

Observer design for a class of nonlinear Hamiltonian systems

Christian Granados-Salazar* Michael Rojas*
Gerardo Espinosa-Pérez*

* Facultad de Ingeniería UNAM (e-mail: christianf_gs@outlook.com;
michael.rojas@ingenieria.unam.mx; gerardoe@unam.mx).

Abstract:

In this paper the observer design problem for a class of nonlinear port-Hamiltonian system is addressed. The nonlinearities of the port-Hamiltonian system which are regarded correspond to the product among the state vector components. This nonlinear behavior is associated to a special class of internal interconnection of the port-Hamiltonian system states. This special interconnection takes advantage of the skew-symmetric matrix properties in order to characterize the error dynamics and its stability properties. Stability properties of the error dynamics are established by the observer gains which are designed via perturbed system theory, and they achieve an asymptotic convergence of the observation scheme. For the class of the port-Hamiltonian systems a full-order observer design is put forward what is an observer Luenberger-like. Finally is set out a solution of the speed estimation problem for the Permanent Magnet Synchronous Motor as an application of our observer design.

Keywords: Port-Controlled Hamiltonian systems, Nonlinear Observers, Permanent-Magnet Synchronous Motor.

1. INTRODUCCIÓN

El diseño de observadores para sistemas no lineales es un tema de investigación que ha sido de interés en el estudio de la teoría de control por décadas. Esto se debe a que el diseño de observadores para sistemas no lineales es un tema de investigación abierto dentro del desarrollo de la teoría de control.

El enfoque habitual para abordar el diseño de observadores para sistemas no lineales consiste en identificar clases particulares de sistemas para los cuales es adecuado realizar el diseño del observador. Existen investigaciones en donde se emplea el cambio de coordenadas para obtener estructuras lineales y con estas estructuras diseñar observadores Besançon and Tsiclea (2018). En algunos casos se plantea la suposición de que las no linealidades son globalmente Lipschitz como se muestra en Rajamani (1998) o el uso de conceptos de Inmersión e Invariancia Astolfi et al. (2007) permiten obtener alternativas para encontrar una estructura lineal de los sistemas y así facilitar el diseño de observadores. Otro enfoque se centra en propiedades dinámicas más específicas como los resultados presentados en Arcak and Kokotović (2001) y Osorio and Moreno (2006) que desarrollan esquemas de observación basados en los conceptos de pasividad y disipatividad. Un caso especial que ha demostrado ser importante es cuando se consideran modelos no lineales con una estructura física

específica con el objetivo de diseñar observadores que preserven dichas propiedades, a estos observadores se les conoce como observadores con preservación de estructura (SP, por sus siglas en inglés). Bajo este concepto el propósito es proponer estructuras de observador que utilicen las propiedades naturales del sistema dinámico en estudio recuperando, en cierta medida, el diseño de Luenberger propuesto para sistemas lineales.

Desde la perspectiva SP, un tipo particular de sistemas para los cuales es interesante preservar su estructura son los sistemas de Hamiltonianos controlados por puerto (PCH). Bajo este enfoque, en Venkatraman and van der Schaft (2010) se propone un procedimiento constructivo para el diseño del observador mediante la pasivización de un sistema aumentado que consiste en la planta y la dinámica del observador mientras que en Lohmiller and Slotine (1997) y Yaghmaei and Yazdanpanah (2019) se establecen las propiedades de convergencia de un observador dinámico introduciendo el concepto de contracción aplicado a sistemas PCH (Hamiltonianos controlados por puerto, por sus siglas en inglés).

El propósito de este artículo es presentar un esquema de observación para una clase de sistemas PCH no lineales. Este aporte pertenece a la categoría SP ya que el observador propuesto es una copia del sistema original, obteniendo una estructura tipo Luenberger. Esta característica es importante desde el punto de vista de

la implementación porque facilita el ajuste y genera una clara interpretación física de los estados observados.

En cuanto a la clase de sistemas considerados por esta contribución, su estructura no lineal proviene del producto entre la matriz de interconexión, que se supone dependiente del vector de estado, y el gradiente del Hamiltoniano. De hecho, se considera que la matriz de interconexión se puede descomponer como la suma de matrices antisimétricas constantes cada una multiplicada por un estado mientras que el Hamiltoniano es una función escalar de variable vectorial cuadrática. La importancia de esta clase de sistemas, desde una perspectiva práctica, se ilustra al resolver el problema de observación de velocidad para un motor síncrono de imán permanente (PMSM, por sus siglas en inglés).

El resto del artículo se encuentra organizado de la siguiente manera: En la Sección 2 se presenta la clase considerada de sistemas PCH. El observador propuesto se muestra en la Sección 3 así como su análisis de convergencia. La Sección 4 está dedicada al caso de estudio que ilustra la utilidad de la contribución para finalmente formular algunas observaciones finales en la Sección 5.

2. CLASE DE SISTEMAS HAMILTONIANOS NO LINEALES.

La clase de sistemas Hamiltonianos que se estudiarán en este trabajo se encuentran caracterizados bajo las siguientes suposiciones

Suposición 1. En los sistemas representado por (4) se considera que poseen no linealidades con la siguiente estructura $x_i x_j$ donde $i \in \{1, \dots, n\}$ y $j \in \{1, \dots, n\}$. Este tipo de no linealidades expresan la ponderación que tienen algunos estados sobre el intercambio de energía en el sistema. Este tipo de no linealidades se encuentran representadas a través del término $J(x)Qx$.

Suposición 2. Gracias a la estructura de las no linealidades definidas en la Suposición 1 es posible representar a la matriz de interconexión $J(x)$ de la siguiente forma

$$J(x) = J_0 + \sum_{i=1}^n J_i x_i \quad (1)$$

en donde $J_0 = -J_0^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $J_i = -J_i^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Suposición 3. El Hamiltoniano para esta clase de sistemas tiene la siguiente estructura

$$H = \frac{1}{2} x^\top Q x \quad (2)$$

en donde el gradiente para esta clase de sistemas se encuentra caracterizado de la siguiente forma

$$\frac{\partial H}{\partial x} = Qx. \quad (3)$$

Por lo tanto la clase de sistemas Hamiltonianos queda expresada de la siguiente forma

$$\dot{x} = [J(x) - R]Qx + gu \quad (4)$$

en donde $x \in \mathbb{R}^n$, $J(x) = -J^\top(x) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $R = R^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Q = Q^\top \geq 0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $g \in \mathbb{R}^{n \times m}$; mientras que se considera que la salida del sistema es $y = Cx$ con $y \in \mathbb{R}^p$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, que representa una combinación lineal de los estados del sistema Hamiltoniano.

El sistema mostrado en (4) es una forma general de caracterizar a esta clase de sistemas Hamiltonianos, con el objetivo de mostrar de manera ordenada los resultados obtenidos para esta clase de sistemas se plantean las siguientes suposiciones

3. DISEÑO DEL OBSERVADOR

El observador diseñado para los sistemas representados por (4), bajo las condiciones presentadas en la Sección 2, tiene la siguiente estructura

$$\dot{\hat{x}} = [J(\hat{x}) - R]Q\hat{x} + gu + L(y - \hat{y}) \quad (5)$$

donde $\hat{y} = C\hat{x}$ mientras que $J(\hat{x}) = -J^\top(\hat{x})$, $R = R^\top \geq 0$, con las mismas dimensiones que en el sistema representado por (4), y $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ es el vector de ganancias del observador.

Proposición 1. Considere el sistema dado por (4) y el observador de estados definido por (5), defina el error de observación como $\tilde{x} = x - \hat{x}$. Bajo estas condiciones la dinámica del error de observación está dada por

$$\dot{\tilde{x}} = [J(x) - (R + LCQ^{-1})]Q\tilde{x} + B(\hat{x})\tilde{x} \quad (6)$$

con $B(\hat{x}) = [J_1 Q \hat{x} \quad J_2 Q \hat{x} \quad \dots \quad J_n Q \hat{x}]$

Prueba 1. Para obtener la dinámica del error, se define a la variable de error como $\tilde{x} = x - \hat{x}$ y se obtiene su derivada con respecto al tiempo de \tilde{x} .

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (7)$$

Sustituyendo (4) y (5), en la dinámica del error se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{\tilde{x}} = -(R + LCQ^{-1} - J(x))Q\tilde{x} + (J(x) - J(\hat{x}))Q\hat{x} \quad (8)$$

De acuerdo a la propiedad dada por (1), descrita en la Sección 2, las matrices $J(x) - J(\hat{x})$ se pueden expresar de la siguiente forma

$$J(x) - J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^n J_i(x_i - \hat{x}_i) = \sum_{i=1}^n J_i(\tilde{x}_i) \quad (9)$$

$$J(\tilde{x}) = \sum_{i=1}^n J_i(\tilde{x}_i) \quad (10)$$

por lo tanto la dinámica del error se puede representar como

$$\dot{\tilde{x}} = -(R + LCQ^{-1} - J(x))Q\tilde{x} + J(\tilde{x})Q\hat{x} \quad (11)$$

En esta expresión $J(\tilde{x})Q\hat{x}$ se puede expresar como

$$J(\tilde{x})Q\hat{x} = \left(\sum_{i=1}^n J_i \tilde{x}_i \right) Q\hat{x} \quad (12)$$

$$= (J_1 \tilde{x}_1 + J_2 \tilde{x}_2 + \dots + J_n \tilde{x}_n) Q\hat{x} \quad (13)$$

$$= [J_1 Q\hat{x} \quad J_2 Q\hat{x} \quad \dots \quad J_n Q\hat{x}] \tilde{x} \quad (14)$$

Finalmente, sustituyendo (14) en (11) se obtiene

$$\dot{\tilde{x}} = -(R + LCQ^{-1} - J(x))Q\tilde{x} + B(\hat{x})\tilde{x} \quad (15)$$

con

$$B(\hat{x}) = [J_1 Q\hat{x} \quad J_2 Q\hat{x} \quad \dots \quad J_n Q\hat{x}] \quad (16)$$

equilibrio del sistema nominal, $\tilde{x} = 0$, se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \tilde{x}^\top Q \tilde{x} \quad (18)$$

cuya derivada a lo largo de la trayectorias del sistema es

$$\dot{V}(\tilde{x}) = -\tilde{x}^\top Q(\text{sym}\{R + LCQ^{-1}\})Q\tilde{x} \quad (19)$$

en donde sym representa la parte simétrica de una matriz. Si la matriz $\text{sym}\{R + LCQ^{-1}\}$ es positiva definida entonces $\tilde{x} = 0$, que es el punto de equilibrio de la dinámica del error nominal, es exponencialmente estable.

La segunda parte de la prueba se refiere a que una vez caracterizadas las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio del sistema nominal, para demostrar que el término $B(\hat{x})\tilde{x}$ es una perturbación desvaneciente en el origen es necesario demostrar que es posible encontrar un acotamiento de esa perturbación. Para ello, considere que

$$\|B(\hat{x})\tilde{x}\| \leq \|B(\hat{x})\| \cdot \|\tilde{x}\| \quad (20)$$

en donde, por ejemplo

$$\|B(\hat{x})\|_1 \leq \left\{ \max_{i=0}^m \sum_{i=0}^m |J_i Q\hat{x}| \right\} \quad (21)$$

Por lo tanto, es posible establecer el siguiente acotamiento

$$\|B(\hat{x})\tilde{x}\| \leq \left\{ \max_{i=0}^m \sum_{i=0}^m |J_i Q\hat{x}| \right\} \cdot \|\tilde{x}\| \quad (22)$$

con

$$\gamma = \left\{ \max_{i=0}^m \sum_{i=0}^m |J_i Q\hat{x}| \right\} \quad (23)$$

De esta forma, la perturbación queda acotada dado que

$$\|B(\hat{x})\tilde{x}\|_1 \leq \gamma \cdot \|\tilde{x}\| \quad (24)$$

Dado que el tamaño de la perturbación depende del valor \hat{x} , es necesario demostrar que el estado observado \hat{x} es acotado, lo que establece la tercera parte de la prueba. Para esto, considere el siguiente sistema extendido

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (J(x) - R) & 0_p \\ LCQ^{-1} & (J(\hat{x}) - R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Qx \\ Q\hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G \end{bmatrix} u \quad (25)$$

el cual se puede reescribir de la siguiente forma

$$\dot{z} = A(z)\bar{Q}z + \bar{G}u \quad (26)$$

3.1 Análisis de convergencia del observador.

Para analizar la convergencia del observador dado por (5), es necesario analizar las propiedades de estabilidad del punto de equilibrio de la dinámica del error dada por (15). Para realizar este análisis, el término $B(\hat{x})$ se encuentra definido por (16) y es posible considerarlo como una perturbación dependiente del estado.

La caracterización de las propiedades de convergencia está contenida en la siguiente proposición.

Proposición 2. Considere que la dinámica del error representada por (15), además considere las siguientes suposiciones

Suposición 4. El punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ es exponencialmente estable cuando $B(\hat{x})\tilde{x}$, que es la perturbación de la dinámica del error, es igual a cero; para esto la matriz $R + LCQ^{-1}$ es negativa definida generalizada.

Suposición 5. El término $B(\hat{x})\tilde{x}$ es desvaneciente en el origen por lo tanto se cumple el siguiente acotamiento $\|B(\hat{x})\tilde{x}\| \leq \gamma\tilde{x}$.

Suposición 6. El acotamiento de la matriz $B(\hat{x})$ planteado en el la suposición anterior implica que \hat{x} debe ser acotado.

Bajo estas suposiciones es posible garantizar que se cumple el siguiente objetivo de observación

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x - \hat{x}) = 0 \quad (17)$$

es decir, el punto de equilibrio de la dinámica del error $\tilde{x} = 0$ es asintóticamente estable.

Prueba 2. La prueba se divide en tres partes. Para analizar la primera parte se considera que la perturbación $B(\hat{x})\tilde{x}$ es igual a cero. Bajo esta condición y para establecer las propiedades de estabilidad del punto de

con $\bar{Q} = \bar{Q}^\top > 0$, $z \in \mathbb{R}^{2n}$. Se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(z) = \frac{1}{2} z^\top \bar{Q} z \quad (27)$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sistema es

$$\begin{aligned} \dot{V}(z) = z^\top \bar{Q} \left(\frac{1}{2} A(z) + \frac{1}{2} A^\top(z) \right) \bar{Q} z + \frac{1}{2} z^\top \bar{Q} \bar{G} u \\ + \frac{1}{2} u^\top \bar{G}^\top \bar{Q} z \end{aligned} \quad (28)$$

donde $\frac{1}{2} A(z) + \frac{1}{2} A^\top(z)$ es la parte simétrica de la matriz $A(z)$ que se encuentra definida de la siguiente forma

$$\text{sym}\{A(z)\} = \begin{bmatrix} -R & \frac{1}{2}(LCQ^{-1})^\top \\ \frac{1}{2}(LCQ^{-1}) & -R \end{bmatrix} \quad (29)$$

por lo que

$$\dot{V}(z) = z^\top \bar{Q} (\text{sym}\{A(z)\}) \bar{Q} z + \frac{1}{2} z^\top \bar{Q} \bar{G} u + \frac{1}{2} u^\top \bar{G}^\top \bar{Q} z \quad (30)$$

Si se considera que el sistema extendido tiene la siguiente salida

$$y_p = G^\top \bar{Q} z \quad (31)$$

entonces la derivada de la función candidata de Lyapunov se puede expresar de la siguiente forma

$$\dot{V}(z) = z^\top \bar{Q} (\text{sym}\{A(z)\}) \bar{Q} z + \frac{1}{2} y_p^\top u + \frac{1}{2} u^\top y_p \quad (32)$$

lo que implica que se tiene un mapeo pasivo desde u hasta y_p por lo tanto $z \in \mathcal{L}_2$, esto significa que tanto los estados del sistema representado por (4) y los estados observados representados por (5) también son acotados entonces \hat{x} se encuentra acotado. Por lo tanto el punto de equilibrio de la dinámica del error representada por (15) es asintóticamente estable.

□

4. CASO DE ESTUDIO: MOTOR SÍNCRONO DE IMANES PERMANENTES

En esta sección se muestra la aplicación del observador diseñado en este trabajo para resolver el problema de estimación de velocidad del PMSM. Para poder resolver este problema se considera el modelo matemático equivalente de dos fases de un motor de tres fases expresados en las coordenadas $dq0$ (Shah et al. (2014)). Para establecer el problema de observación se considera

que las corrientes y los voltajes de estátor son medidos además que el par de carga es conocido. Adicionalmente los efectos disipativos se encuentran presentes tanto en los subsistemas mecánico y eléctrico y se supone que los parámetros son conocidos.

El modelo matemático del PMSM representado en las coordenadas $dq0$ se puede expresar mediante el siguiente modelo Hamiltoniano

$$\dot{x} = [J(x) - R]Px + Gu + \varepsilon \quad (33)$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; J(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p x_2 \\ 0 & 0 & -n_p(x_1 + \phi) \\ -n_p x_2 & n_p(x_1 + \phi) & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_m \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tau_L \end{bmatrix}$$

mientras que la matriz de salidas toma la siguiente forma

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \end{bmatrix}$$

con $x_1 = L_1 i_d$, $x_2 = L_2 i_q$ los flujos electro-magnéticos que corresponden al eje d y q , respectivamente y x_3 la velocidad del rotor. Los parámetros L_1 , L_2 y R_1 , R_2 son las resistencias y las inductancias asociadas al estátor, ϕ es el flujo magnético ocasionado por los imanes permanentes, n_p es el número de par de polos, J_m es la inercia del motor y r_m es la resistencia equivalente del motor. Las señales externas de control son los voltajes de estátor u_d , u_q y τ_L es el par de carga.

Observación 1. El hecho de emplear los flujos electro-magnéticos en vez de las corrientes eléctricas es conveniente para mantener la notación del modelo matemático. Bajo la suposición de que los parámetros son conocidos, medir los estados x_1 , x_2 es equivalente a medir las corrientes eléctricas.

De la Suposición 2, la matriz de interconexión se expresa de acuerdo a la siguiente expresión

$$J(x) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_p \phi \\ 0 & n_p \phi & 0 \end{bmatrix}}_{J_0} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_p \\ 0 & n_p & 0 \end{bmatrix}}_{J_1} x_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & n_p \\ 0 & 0 & 0 \\ -n_p & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_2} x_2$$

Entonces, la estructura del observador propuesto en este caso se encuentra caracterizado por la siguiente ecuación

$$\dot{\hat{x}} = [J(\hat{x}) - R]P\hat{x} + Gu + \varepsilon + L(y - \hat{y}) \quad (34)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (35)$$

donde la matriz de las ganancias del observador es

$$L = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

con K_1 y K_2 las ganancias del observador.

Para obtener las ganancias del observador es necesario tomar en cuenta el análisis de convergencia realizado en la Sección 3. En este sentido, considere la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}\tilde{x}^\top P\tilde{x}$$

cuya derivada a lo largo de las trayectorias del sistema se encuentra dada por

$$\dot{V} = -\left(\frac{R_1}{L_1^2} + \frac{K_1}{L_1^2}\right)\tilde{x}_1^2 - \left(\frac{R_2}{L_2^2} + \frac{K_2}{L_2^2}\right)\tilde{x}_2^2 - \frac{r_m}{J_m^2}\tilde{x}_3^2$$

por lo que para garantizar que el punto de equilibrio $\tilde{x} = 0$ tiene propiedades de estabilidad exponencial las ganancias del observador deben de cumplir con $K_1 \geq 0$ y $K_2 \geq 0$.

Por otro lado, para garantizar el acotamiento de \hat{x} es necesario que la matriz (29) sea negativa definida generalizada. Para este sistema físico la matriz (29) se encuentra dada por

$$\text{sym}\{A(z)\} = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & \frac{1}{2}K_1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & 0 & \frac{1}{2}K_2 & 0 \\ 0 & 0 & -r_m & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}K_1 & 0 & 0 & -R_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}K_2 & 0 & 0 & -R_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -r_m \end{bmatrix} \quad (36)$$

Para demostrar que la matriz anterior es negativa definida generalizada se empleo el complemento de Schur de la matriz R en $\text{sym}\{A(z)\}$, para que la matriz tenga dichas propiedades de negatividad se deben de cumplir las siguientes condiciones sobre las ganancias del observador

$$K_1 < R_1; K_2 < R_2$$

Por lo tanto, para garantizar que el punto de equilibrio tenga propiedades de estabilidad exponencial y que los estados observados sean acotados las ganancias del observador deben cumplir con las siguientes desigualdades

$$0 < K_1 < R_1$$

$$0 < K_2 < R_2.$$

Para evaluar numéricamente el diseño del observador para el PMSM se implementó en un entorno MATLAB-SIMULINK^R. Los parámetros empleados para cumplir este objetivo se encuentran reportados en Shah et al. (2014) y se muestran en la Tabla 1.

Parameters	Value
R_1	0.225[Ω]
R_2	0.225[Ω]
r_m	0.00003[$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$]
n_p	3
L_1	3.8[mH]
L_2	3.8[mH]
J_m	0.012[$\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$]
ϕ	0.17[Wb]
τ_L	0
K_1	0.1
K_5	0.2

Cuadro 1. Parámetros del PMSM

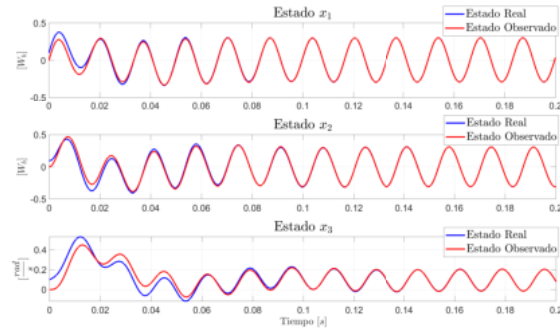


Fig. 1. Estados observados y reales.

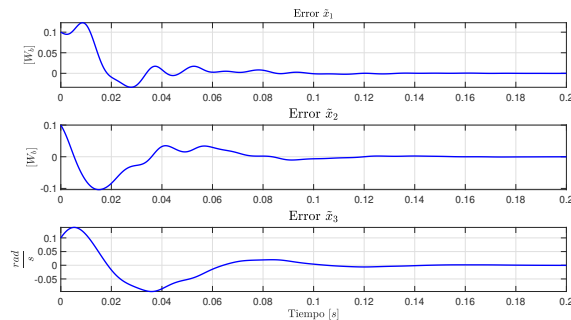


Fig. 2. Comportamiento del error de estimación.

En la Figura 1 se muestra el comportamiento de los estados observados y los estados reales. En esta figura se puede observar como los estados estimados tienden a los estados reales en alrededor 0.1[s]. Este tiempo de convergencia se puede observar de manera más clara en la dinámica del error, mostrada en la Figura 2, ya que esta tiende a cero en alrededor 0.12[s].

5. CONCLUSIONES.

En este trabajo se muestra el diseño de un observador con propiedades de convergencia asintótica para una clase de sistemas Hamiltonianos controlados por puerto. Estos sistemas Hamiltonianos se caracterizan por una clase de no linealidades representadas por el producto entre los elementos del vector de estados. Estas no linealidades caracterizan la interconexión del sistema por lo tanto la matriz de interconexión se puede dividir en la suma de matrices antisimétricas constantes en donde cada matriz se encuentra multiplicada por cada uno de los elementos del vector de estados. Esta propiedad provoca que la dinámica del error tenga una estructura lineal si se considera el observador como una copia del sistema original. Además, dicha dinámica exhibe una perturbación acoplada desvaneciente en el origen, por lo tanto para caracterizar las propiedades de convergencia del observador al emplear teoría de sistemas perturbados se puede facilitar el diseño de las ganancias del observador. Gracias a la estructura de los sistemas Hamiltonianos considerados en este trabajo, el observador es atractivo desde el enfoque físico ya que es posible dar una interpretación de este tipo a los estados observados. Por último se muestra un esquema de observación para un motor síncrono de imanes permanentes con el objetivo de encontrar solución al problema de estimación de velocidad.

AGRADECIMIENTOS

El trabajo realizado por el primer y segundo autor ha sido apoyada por DGAPA-UNAM bajo el proyecto PAPIIT IN118019.

REFERENCIAS

- Arcak, M. and Kokotović, P. (2001). Nonlinear observers: a circle criterion design and robustness analysis. *Automatica*, 37(12), 1923–1930.
- Astolfi, A., Karagiannis, D., and Ortega, R. (2007). *Nonlinear and adaptive control with applications*. Springer Science & Business Media.
- Besaçon, G. and Ćsiclea, A. (2018). Regularization approach for an immersion-based observer design. In *2018 European Control Conference (ECC)*, 1951–1956. doi:10.23919/ECC.2018.8550112.
- Lohmiller, W. and Slotine, J..E. (1997). Simple observers for hamiltonian systems. In *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No.97CH36041)*, volume 5, 2748–2753 vol.5. doi: 10.1109/ACC.1997.611955.
- Osorio, M. and Moreno, J.A. (2006). Dissipative design of observers for multivalued nonlinear systems. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, 5400–5405. IEEE.
- Rajamani, R. (1998). Observers for lipschitz nonlinear systems. *IEEE transactions on Automatic Control*, 43(3), 397–401.
- Shah, D., Espinosa-Pérez, G., Ortega, R., and Hilaiet, M. (2014). An asymptotically stable sensorless speed controller for non-salient permanent magnet synchronous motors. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(4), 644–668.
- Venkatraman, A. and van der Schaft, A. (2010). Full-order observer design for a class of port-hamiltonian systems. *Automatica*, 46(3), 555 – 561. doi: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.01.019>.
- Yaghmaei, A. and Yazdanpanah, M.J. (2019). Structure preserving observer design for port-hamiltonian systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 64(3), 1214–1220. doi:10.1109/TAC.2018.2847904.