con  $\frac{\vec{l}_2}{2}$  un vector con magnitud  $\frac{l_2}{2}$  en dirección del segmento  $\overline{BA}$  y  $e_2 = [0 \ 1]^\top$  un vector unitario. Ya que  $\tau_P = L f_{\tau_P}$ , el par  $\tau_{f_{\tau_P}}$  resulta como

$$\tau_{f_{\tau_P}} = \frac{l_2}{2} \frac{\tau_P}{L} \sin(\gamma_3) \quad (14)$$

donde  $\gamma_3 = \frac{\pi}{2} - \beta$ . Por otro lado

$$\tau_f = e_2^\top \left( \frac{\vec{l}_2}{2} \times f \right) = \frac{l_2}{2} f \sin(\beta). \quad (15)$$

Finalmente

$$\tau_1 = \tau_P \quad (16)$$

$$\tau_2 = \frac{l_2}{2} \frac{\tau_P}{L} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \gamma_2 - \alpha\right) + \frac{l_2}{2} f \sin(\alpha - \gamma_2). \quad (17)$$

Así, podemos definir  $\alpha_u$  y  $\beta_u$  de la ecuación (9) como

$$\alpha_u(\Gamma) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\beta_u(\Gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{l_2}{2L} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \gamma_2 - \alpha\right) & \frac{l_2}{2} \sin(\alpha - \gamma_2) \end{bmatrix}$$

#### 4. ESTRATEGIA DE CONTROL

El siguiente esquema muestra como se realiza el control de un manipulador R-R utilizando su equivalencia con un manipulador R-P.

A partir de las mediciones de las variables articulares del manipulador R-R se realiza el cambio de coordenadas a los estados del manipulador R-P. Con la trayectoria de referencia en coordenadas del manipulador R-P se diseña la ley de control para el manipulador R-P. Finalmente, con la retroalimentación de estados de las condiciones de equivalencia se transforma la ley de control a las entradas del manipulador R-R.

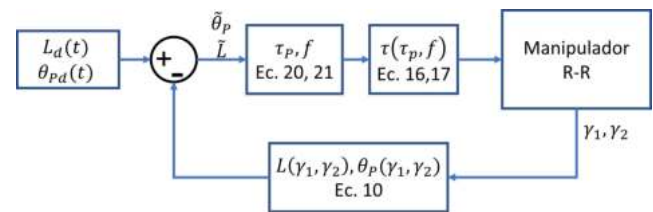


Fig. 5. Estrategia de control.

Como se muestra en el diagrama de la Figura 5, se tienen dos etapas de bloques de control. En la primera se calculan las entradas de control  $\tau_P$  y  $f$  para el brazo equivalente.

Para diseñar la estrategia de control para el manipulador R-P se definen los errores de seguimiento  $\tilde{\theta}_P = \theta_P - \theta_{Pd}$  y  $\tilde{L} = L - L_d$ . La dinámica de los errores de seguimiento es

$$\ddot{\tilde{\theta}}_P = \frac{\tau_P}{L^2 m} + \frac{\sin(\theta_P)}{L} g - \frac{2\dot{\theta}_P \dot{L}}{L} - \ddot{\theta}_{Pd} \quad (18)$$

$$\ddot{\tilde{L}} = \frac{f}{m} + \dot{\theta}_P^2 L - \cos(\theta_P) g - \ddot{L}_d \quad (19)$$

Parámetro	valor	Ganancia	valor
$m_1$	0.05289 Kg	$K_{P\tau_P}$	12.5
$m_2$	0.05289 Kg	$K_{D\tau_P}$	6
$l_1$	0.26 m	$K_{Pf}$	50
$l_2$	0.38 m	$K_{Df}$	12

Tabla 1. Parámetros físicos del manipulador R-R, y ganancias de control para el manipulador R-P.

Siguiendo la metodología de control por par calculado las entradas de control son

$$\tau_P = L^2 m \left( \frac{2\dot{\theta}_P \dot{L}}{L} - \frac{s_{\theta_P} g}{L} - K_{P\tau_P} \tilde{\theta}_P - K_{D\tau_P} \dot{\tilde{\theta}}_P + \ddot{\theta}_{Pd} \right) \quad (20)$$

$$f = m \left( -L\dot{\theta}_P^2 + c_{\theta_P} g - K_{Pf} \tilde{L} - K_{Df} \dot{\tilde{L}} + \ddot{L}_d \right). \quad (21)$$

Una vez que se conocen  $\tau_P$  y  $f$ , es posible calcular  $\tau_1 = \tau_P$  y

$$\tau_2 = \frac{l_2}{2} \frac{\tau_P}{L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \gamma_2 + \alpha\right) + \frac{l_2}{2} f \sin(\alpha - \gamma_2)$$

## 5. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Para poner a prueba la estrategia de control propuesta, se implementaron simulaciones numéricas en Simulink, tanto para regulación como para seguimiento. En regulación se definió una posición deseada para los eslabones del manipulador R-R  $\gamma_{1d}$  y  $\gamma_{2d}$ , mientras que en seguimiento se define una trayectoria deseada para el centro de masa del manipulador R-R que coincide con el efector final del manipulador R-P.

En la Tabla 1 se resumen los parámetros físicos del manipulador R-R empleados para la simulación, así como los valores usados para las ganancias de control del manipulador R-P. Para regulación, la posición deseada se define por  $\gamma_{1d} = 0$ ,  $\gamma_{2d} = \frac{\pi}{2}$ . Como se puede apreciar en las Figuras 6 y 7, el error de posición de  $L$  y  $\theta_P$  del manipulador R-P converge a cero, por lo que se cumple el objetivo de control para el manipulador R-P. Del mismo modo, vemos en la Figura 8 que el error de posición de  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  converge a cero, por lo tanto el manipulador R-R también llega a la posición deseada.

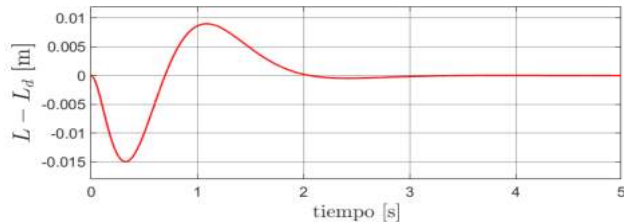


Fig. 6. Error en regulación de  $L$ , para el manipulador equivalente R-P.

Las entradas de control  $\tau_P$  y  $f$  para el manipulador R-P, se observan en las Figuras 9 y 10, mientras que el control  $\tau$  calculado para el manipulador R-R se encuentra en

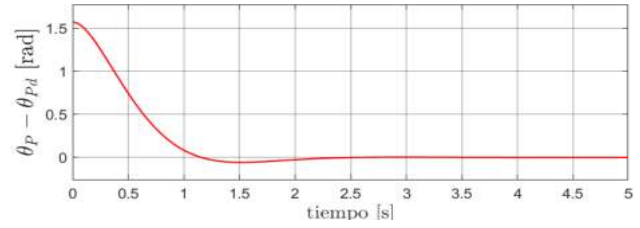


Fig. 7. Error en regulación de  $\theta_P$ , para el manipulador equivalente R-P.

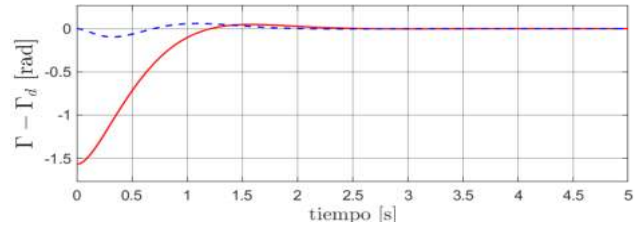


Fig. 8. Error en regulación de  $\Gamma$ . Línea continua  $\gamma_1$  y línea discontinua  $\gamma_2$ .

la Figura 11. Como se puede observar, las entradas de control convergen a un valor fijo una vez alcanzada la referencia para compensar los efectos de la gravedad. A su vez,  $\tau_2$  converge a cero debido a que se colocó al eslabón 2 en un punto de equilibrio natural del sistema.

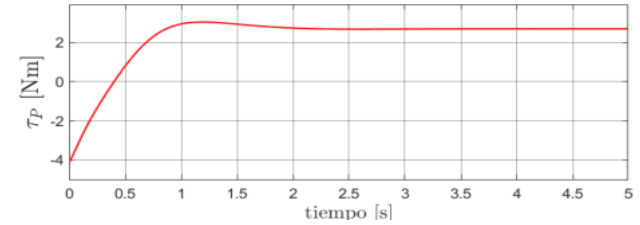


Fig. 9. Control  $\tau_P$ .

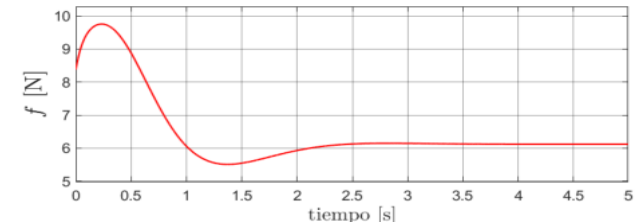


Fig. 10. Control  $f$ .

Para probar el seguimiento de trayectoria del centro de masa del manipulador R-R, se propone que el efector final del manipulador R-P siga una trayectoria circular con centro en  $(x = -0.2, z = 0.2)$  y de radio  $r = 0.05m$ . Como se puede apreciar en la Figura 12, el error de seguimiento de trayectoria converge a cero. En este caso, las entradas de control  $\tau$  se observan en la Figura 13.

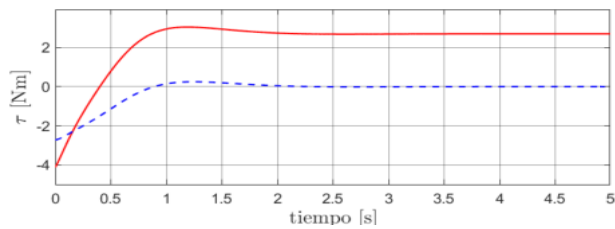


Fig. 11. Control  $\tau$ ,  $\tau_1$  línea continua y  $\tau_2$  línea discontinua.

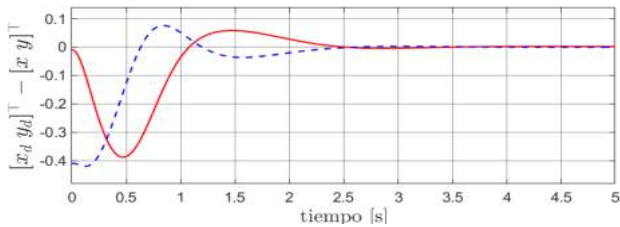


Fig. 12. Error de seguimiento de trayectoria.  $x - x_d$  línea continua y  $y - y_s$  línea discontinua.

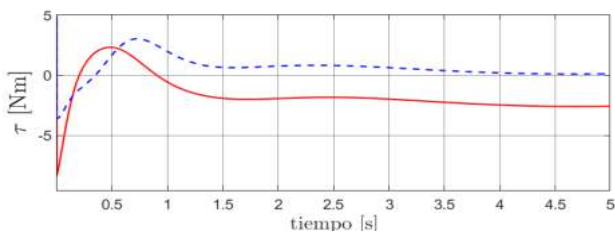


Fig. 13. Control  $\tau_1$  línea continua y  $\tau_2$  línea discontinua para control de seguimiento de trayectoria.

## 6. CONCLUSIONES.

Es posible controlar un Manipulador de dos grados de libertad con dos articulaciones de revoluta mediante el control de un manipulador equivalente de dos grados de libertad con una articulación de revoluta y una prismática. Como trabajo futuro, un análisis más general permitirá extrapolar la equivalencia entre un manipulador de n-gdl con un tipo R-P, lo que permitirá simplificar análisis de perturbaciones en bases voladoras o MANTs.

## BIBLIOGRAFÍA

- Acosta, J.A., de Cos, C.R., and Ollero, A. (2016). A robust decentralised strategy for multi-task control of unmanned aerial systems. application on underactuated aerial manipulator. In *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 1075–1084. doi:10.1109/ICUAS.2016.7502675.
- Antonello, A., Valverde, A., and Tsiotras, P. (2018). Dynamics and control of spacecraft manipulators with thrusters and momentum exchange devices. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 42(1), 15–29.
- Aranda-Bricaire, E. and Moog, C.H. (2003). Equivalence of discrete-time nonlinear systems to feedforward form.

- In *2003 European Control Conference (ECC)*, 1135–1140. IEEE.
- Aranda-Bricaire, E. and Moog, C.H. (2004). Invariant codistributions and the feedforward form for discrete-time nonlinear systems. *Systems & control letters*, 52(2), 113–122.
- Bricaire, E.A., Califano, C., and Moog, C.H. (2017). Immersion of nonlinear systems into higher order systems. In *20th IFAC World Congress*, to-appear.
- Castro-Díaz, J.D., Martínez-Fernández, E., and Arteaga-Pérez, M.A. (2019). Bilateral control for a non-similar teleoperation system. In *Memorias del Congreso de Control Automático*.
- Colgate, J.E. (1993). Robust impedance shaping telemanipulation. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 9(4), 374–384.
- Cortes, R. and Angeles, A.R. (2007). Development and control of a non-similar teleoperation master slave robot system. In *Memorias del Congreso de Control Automático*.
- Craig, J.J. (2009). *Introduction to robotics: mechanics and control*, 3/E. Pearson Education India.
- Lippiello, V. and Ruggiero, F. (2012). Cartesian impedance control of a uav with a robotic arm. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(22), 704–709.
- Respondek, W. and Tall, I.A. (2018). Feedback equivalence of nonlinear control systems: a survey on formal approach. In *Chaos in Automatic Control*, 137–262. CRC Press.
- Ruggiero, F., Lippiello, V., and Ollero, A. (2018). Aerial manipulation: A literature review. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3), 1957–1964.
- Spong, M.W. and Vidyasagar, M. (2008). *Robot dynamics and control*. John Wiley & Sons.
- Tlatempa-Osorio, Y.E., Rodríguez-Cortés, H., and Acosta, J. (2020). A decentralized approach for the aerial manipulator trajectory tracking. In *2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 504–511. IEEE.
- Tognon, M., Yüksel, B., Buondonno, G., and Franchi, A. (2017). Dynamic decentralized control for protocentric aerial manipulators. In *2017 IEEE ICRA*, 6375–6380. IEEE.