

Diseño de un controlador usando el análisis de Lyapunov para un convertidor de energía de las olas

Iván de Jesus Osio Chavez* Paul Rolando Maya Ortiz*

* Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México,
04310 Coyoacán, México (e-mail: ivandejesusosio@gmail.com,
paulm@dctrl.fi-b.unam.mx.)

Resumen: Investigadores de diversas disciplinas han abordado el problema del control de la energía de las olas desde la década de 1970. Sin embargo, queda mucho trabajo por desarrollar en el diseño de estrategias de control que funcionen bien en todo el espacio operativo del WEC, que sean insensibles a los errores de modelado y perturbaciones. En este artículo se presenta la aplicación de un controlador adaptable basado en Lyapunov con el propósito de resolver el problema de máxima extracción para un WEC del tipo absorbente visto como un proceso particular de un convertidor de energía de las olas en el que se desconoce la parte hidrodinámica del sistema. La evaluación del sistema de control se realiza mediante una simulación numérica considerando un modelo no lineal para el flotador con fuerza de difracción irregular.

Keywords: Control adaptable, máxima extracción, modelo no lineal, convertidor de energía de las olas.

1. INTRODUCCIÓN

Los principales aportes en la utilización de energías renovables consisten en atacar directamente el problema de la contaminación, Michael Hoel (1996) y la reducción del agotamiento inmediato de los combustibles fósiles, Mikael Hook (2013), Creina Day (2017), para esto, es necesario plantear nuevas tecnologías con el fin de mejorar el uso de las energías renovables. En el mundo existe un gran potencial energético basado en la extracción de energía de las olas y a su vez también un gran número de tecnologías marinas, en las que se plantean nuevas estrategias y retos de control Linguo Wang (2018), una alternativa viable, para sustituir el uso de combustibles fósiles y además amigable con el ambiente, bien podría ser el uso de la energía proveniente de las olas del mar.

A los dispositivos que permiten extraer la energía de las olas y convertirla en un tipo de energía útil se les conoce como, convertidores de energía de las olas (en sus siglas en inglés, Wave Energy Converters, WEC), Arthur Pecher (2017), Yonggang Lin (2015). El análisis de WECs origina algunos beneficios significativos para la sociedad, ya que la energía de las olas del mar es considerada como una fuente de energía sustentable e ilimitada, además contribuye de manera significativa al uso eficiente de los recursos en el planeta, reforzando a otras energías renovables que se encuentran en uso actualmente, Tiago Neves Sequeira (2018), el uso de estas tecnologías incrementa la cantidad de energías renovables disponibles lo cual ayuda a aumentar de igual forma la disponibilidad de los combustibles fósiles y reducir la necesidad de los mismos, además la electricidad producida por la energía de las olas puede hacer que algunas comunidades sean autosuficientes energéticamente, otra ventaja de la extracción de la energía de las olas es que estas tecnologías no Guanajuato, México, 13-15 de Octubre, 2021

requieren de una gran extensión en tierra y mar (es decir, los WEC son poco invasivos) y su impacto visual es poco significativo.

El estudio de las tecnologías que permiten la extracción de energía de las olas fue principalmente impulsado por un artículo publicado en la revista Nature, Salter (1974), en donde se muestra el potencial energético del recurso.

Con el objetivo de minimizar las pérdidas en el proceso de conversión de energía de las olas, el principal tema de estudio desde los setentas ha sido el problema referente a la máxima extracción de energía, Falnes J. (1978), Paula B. Garcia-Rosa (2017), ya que este, es prácticamente un problema genérico para cualquier dispositivo WEC. Aunque el problema de máxima extracción de energía resulta ser muy interesante, ciertos dispositivos WEC se pueden conformar por varias etapas de acondicionamiento, en donde se tienen otros problemas de control al aumentar el orden del sistema *suavizar*, porque este tipo de energía es de naturaleza intermitente. Este artículo se enfoca en el problema de máxima extracción, conocido como convertidor de energía de las olas del tipo punto absorbente, Paulo R. Costa (2010), M. Martinez (2012) en el cual se propone un modelo alternativo para identificar la hidrodinámica del flotador debida a las olas generadas por el movimiento oscilatorio del WEC.

Con el propósito de resolver el problema, se propone el uso de un controlador basado en Lyapunov adaptable, esto permite en el diseño de control, no tratar directamente con la integral de convolución (que representa los efectos hidrodinámicos), y además, lograr máxima extracción de energía cuando se tiene olas irregulares incidentes.

2. MODELO SIMPLIFICADO DE UN CONVERTIDOR DE ENERGÍA DE LAS OLAS

El modelo matemático en general que representa adecuadamente a un convertidor puntual de energía de las olas es representado mediante un sistema masa resorte amortiguador y un termino hidrodinámico modelado mediante una integral de convolución de acuerdo a Cummins (1962). En donde se considera un modelo matemático representativo de un convertidor de energía de las olas con las siguientes suposiciones:

- Fluido en estado líquido incompresible.
- Régimen laminar.
- Análisis Euleriano, es decir, haciendo uso del concepto de volumen de control.
- Flujo unidimensional.

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{v} = -\frac{b}{\mu}v - \frac{k}{\mu}x - \frac{1}{\mu} \int_0^\infty L(t-\tau)v(\tau)d\tau + \frac{f_e(t)}{\mu} + \frac{u}{\mu} \quad (1)$$

donde $b, \mu, k \in \mathbb{R}$, constantes conocidas, x es la posición del flotador, v su velocidad, $L(t)$ una función del tiempo desconocida que representa los efectos hidrodinámicos del sistema, $f_e(t)$ la fuerza de la ola incidente (en la mayoría de trabajos esta función es considerada como una función del tipo armónica por ejemplo en Falnes J. (1978)) y u la fuerza de control debida al dispositivo de toma de fuerza. Ya que se considera la función L desconocida, se propone un modelo representativo a los efectos hidrodinámicos representados mediante esta integral de convolución. Para este caso en particular se hace la suposición de que la hidrodinámica es una función de la posición y no del tiempo como se había explicado anteriormente, comúnmente en modelos WEC, el componente hidrodinámico se representa mediante una integral de convolución $f_h(t) = \int_0^t L(t-\tau)v(\tau)d\tau$ donde L es la respuesta al impulso del flotador, esta señal se considera dentro del diseño de control como una señal armónica modulada por la velocidad. En este escrito se usa un modelo alternativo en el que la fuerza dependerá de la posición, es decir, $f_h(x) := x_3 = A \cos(\omega x + \phi)$. Con lo que se propone el siguiente sistema aumentado, usando el cambio de variable $x_1 = x$, $x_2 = v$.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 - \frac{x_3}{m} + \frac{u}{m} + \frac{1}{m}f_e \\ \dot{x}_3 &= \omega^2 x_2 x_4 \\ \dot{x}_4 &= -x_2 x_3 \end{aligned} \quad (2)$$

donde $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ es el estado del sistema, $b, m, k, b_v \in \mathbb{R}$ constantes conocidas, u la entrada de control y $\omega \in \mathbb{R}$ una constante desconocida.

Un esquema del modelo a tratar se encuentra representado en la Figura 1, el cual se conforma por un flotador, que se asemeja a un sistema tipo masa-resorte-amortiguador, con la diferencia que el medio en donde se encuentra oscilando es agua, este efecto se encuentra representado por una la integral de convolución. El modelo propuesto se consigue suponiendo la entrada exógena $x_3 = A \cos(x_1\omega + \phi)$ como una fuerza armónica de amplitud A , frecuencia ω y fase ϕ desconocidas, para obtener la representación dinámica completa de la perturbación, se asigna una variable extra $x_4 = -\frac{A}{\omega} \sin(x_1\omega + \phi)$ con lo que se llega al modelo (2) al derivar con respecto al tiempo las

ecuaciones anteriores.

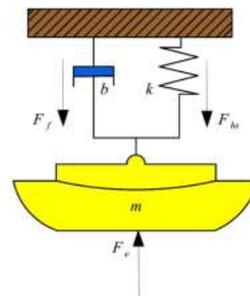


Figura 1. Flotador, analogía con un modelo masa-resorte-amortiguador

2.1 Propuesta de control

El problema de control de máxima extracción de energía se puede resolver mediante un problema alternativo de control de seguimiento, el cual se formula de la siguiente manera:

Sea el sistema WEC representado mediante el conjunto de ecuaciones diferenciales (2) Diseñar un esquema de control, que logre $\dot{x}_1 = \frac{f_e(t)}{2b}$, considerando.

1. No se mide $x_3(t)$ y $x_4(t)$.
2. Existe incertidumbre paramétrica en ω .

Proposición: El sistema (2) en lazo cerrado con el observador (3), la ley de adaptación (4) y la ley de control (5), resulta en un sistema estable.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - k_o(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -\frac{k}{m}\hat{x}_1 - \frac{b}{m}\hat{x}_2 + \frac{\hat{x}_3}{m} + \frac{u}{m} + f_e(t) - k_o(\hat{x}_2 - x_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 &= \hat{\theta}x_2\hat{x}_4 - k_1(\hat{x}_2 - x_2) - k_1(x_2^* - x_2) \\ \dot{\hat{x}}_4 &= -x_2\hat{x}_3 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 + \gamma c_3 b \hat{x}_4 x_2^2 + \gamma c_3 k x_2 \hat{x}_4 x_1 \\ &\quad - \gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 (u + f_e) + \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_3 x_2^3 \\ \hat{\theta} &= \Omega + \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_4 x_2^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$u = m\dot{x}_2^* + bx_2^* + kx_1 + \hat{x}_3 - f_e \quad (5)$$

Demostación: Reescribiendo el sistema (2) de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 - \frac{x_3}{m} + \frac{u}{m} + \frac{1}{m}f_e \\ \dot{x}_3 &= \theta x_2 x_4 \\ \dot{x}_4 &= -x_2 x_3 \end{aligned} \quad (6)$$

donde $\theta = \omega^2$. Permítasenos sugerir la ley de control

$$u = m\dot{x}_2^* + bx_2^* + kx_1 + \hat{x}_3 - f_e \quad (7)$$

Definimos los siguientes errores

$$\begin{aligned}
 e &= x_2^* - x_2 \\
 \tilde{x}_1 &= \hat{x}_1 - x_1 \\
 \tilde{x}_2 &= \hat{x}_2 - x_2 \\
 \tilde{x}_3 &= \hat{x}_3 - x_3 \\
 \tilde{x}_4 &= \hat{x}_4 - x_4 \\
 \tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta
 \end{aligned} \tag{8}$$

usando el observador (3), la ley de control (7) en la dinámica de (8), se llega al sistema en variables del error

$$\begin{aligned}
 \dot{e} &= -\frac{b}{m}e + \frac{1}{m}\tilde{x}_3 \\
 \dot{\tilde{x}}_1 &= \tilde{x}_2 - k_o\tilde{x}_1 \\
 \dot{\tilde{x}}_2 &= -\frac{k}{m}\tilde{x}_1 - \left(\frac{b}{m} + k_0\right)\tilde{x}_2 + \frac{1}{m}\tilde{x}_3 \\
 \dot{\tilde{x}}_3 &= \tilde{\theta}x_2\tilde{x}_4 + \theta x_2\tilde{x}_4 - k_1\tilde{x}_2 - k_1e \\
 \dot{\tilde{x}}_4 &= -x_2\tilde{x}_3
 \end{aligned} \tag{9}$$

se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(x) = \frac{1}{2}c_1\tilde{x}_1^2 + \frac{1}{2}c_2(\tilde{x}_2^2 + e^2) + \frac{1}{2}\tilde{x}_3^2 + \frac{1}{2}\theta\tilde{x}_4^2 + \frac{1}{2}\gamma^{-1}\tilde{\theta}^2 \tag{10}$$

tomando la derivada de la función sobre las trayectorias del sistema se obtiene

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(x) &= c_1\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - c_1k_o\tilde{x}_1^2 - c_2\left(\frac{b}{m} + k_0\right)\tilde{x}_2^2 \\
 &+ c_2\frac{1}{m}\tilde{x}_3\tilde{x}_2 - c_2\frac{k}{m}\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + c_2\frac{1}{m}e\tilde{x}_3 - c_2\frac{b}{m}e^2 \\
 &+ c_3(\tilde{\theta}x_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 + \theta x_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 - k_1\tilde{x}_3\tilde{x}_2 - k_1e\tilde{x}_3) \\
 &- c_4\theta x_2\tilde{x}_3\tilde{x}_4 + \gamma^{-1}\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}}
 \end{aligned}$$

y la ley de adaptación

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{\theta}} &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 \tilde{x}_3 \\
 &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 (\hat{x}_3 - m\dot{x}_2 - bx_2 - kx_1 + u + f_e) \\
 &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 + \gamma c_3 b \hat{x}_4 x_2^2 + \gamma c_3 k x_2 \hat{x}_4 x_1 \\
 &- \gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 (u + f_e) + \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_4 \frac{dx_2^2}{dt}
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\hat{\theta} - \frac{1}{2} \gamma m \hat{x}_4 x_2^2 \right) &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 + \gamma c_3 b \hat{x}_4 x_2^2 \\
 &+ \gamma c_3 k x_2 \hat{x}_4 x_1 - \gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 (u + f_e) \\
 &+ \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_3 x_2^3
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{\Omega} &= -\gamma c_3 x_2 \hat{x}_3 \hat{x}_4 + \gamma c_3 b \hat{x}_4 x_2^2 \\
 &+ \gamma c_3 k x_2 \hat{x}_4 x_1 - \gamma c_3 x_2 \hat{x}_4 (u + f_e) + \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_3 x_2^3
 \end{aligned} \tag{13}$$

donde

$$\begin{aligned}
 x_3 &= m\dot{x}_2 + bx_2 + kx_1 - u - f_e \\
 \Omega &= \hat{\theta} - \frac{1}{2} \gamma c_3 m \hat{x}_4 x_2^2
 \end{aligned} \tag{14}$$

Así

$$\dot{V}(x) \leq -k_o\tilde{x}_1^2 - mk_1 \left(\frac{b}{m} + k_0 \right) \tilde{x}_2^2 - k_1 e^2$$

resulta negativa definida.

Las (15) se pueden usar como trayectorias óptimas en términos de variables y parámetros conocidos, para asegurar máxima extracción de energía según Paula B. Garcia-Rosa (2017)

Guanajuato, México, 13-15 de Octubre, 2021

$$\dot{x}_1^* = \frac{\dot{f}_e(t)}{2b} \quad x_1^* = \frac{f_e(t)}{2b}. \tag{15}$$

3. RESULTADOS

Con el fin de evaluar el desempeño del controlador en la planta representada por el modelo propuesto, se usa los siguientes valores para resolver la simulación.

- La señal de referencia f_e , se toma como una señal armónica con frecuencia $2\pi/5[Hz]$.
- Se parte la simulación con un desplazamiento de la aguja de $0[m]$ del flotador.
- La simulación inicia en la condición inicial, $x = 0$.
- Para el flotador se usan los siguientes parámetros de simulación $m = 20000 [kg]$, $b = 20000 [kg/s]$, $k = 30819.02 [kg/s^2]$, es decir, se considera un flotador circular de dos metros de diámetro.

3.1 Comentarios

El sistema inicia en la condición inicial dada $x = 0$, en el mismo instante el sistema es afectado por una variación en la señal de entrada f_e . La Figura 2, muestra la gráfica de la fuerza proporcionada por la onda incidente en comparación con la velocidad del flotador cuando la ola incidente es del tipo armónica. La Figura 3 muestra la fuerza proporcionada por la onda incidente en comparación con la velocidad del flotador cuando la ola incidente es caracterizada mediante un conjunto de armónicos de Fourier, es decir, simulando la entrada al sistema mediante una ola irregular, cabe señalar que el comportamiento de la velocidad del flotador es muy preciso en cuanto a fase, es decir aunque es difícil determinar la frecuencia natural del sistema, el control es capaz de maximizar la extracción de energía.

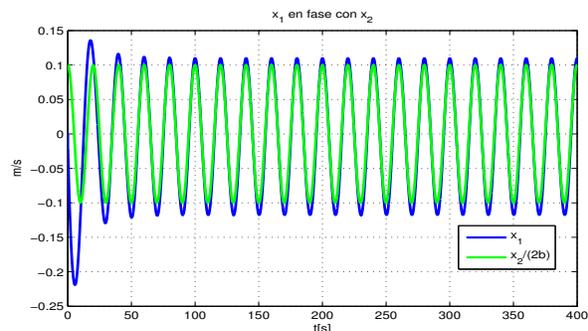


Figura 2. Ola incidente (armónica) en comparación con la velocidad del flotador.

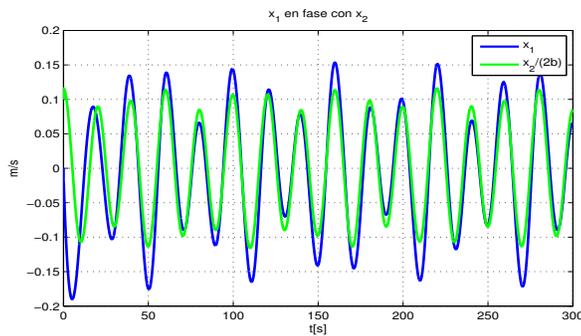


Figura 3. Ola incidente (irregular) en comparación con la velocidad del flotador.

4. CONCLUSIONES

El controlador basado en Lyapunov cumplió con el objetivo de control al poner en fase la velocidad de la ola con la fuerza incidente de la ola del mar, sin embargo, cuando se utiliza diferentes armónicos para la ola de entrada el control mantiene un error al no poder igualar la altura de la velocidad usando el coeficiente de proporcionalidad, en este caso esto se debe a la aproximación del modelado ya que no se estima de manera correcta la dinámica del sistema, que esto a su vez se debe a la simplificación del observador, al seleccionar esta dinámica como una constante. En general el controlador cumple el objetivo cuando se considera una ola con un solo armónico.

REFERENCIAS

- Arthur Pecher, J.P.K. (2017). *Handbook of Ocean Engineering and Oceanography*, volume 7. Springer Open.
- Creina Day, G.D. (2017). Climate change, fossil fuel prices and depletion: The rationale for a falling export tax. *Economic Modelling*, 63, 153–160.
- Cummins, W. (1962). the impulse response function and ship motions. *Department of the navy David Taylor model basin*.
- D. W. Clarke, C. Mohtadi, P.S.T. (1987). Generalized predictive control-part I. the basic algorithm. *Automatica*, 23(2), 137–148.
- Ding Bao-Cang, Li Shao-Yuan, X.Y.G. (2003). Stability analysis of generalized predictive control with input nonlinearity based-on popov's theorem. *Acta Automatica SINICA*, 29(4).
- Falnes, J. (2010). *Ocean Waves and Oscillating Systems, Linear interactions including wave energy extraction*. Cambridge University Press.
- Falnes J., B.K. (1978). Wave power conversion by point absorbers. *Norwegian Maritime Research*, 6(4), 2–11.
- K. P. Fruzzetfi, A. Palazoglu, K.A.M. (1997). Nonlinear model predictive control using hammerstein models. *Journal of Process Control*, 7, 31–41.
- Linguo Wang, Jan Isberg, E.T. (2018). Review of control strategies for wave energy conversion systems and their validation: the wave-to-wire approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 81(1), 366–379.
- M. Martinez, M.G. Molina, I.M.P.M.E.W. (2012). Modelling and simulation of wave energy hyperbaric converter (wehc) for applications in distributed generation. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(19), 14945–14950.

- Michael Hoel, S.K. (1996). Depletion of fossil fuels and impacts of global warming. *Resource and Energy Economics*, 18, 115–136.
- Mikael Hook, X.T. (2013). Depletion of fossil fuels and anthropogenic climate change: A review. *Energy Policy*, 52, 797–809.
- Paula B. Garcia-Rosa, Geir Kulia, J.V.R.M.M. (2017). Real-time passive control of wave energy converters using the hilbert-huang transform. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 14705–14710.
- Paulo R. Costa, Paula B. Garcia-Rosa, S.F.e. (2010). Phase control strategy for a wave energy hyperbaric converter. *Ocean Engineering*, 37(17), 1483–1490.
- Salter, S.H. (1974). Wave power. *Nature*, 249, 720–724.
- Tiago Neves Sequeira, M.S.S. (2018). Renewable energy and politics: A systematic review and new evidence. *Journal of Cleaner Production*, 192, 553–568.
- Yonggang Lin, Jingwei Bao, H.L.W.L.L.T.D.Z. (2015). Review of hydraulic transmission technologies for wave power generation. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 50, 194–203.
- Zhang, Z. (2016). *Pelton Turbines*. Springer.