Memorias del Congreso Nacional de Control Automático
ISSN: 2594-2492

Control based on a hybrid predictor for unstable delayed systems

A.D.R. Mendoza-Berber * **R.J. Vazquez-Guerra** **
B. del Muro Cuéllar * **J.F. Marquez-Rubio** *

* *Instituto Politécnico Nacional, SEPI-ESIME Culhuacán, Av. Santa Ana No. 1000, Coyoacán, C.P.04440, México (e-mail: lunastar87027711@gmail.com, bdemulro@yahoo.com, jfcomr23@yahoo.com.mx).*
** *Instituto Politécnico Nacional, CECyT 7, Cuauhtémoc, Ermita Iztapalapa 3241, Iztapalpa C.P. 09570, México (e-mail: rjjvg@yahoo.com.mx)*

Abstract:
This work considers stabilization and control problems of linear systems with time delay in the direct loop. It is well known that time-delays complicate the stability analysis and controller design. In this work a methodology to design a continuous predictor for delayed systems is proposed. The key point in the proposal is to guarantee the existence of the predictor, regardless of issues such as the order system, its instability or the delay size. The main contribution of this work is based on a hybrid predictor that consider the case when the size delays in the plant is not conveniently divisible by an integer. The behavior of the control strategy is illustrated through numerical simulations.

Keywords: Time delay, unstable system, hybrid predictor, observer.

1. INTRODUCCIÓN

Los retardos son muy comunes en los sistemas dinámicos. Tradicionalmente, a este fenómeno se le denomina retardo de transporte, dado que en la industria de procesos químicos está vinculado al transporte de material (Liu et al., 2005; Niculescu, 2001). Pero realmente los retardos están presentes en cualquier sistema dinámico donde se transporte material o información, como por ejemplo al hacer control remoto en un robót móvil (Ailon and Gil, 2000). Cuando el retardo es lo suficientemente pequeño al compararse con la constante de tiempo dominante del sistema, este puede despreciarse. Cuando no es este el caso, el modelado del retardo en el dominio de Laplace da lugar a un número infinito de polos cuando se cierra el lazo de control, lo que dificulta el diseño de controladores aún en el caso de sistemas simples de orden reducido. Quizás la primera estrategia de control eficiente y basada en un esquema predictor–observador es el conocido como Predictor de Smith (Smith, 1957). El esquema propone una manera de predecir la señal de salida antes de que esta sea retardada para así usarla en la ley de control como si no existiera el retardo. Dado que la clave del esquema de predicción reside en una cancelación interna de términos del sistema, desafortunadamente esta estrategia está restringida para el caso de sistemas estables. Posteriormente, se han desarrollado muchas estrategias para tratar sistemas inestables retardados (Seshagiri and Chidambaram, 2005; Márquez-Rubio et al., 2012, 2015). Aunque se han planteado enfoques para tratar sistemas con retardos en la trayectoria directa, es importante resaltar que las estrategias proporcionadas están enfocadas a casos particulares, por ejemplo, sistemas estables/inestables, sistemas con polos reales y/o complejos, sistemas de primer, segundo orden o de alto orden; por lo tanto, el problema de estabilización y control de sistemas con retardo no está completamente resuelto, siendo éste un tema abierto de investigación en dirección de encontrar una solución a casos más generales.

Por otro lado, una manera tradicional de abordar el control de sistemas con retardo es desde un enfoque discreto, i.e., considerando un modelo discreto para realizar control por computadora. Al seleccionar el periodo de muestreo T tal que $T = \tau/n$, donde τ es tamaño del retardo y n es un número entero cualquiera, se obtiene un modelo discreto de orden $n+m$, siendo m el orden de la planta sin retardo (Del-Muro-Cuéllar et al., 2020; García and Albertos, 2013). En estas condiciones es relativamente sencillo hacer un análisis de estabilidad en el dominio discreto y diseñar un controlador digital. Sin embargo, la restricción $T = \tau/n$ puede ser un obstáculo al momento de realizar la implementación del controlador. En este trabajo se aborda el caso de sistemas con retardo en la trayectoria directa, ya sea en la entrada o en la salida. La metodología implementada en este trabajo para garantizar la estabilidad del sistema, consiste en diseñar un control basado en un predictor híbrido. Esta metodología permite usar el modelo discreto para el diseño de un esquema de control evitando la restricción antes mencionada. La propuesta hace uso de un resultado previamente publicado bajo el nombre de predictor híbrido (Buenfil-Hernández and Del-Muro-Cuéllar, 2013), término que hace referencia al hecho de que el predictor se diseña a partir del modelo discreto y se usa la inyección de señales discretas para estabilizar el predictor, pero el dispositivo predictor es continuo y las señales estimadas por éste también lo son. El dispositivo también requiere de la restricción $T = \tau/n$. La propuesta del presente trabajo es introducir una estrategia adicional que permite estabilizar prácticamente sistemas lineales con retardo de cualquier magnitud sin imponer la restricción $T = \tau/n$.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera, en la Sección 2 se presenta el planteamiento del problema y los resultados preliminares, que describen la esencia del predictór híbrido propuesto en este trabajo, a partir de un ejemplo ilustrativo. Posteriormente en la Sección 3 se exponen los resultados principales y se muestra la aportación principal de este trabajo, es decir, la propuesta de un esquema de control con base en el esquema de predicción hibrida, la cual no requiere de la restricción $T = \tau/n$. En la Sección 4 se muestra un ejemplo numérico para ilustrar la efectividad de la estrategia propuesta. Finalmente se presentan algunas conclusiones en la Sección 5.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RESULTADOS PRELIMINARES

En esta sección se presenta una metodología de control digital que servirá para introducir los conceptos de la estrategia propuesta en este trabajo. Considere un sistema lineal en tiempo continuo dado por la función de transferencia $G(s)$, por ejemplo,

$$G(s) = \frac{1}{(s+a_1)(s+a_2)}, \tag{1}$$

donde sin pérdida de generalidad $a_1, a_2 > 0$. De esta manera podemos observar que el sistema dado por (1) es un sistema estable de segundo orden. Una representación en espacio de estado para el sistema (1) puede escribirse como,

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t), \tag{2}$$

$$y(t) = C_c x(t), \tag{3}$$

con $A_c = \begin{bmatrix} a_2 & 1 \\ 0 & a_1 \end{bmatrix}$, $B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $C_c = [1 \ 0]$.

Por otro lado, considere la representación discreta de la función de transferencia (1) usando un retenedor de orden cero y un periodo de muestreo T, el cual está dado por,

$$G(z) = \frac{b_1 z + b_2}{(z - e^{-a_1 T})(z - e^{-a_2 T})}, \tag{4}$$

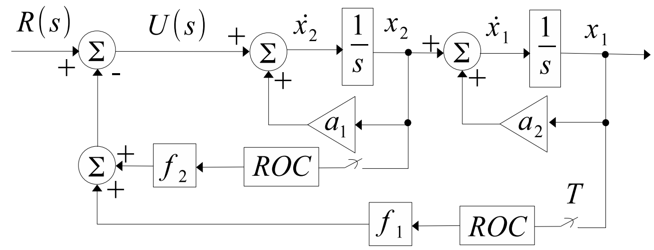

Fig. 1. Retroalimentación estática de estados.

donde $b_1 = A + Be^{-a_1 T} + Ce^{-a_2 T}$, $b_2 = Ae^{-a_1 T}e^{-a_2 T} + Be^{-a_2 T} + Ce^{-a_1 T}$, $A = \frac{1}{a_1 a_2}$, $B = \frac{1}{a_1(a_1 - a_2)}$ y $C = \frac{1}{a_2(a_2 - a_1)}$. Una representación en espacio de estado para el sistema discreto (4) puede escribirse como,

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k), \tag{5}$$

$$y(k) = C_d x(k), \tag{6}$$

donde $A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -e^{-a_1 T}e^{-a_2 T} & e^{-a_1 T} + e^{-a_2 T} \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ y $C_d = [b_2 \ b_1]$.

2.1 Retroalimentación discreta de estados.

Observe que si se desea realizar un control digital por retroalimentación de los estados del sistema (1) como se muestra en la Fig. 1, la representación en espacio de estados (5)-(6) no sería útil para el cálculo de las ganancias correspondientes a dicha retroalimentación de estados. Esto se debe a que la representación en espacio de estados discreta (5)-(6) provoca que se pierda la relación que tiene la entrada ($u(t)$) y el estado ($x_2(t)$) en el sistema continuo. Es decir, la información que se obtiene en el estado $x_2(t)$ del sistema continuo no coincide con la información en los instantes de muestreo del estado $x_2(k)$ en la representación discreta (5)-(6). Este efecto ocurre a pesar de que la representación en espacio de estados discreta (5)-(6) representa a la función de transferencia discreta (4). De hecho, para este caso en particular, la relación entre la entrada ($u(t)$) y el estado ($x_1(t)$) no se pierde con la representación discreta (5)-(6), especialmente porque $x_1(t)$ es la salida del sistema, y la relación entrada-salida siempre se mantiene independientemente de la representación en variables de estado discreta utilizada. Para calcular una representación de estados discreta que evite perder la relación entrada-estado, se requiere usar las fórmulas,

$$A_d = \mathcal{L}^{-1}(sI - A_c)^{-1}|_{t=T}, \tag{7}$$

$$B_d = \left(\int_0^T e^{A_c \lambda} d\lambda \right) B_c, \tag{8}$$

$$C_d = C_c, \tag{9}$$

$$D_d = D_c, \tag{10}$$

finalmente para encontrar los valores de las ganancias f_1 y f_2 se iguala la ecuación característica de lazo cerrado, $det(zI - A_d + B_d F) = 0$, (donde $F = [f_1 \ f_2]$ e I es una matriz identidad de tamaño $2x2$) con una ecuación característica de lazo cerrado deseada, $(z - \rho_1)(z - \rho_2) = 0$, donde ρ_1 y ρ_2 son las ubicaciones deseadas (dentro del círculo unitario) de los polos en lazo cerrado del sistema mostrado en la Fig. 1.

Este procedimiento también se puede llevar a cabo usando directamente los comandos de matlab; primero se declara el sistema en variables de estado en tiempo continuo dado por (2)-(3) con $sistema = ss(A_c, B_c, C_c, D_c)$ y obteniedo la versión discreta con el comando $sistema - discreto = c2d(sistema, T)$, donde T es el periodo de muestreo. Finalmente para encontrar los valores de las ganancias, se puede utilizar el comando $F = place(A_d, B_d, [\rho_1, \rho_2])$, donde A_d y B_d están contenidas en $sistema - discreto$.

2.2 Inyección discreta de la salida.

Considere ahora el sistema (1) y la inyección de la salida discreta mostrada en la Fig. 2. Note que como para el caso del control por retroalimentación de estados discreta, existe la posibilidad de elegir una representación discreta para (1), de tal manera que en el esquema de inyección se pierda la relación estado-salida. Por lo tanto, se requiere una realización en espacio de estado que respete el mapeo de las variables de estado hacia la salida. Esto se puede obtener dualizando las expresiones (7)-(10), como se propone en (Buenfil-Hernández and Del-Muro-Cuéllar, 2013), dando como resultado

$$\bar{A}_d = \mathcal{L}^{-1}(sI - A_c')^{-1}|_{t=T}, \tag{11}$$

$$\bar{C}_d = \left(\int_0^T e^{A_c'\lambda} d\lambda\right) C_c' = (A_d - I)A_c'^{-1}C_c', \tag{12}$$

$$\bar{B}_d = B_c, \tag{13}$$

$$\bar{D}_d = D_c, \tag{14}$$

donde $*'$ denota la transpuesta de $*$. Finalmente, éstas matrices son utilizadas para el cálculo de las ganancias del vector $G = [g_1 \ g_2]'$ asociadas a la inyección discreta, esto se puede hacer igualando la ecuación característica de lazo cerrado, $det(zI - A_d + GC_d) = 0$, con la ecuación característica de lazo cerrado deseada, $(z-\beta_1)(z-\beta_2) = 0$, donde β_1 y β_2 son las ubicaciones deseadas (dentro del círculo unitario) de los polos en lazo cerrado del esquema de inyección mostrado en la Fig. 2.

Este procedimiento también, se pueden calcular, usando los comandos de Matlab; se declara el sistema continuo con el comando $sistema - continuo = ss(A_c', C_c', B_c', D_c)$ y se obtiene la versión discreta con el comando $sistema - discreto = c2d(sistema - continuo, T)$. Así, $sistema - discreto$ contiene las matrices $\bar{A}_d, \bar{B}_d, \bar{C}_d, \bar{D}_d$ requeridas para realizar la inyección discreta. Finalmente, éstas matrices son utilizadas para el cálculo de las ganancia del vector G asociadas a la inyección discreta, esto se puede hacer usando el comando $G = place(\bar{A}_d', \bar{C}_d', [\beta_1, \beta_2])$.

3. RESULTADOS PRINCIPALES

Sea el sistema de orden $m + 1$ con retardo,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s-a} G_{stab}(s) e^{-\tau s}, \tag{15}$$

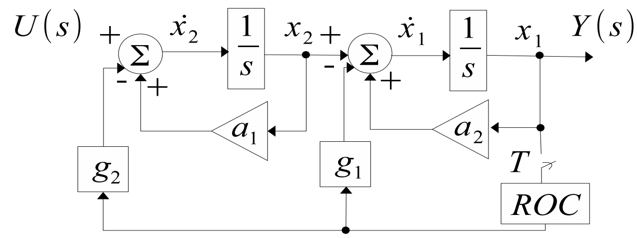

Fig. 2. Inyección de la salida.

donde $G_{stab}(s) = \frac{1}{(s+b_1)(s+b_2)\ldots(s+b_m)}$, $a, b_i > 0$ para $i = 1, 2, \ldots m$. Únicamente con fines del diseño considere una división del retardo en la función de transferencia (15), definido por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-\Delta s} \frac{1}{s-a} G_{stab}(s) e^{-\bar{\tau}s}, \tag{16}$$

donde $\tau = \Delta + \bar{\tau}$. Considere una realización en espacio de estados para (16) libre del retardo Δ, es decir considerando $\Delta = 0$ dada por,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{17}$$

$$y(t) = Cx(t - \bar{\tau}), \tag{18}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} -b_m & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & -b_2 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -b_1 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a \end{bmatrix},$$

$$B = [\,0 \ \cdots \ 0 \ 0 \ 1\,]', C = [\,1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0\,].$$

Considerando un periodo de muestreo $T = \bar{\tau}/n$ (con $n \in \mathbb{N}$) y usando las ecuaciones (11)-(14) se obtiene una descretización del sistema (17)-(18) con $\bar{\tau} = 0$, obteniendo las matrices $\bar{A}_d$, $\bar{B}_d$, $\bar{C}_d$. Por otro lado, observe que la dicretización del retardo $\bar{\tau}$ con el periodo de muestreo $T = \bar{\tau}/n$, da como resultado $\mathcal{Z}(e^{\bar{\tau}s/n}) = z^{-n}$. De esta manera, las matrices asociadas a una representación en variables de estado discreta del sistema dado por (17)-(18) pueden escribirse cómo,

$$\bar{A}_{dc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \bar{C}_d \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \bar{A}_d \end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$\bar{B}_{dc} = [\,0 \ \cdots \ 0 \ 0 \ 1\,]', \tag{20}$$

$$\bar{C}_{dc} = [\,1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0\,]. \tag{21}$$

donde $\bar{A}_{dc} \in \mathbb{R}^{(m+n+1)\times(m+n+1)}$, $\bar{B}_{dc} \in \mathbb{R}^{(m+n+1)\times 1}$ y $\bar{C}_{dc} \in \mathbb{R}^{1\times(m+n+1)}$. Observe que el tamaño de las matrices obtenidas $\bar{A}_d$, $\bar{B}_d$ y $\bar{C}_d$ aumenta en proporción al número de particiones del retardo n que se decida utilizar.

A continuación se presenta un resultado relacionado con una inyección de salida para el sistema (16).

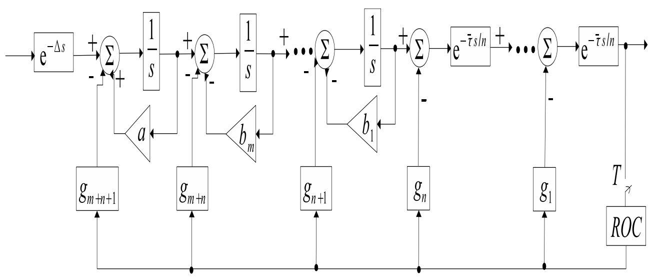

Fig. 3. Inyección de la salida propuesto.

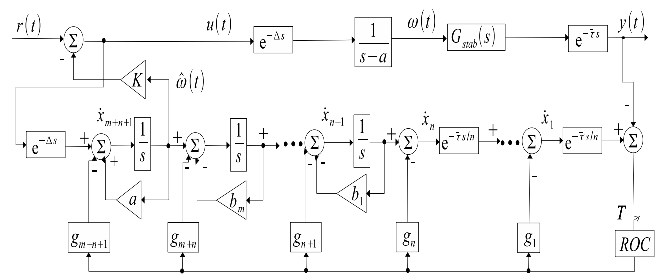

Fig. 4. Estrategia de control propuesta basada en un predictor híbrido.

Lema 1. Considere el diagrama de inyección de salida mostrado en la Fig. 3. Entonces, existe un vector de ganancias $G = [g_1 \; g_2 \; ... \; g_{m+n+1}]'$ tal que el esquema de inyección mostrado en la Fig. 3 es estable.

Demostración. Una representación en variables de estado del esquema de inyección de salida mostrado en la Fig. 3 está dado por (17)-(18); las matrices correspondientes a su representación en variables de estado discreta con un periodo de muestreo $T = \bar{\tau}/n$ están dadas por (19)-(21). De esta manera, considerando que la representación en espacio de estados discreta ($\bar{A}_{dc}$, $\bar{B}_{dc}$,$\bar{C}_{dc}$) es una realización mínima debido a que surge de una función de transferencia, se puede concluir que el sistema es observable y por lo tanto existe un vector $G = [g_1 \; g_2 \; ... \; g_{m+n+1}]'$ tal que $det(zI - A_d + GC_d) = 0$ tiene sus raíces dentro del círculo unitario.

A partir del resultado anterior, es posible diseñar una estrategia de estimación (predictor híbrido) para el sistema dado por (16).

Lema 2. Considere el sistema (16), su correspondiente representación en espacio de estados dada por (17)-(18) y el predictor híbrido mostrado en la Fig. 4. Entonces, existe un vector de ganancias $G = [g_1 \; g_2 \; ... \; g_{m+n+1}]'$ tal que el esquema predictor híbrido proporciona una señal de estimación adecuada $\hat{\omega}(t)$ para la señal $\omega(t)$, i.e., $\lim_{t\to\infty}(\omega(t) - \hat{\omega}(t)) = 0$ en el esquema de la Fig. 4.

Demostración. La prueba de este resultado se basa en definir los errores de estimación como $e_\omega(t) = \omega(t) - \hat{\omega}(t)$ y $e_{x_i}(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t)$. Es posible verificar que los errores dinámicos $\dot{e}_\omega(t)$ y $\dot{e}_{x_i}(t)$ tienen la misma forma que la dinámica del esquema de inyección de salida presentada en el Lema 1 lo cual permite concluir que $\lim_{t\to\infty}(\omega(t) - \hat{\omega}(t)) = 0$ en el esquema de la Fig. 4.

Una vez asegurada la estimación adecuada de las variables, se procede al diseño de la etapa de control. A continuación se presenta el resultado formal.

Teorema 1. Considere el sistema (16), su correspondiente representación en espacio de estados dada por (17)-(18) y la estrategia de control Proporcional basada en el predictor híbrido mostrado en la Fig. 4. Entonces, existe ganancias $G = [g_1 \; g_2 \; ... \; g_{m+n+1}]'$ y k tales que el sistema en lazo cerrado de la Fig. 4 es estable si y solo si $\Delta < \frac{1}{a}$.

Demostración. Usando el Lema 2 se obtiene un vector de ganancias G tal que se logre una estimación adecuada $\hat{\omega}(t)$ para $\omega(t)$. Entonces, considerando que el principio de separación es una propiedad de los sistemas lineales, es posible diseñar la etapa de control usando las señales estimadas, en este caso se requiere una retroalimentación estática de salida (control proporcional) para estabilizar el sistema $G_u = \frac{1}{s-a}e^{-\Delta s}$. Usando algunos resultados en literatura (Del-Muro-Cuéllar et al., 2012) se sabe que existe una ganancia estabilizante k (control proporcional), tal que el sistema en lazo cerrado asociado es estable si y solo si $\Delta < \frac{1}{a}$.

Con respecto al resultado presentado en el Teorema 1 es posible notar que la condición de estabilidad para aplicar la estrategia de control propuesta se deriva del control proporcional aplicado a la parte inestable del sistema $G_u(s) = \frac{1}{s-a}e^{-\Delta s}$. La propuesta de aplicación del esquema presentado radica en la necesidad de eliminar la restricción $T = \tau/n$ cuando se realiza el diseño del predictor, ya que en ocasiones el periodo de muestreo T derivado de dicha condición podría no ser manejable para el diseño e implementación. Dado que el periodo de muestreo podría resultar ser un número racional periodico puro o mixto, no es fácil establecer un criterio de truncamiento para determinar el periodo que se usará en la implementación física. Para subsanar este problema, en este trabajo se propone dividir el retardo (en el diseño de la estrategia) de tal manera que en el retardo Δ contenga una parte del retardo original (τ), en particular, un número racional periodico puro o mixto. Se propone que el retardo Δ sea muy pequeño en comparación con la otra partición del retardo $\bar{\tau}$, ya que, mientras más pequeño sea el retardo Δ (como se sugiere en este trabajo) más posibilidades hay de lograr un mejor desempeño de salida del sistema controlado. Esto se debe al hecho de que mientras más grande es retardo en el sistema de primer orden lineal inestable con retardo, el intervalo de ganancias estabilizantes del control proporcional es más pequeño.

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Ejemplo 1. Considere el sistema con retardo dado por,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(s-1)(s+2)}\mathrm{e}^{-1.73s}. \tag{22}$$

Considere la partición del retardo τ propuesta en (16) con $\Delta = 0.23$ y $\bar{\tau} = 1.5$ para el sistema (22). De esta manera, la representación en espacio de estados del sistema (22) libre del retardo Δ, es decir con $\Delta = 0$, se obtine usando (17)-(18) dando como resultado,

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t). \tag{23}$$

$$y(t) = [1 \ 0]\, x(t - \bar{\tau}) \tag{24}$$

Para obtener el periodo de muestreo para el diseño del predictor en este ejemplo se propone $n = 5$, de tal forma que el periodo de muestreo estará dado por,

$$T = \frac{\bar{\tau}}{n} = \frac{1.5}{5} = 0.3, \tag{25}$$

Observe que el periodo de muestreo obtenido en (25) es un periodo de muestreo conveniente para el diseño del predictor, note que si se hubiera considerado la partición $\Delta = 0$, $\bar{\tau} = 1.73$ y $n = 5$ el periodo de muestreo sería de $T = 0.346$, el cual sería difícil de implementar de manera física en el diagrama de control propuesto en la Fig. 4.

Para el diseño del predictor se considera el cálculo de una representación en espacio de estados discreta de la representación en variables de estado (23)-(24) con el periodo de muestreo (25) lo cual implica una partición del retardo $\bar{\tau}$, para esto se usan las fórmulas dadas por (19)-(21), obteniendo,

$$\bar{A}_{dc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2256 & 0.0414 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5488 & 0.2670 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.35 \end{bmatrix}, \tag{26}$$

$$\bar{B}_{dc} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]', \tag{27}$$

$$\bar{C}_{dc} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \tag{28}$$

Una vez obtenidas estás matrices, procedemos a calcular los valores de G de tal manera que $det(zI - \bar{A}_d + G\bar{C}_d)$ sea estable, para esto se propone que los polos de dicha ecuación característica se ubiquen en $\{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6\}$, el valor del vector G que cumple con las características antes mencionadas esta dado por:

$$G = [-0.201 \ 0.627 \ 0.604 \ 0.846 \ 1.141 \ 4.402 \ 13.211]'. \tag{29}$$

Note que el vector G obtenido en (29) permite asegurar la convergencia entre la señal estimada $\hat{\omega}(t)$ y la señal original $\omega(t)$ en el esquema de la Fig. 4 (Lema 2).

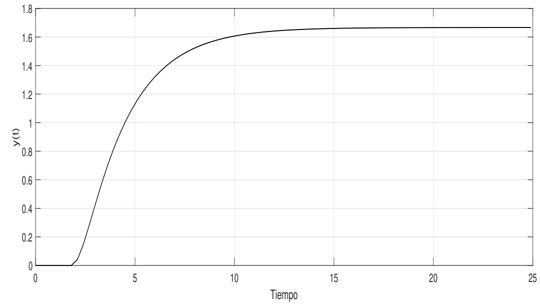

Fig. 5. Respuesta de salida del sistema en lazo cerrado con el predictor híbrido.

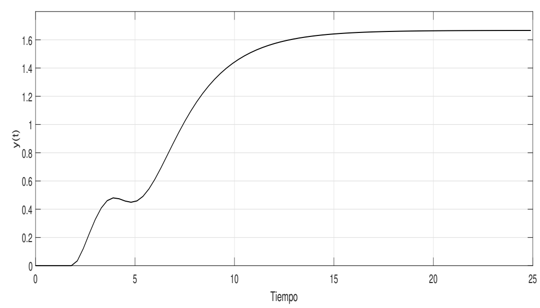

Fig. 6. Respuesta de salida del sistema en lazo cerrado con el predictor híbrido considerando condiciones iniciales.

Ahora procedemos a obtener el valor de la ganancia K que estabiliza a la planta, en este caso para la simulación se usa $K = 1.3$, este valor se obtiene con la ayuda del diagrama de Nyquist para el sistema $G_u = \frac{1}{s-1}e^{-0.23s}$ y usando el criterio de estabilidad de Nyquist para el sistema en lazo cerrado asociado. Para este caso en particular, el criterio de estabilidad establece que para que el sistema en lazo cerrado asociado sea estable se requiere que la gráfica de Nyquist de $G_u(s)$ tenga un rodeo antihorario al punto -1.

La Fig. 5 ilustra que la respuesta de salida $y(t)$ en lazo cerrado con el predictor híbrido es estable. Ahora en la Fig. 6 se muestra el desempeño de la respuesta de salida del sistema $y(t)$ en lazo cerrado con el predictor híbrido considerando condiciones iniciales de magnitud 0.1 en el último estado del predictor híbrido, la cual, también es estable. En la Fig. 7 se muestra la señal de error de estimación $e_\omega(t)$, se puede apreciar que la señal tiende a cero en estado estacionario, lo que permite concluir que la estrategia propuesta obtiene una estimación adecuada. La Fig. 8 presenta la señal de error de salida del sistema $e_y(t)$. Finalmente, la Fig. 9 muestra la señal de error discreta $e_y(k)$, observe que esta señal es la única señal discreta en todo el esquema de control propuesto.

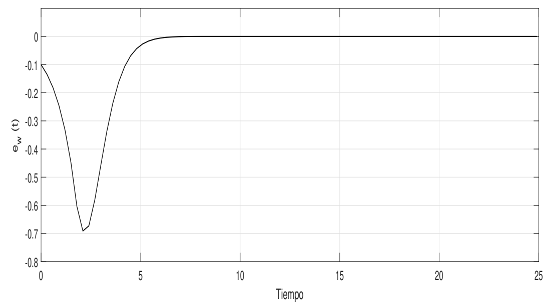

Fig. 7. Señal del error de estimación.

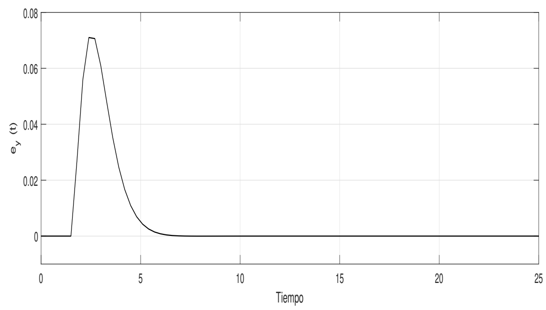

Fig. 8. Señal de error de la salida del sistema.

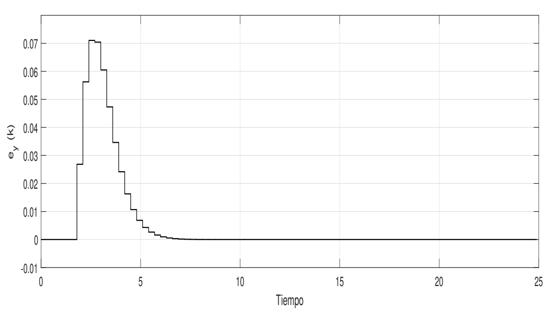

Fig. 9. Señal de error discreta.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se abordó el problema de la estabilización y control de sistemas inestables de alto orden y con retardo en el lazo directo. Para solucionar este problema se propone una metodología para el diseño de predictores híbridos, con la finalidad de estimar la variable de estado antes del retardo. Dicha estrategia está basada en el uso de un predictor analógico que se obtiene de la inyección de la señal de error en forma discreta. De esta forma se obtiene una predicción analógica de las señales internas de la planta. En este trabajo para la etapa de control se utiliza un control proporcional, pero puede usarse otro tipo de estrategia, como por ejemplo alguna estrategia que contenga una parte tipo integral. En un trabajo futuro se pretende analizar cómo usar la información intermedia proporcionada por el predictor diseñado en este trabajo. Se comprueba la eficacia del método propuesto mediante simulaciones numéricas.

REFERENCES

Ailon, T. and Gil, M. (2000). Stability analisis of a rigid robot robot with output-based controller and time-delay. *Systems and Control Letters*, 40(1), 31–31.

Buenfil-Hernández, R. and Del-Muro-Cuéllar, B. (2013). Predictor híbrido para sistemas lineales con retardo de tiempo. *AMCA*, 111–116.

Del-Muro-Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J., Velasco-Villa, M., and J.Álvarez-Ramírez (2012). On the control of unstable first order linear systems with large time lag: Observer based approach. *Euopean Journal of Control*, 18(5), 439–451.

Del-Muro-Cuéllar, B., Vazquez-Guerra, R., and Márquez-Rubio, J. (2020). Digital two degree of freedom controller for processes with large time-delay. *Studies in Informatics and Control*, 29(1), 17–24.

García, P. and Albertos, P. (2013). Robust tuning of a generalized predictor-based controller for integrating and unstable systems with long timedelay. *Journal of Process Control*, 23, 1205–1216.

Liu, T., Zhang, W., and Gu, D. (2005). Analytical design of two-degree of freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay. *J. Process Control*, 15, 559–572.

Márquez-Rubio, J., Del-Muro-Cuéllar, B., , Velasco-Villa, M., and Rodríguez, D.N. (2012). Observer pid stabilization strategy for unstable first-order linear systems with large time delay. *Industrial and Engineerig Chemistry Research*, 51(25), 8477–8487.

Márquez-Rubio, J., Del-Muro-Cuéllar, B., Velasco-Villa, M., and Álvarez-Ramírez, J. (2015). An improved sufficient condition for stabilisation of unstable first-order processes by observer-state feedback. *International Journal of Control*, 88(2), 403–412.

Niculescu, S. (2001). *Delay effects on stability: a robust control approach.* Springer, Berlin.

Seshagiri, R. and Chidambaram, M. (2005). Enhanced smith predictor for unstable processes with time delay. *Industrial and Engineerig Chemistry Research*, 44, 8291–8299.

Smith, O.J.M. (1957). Close control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, 53(5), 217–219.

