

Hybrid model of the cardiovascular system: Switched q-LPV system

Cecilia-G. Díaz-Valerio* Carlos-M. Astorga-Zaragoza*
Juan Reyes-Reyes* Gloria-L. Osorio-Gordillo*
Omar Hernández-González**
Enrique Quintero-Mármol-Márquez*

* *Tecnológico Nacional de México/ CENIDET, Interior Internado
Palmira s/n, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Morelos, México.*

** *Tecnológico Nacional de México/ Instituto Tecnológico de
Hermosillo, Av. Tecnológico 115, Col. Sahuaro, C.P. 83170,
Hermosillo Sonora, México.*

Abstract: This article presents a hybrid representation of the cardiovascular system in conjunction with a ventricular assist device (VAD). The representation is a set of switched q-LPV systems which aims to know the general behavior of the cardiovascular system. This is achieved by considering a switched sequence of the phases of the cardiac cycle. It is worth mentioning that each of these phases has a specific time of participation during the entire cardiac cycle. This model describes a part of the dynamic behavior of the left side of the heart interacting with a VAD which can be used for the design of several control algorithms. The evaluation of the model is carried out using MATLAB, through numerical simulations.

Keywords: Cardiovascular system, switched system, q-LPV system, modeling.

1. INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la Secretaría de Salud, las enfermedades cardiovasculares son una de las causas más frecuentes de mortandad no solo en México, sino en el mundo. En 2021 se registraron 17.7 millones de muertes por esta causa según la Organización Mundial de Salud [OMS (2022)], cifra que representa el 31 % de todas las muertes registradas en el mundo.

Mediante la posibilidad de mejorar la vida humana, surge la necesidad de un reemplazo del órgano enfermo por uno sano de otro individuo. Derivado de la pandemia por COVID-19 las donaciones y trasplantes de órganos se complican dentro del sector salud [Méndez-Martínez (2021)]. Uno de los órganos que presenta una menor cantidad de donaciones es el corazón. Es por ello que, surgen los dispositivos de asistencia ventricular (VAD) los cuales se han diseñado para el tratamiento de diversas situaciones que comprometen la vida del paciente siempre en el contexto de una disfunción ventricular grave [Siewnicka and Janiszowski (2018)]. Este tipo de dispositivos se han desarrollado con el objetivo de tratar o rehabilitar a pacientes con compromiso circulatorio agudo, severo o insuficiencia crónica terminal.

De acuerdo a lo anterior, resulta de particular interés el estudio del comportamiento del sistema cardiovascular en conjunto con un dispositivo de asistencia ventricular,

por lo cual han sido propuestos modelos matemáticos basados en analogías que representan el funcionamiento del mismo.

Por otro lado, la representación de sistemas utilizando el enfoque cuasi - Lineal de Parámetros Variables (q-LPV), ha presentado gran utilidad en los últimos años debido a que una de sus principales propiedades es el poder expresar la dinámica de cada una de las no linealidades que presente el sistema mediante una interpolación de modelos lineales [Briat (2014)].

Como principal contribución, en este trabajo de investigación se presenta una alternativa de representación del sistema cardiovascular como modelo q-LPV conmutado. El modelo matemático toma en cuenta cada una de las fases de ciclo cardíaco.

2. MODELO MATEMÁTICO

2.1 Sistema Cardiovascular interactuando con un VAD - izquierdo (LVAD)

El ciclo cardíaco se puede analizar centrándose únicamente en el lado izquierdo del corazón [Boron and Boulaep (2017)]. Este ciclo se divide en cuatro fases, según el estado de las válvulas mitral y aórtica.

En [Wu et al. (2005)] se muestra una representación eléctrica del sistema cardiovascular. El modelo se divide en cinco partes principales (ver Fig. 1):

- La circulación sistémica es representada como un modelo de windkessel modificado de cuatro elementos (R_C, L_C, R_S, C_S).
- El ventrículo izquierdo se presenta como una capacitancia variable en el tiempo $C(t)$.
- La circulación pulmonar y la aurícula izquierda del corazón se representan como una sola capacitancia C_R .
- Las válvulas mitral y aórtica se representan como diodos ideales con su correspondiente resistencia en serie (D_M, R_M, D_A, R_A).
- Para este tipo de modelo se introduce un cuarto capacitor que representa la distensibilidad de la aorta grande C_A .

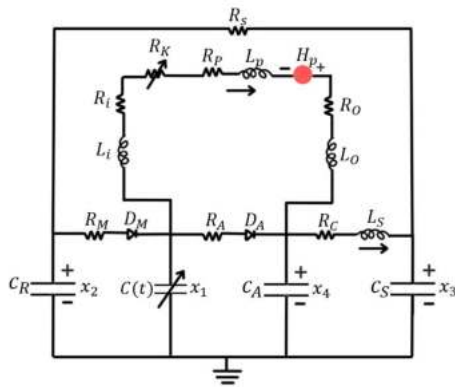


Fig. 1. Modelo combinado del SCV con el LVAD

En este modelo los voltajes son análogos a la presión y las corrientes al flujo sanguíneo. Por ejemplo, la presión del ventrículo izquierdo (LVP) está representada por el voltaje en el capacitor variable en el tiempo $C(t)$.

Las ecuaciones de estado del sistema se obtienen analizando el circuito RLC usando las leyes de Kirchhoff y considerando las combinaciones de los estados de las válvulas mitral y aórtica. La Tabla 1 resume los modos de operación del sistema los cuales están basados en los estados de operación de las válvulas. Un 0 representa una válvula cerrada (diodo no conductor) y un 1 representa una válvula abierta (diodo conductor).

Tabla 1. Apertura y cierre de los diodos

| D_m | D_a | Fases |
|-------|-------|---|
| 1 | 0 | Llenado del ventrículo izquierdo |
| 0 | 0 | Contracción isovolumétrica |
| 0 | 1 | Eyección y/o Vaciado del ventrículo izquierdo |
| 0 | 0 | Relajación isovolumétrica |

La condición cuando ambas válvulas están abiertas no existe (modo no factible) ya que eso significa un funcionamiento fatal que no puede ocurrir en el funcionamiento real del corazón [Cruz and Calderón (2016)].

El tiempo de intervención de cada una de las fases del ciclo cardíaco se divide en 2 etapas: (1) la **diástole** que ocurre en dos fases *a) llenado del ventrículo izquierdo y b) contracción isovolumétrica*; (2) la **sístole** que ocurre en dos fases *c) eyección y d) relajación isovolumétrica* [Mohrman et al. (2007)]. El tiempo de participación de cada una de ellas se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Tiempos de intervención de cada una de las fases del ciclo cardíaco

| Fases | Tiempo de intervención (s) |
|---|----------------------------|
| $M_1 =$ Llenado del ventrículo izquierdo | 0.4 |
| $M_2 =$ Contracción isovolumétrica | 0.05 |
| $M_3 =$ Eyección o Vaciado del ventrículo izquierdo | 0.2 |
| $M_4 =$ Relajación isovolumétrica | 0.08 |

Analizado el circuito RLC (Fig. 1) y tomando en cuenta las fases del ciclo cardíaco (Tabla 1), se obtiene la representación matemática dada en la Ec. (1). Los estados del sistema se describen en la Tabla 3.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C(t)} \\ 0 & -\frac{1}{R_S C r} & \frac{1}{R_S C r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_S C s} & -\frac{1}{R_S C s} & 0 & \frac{1}{C_S} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_S} & \frac{1}{L_S} & -\frac{R_C}{L_S} & 0 \\ \frac{1}{L'} & 0 & 0 & -\frac{1}{L'} & 0 & -\frac{R'}{L'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \dots \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C(t)} \cdot \frac{1}{R_M} (x_2 - x_1) - \frac{1}{C(t)} \cdot \frac{1}{R_A} (x_1 - x_4) \\ -\frac{1}{C_R} \cdot \frac{1}{R_M} (x_2 - x_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_m \\ D_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \\ L' x_6 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$$

Tabla 3. Estados del sistema

| Variables | Acotamiento | Significado |
|-----------|-------------|----------------------------------|
| x_1 | LVP | Presión ventricular |
| x_2 | LAP | Presión de la aurícula izquierda |
| x_3 | AP | Presión arterial |
| x_4 | AoP | Presión aórtica |
| x_5 | Q_T | Flujo total del SCV |
| x_6 | Q_P | Flujo total de la bomba del LVAD |

El ciclo cardíaco del corazón está compuesto por 4 fases (Tabla 1) que dependen de los estados de los diodos. Se realiza el análisis de cada una de estas fases para obtener el modelo matemático a partir de la Ec. (1).

2.2 Fases del ciclo cardíaco

Modelo de la Fase de Llenado del Ventrículo Izquierdo

Durante la fase de llenado, la válvula aórtica está cerrada y la válvula mitral está abierta (Tabla 1). Es decir, en esta fase el diodo D_A no conduce mientras que el diodo D_M permite el flujo de corriente. El circuito eléctrico de la Fig. 1 cambia al de la Fig. 2.

Para esta fase se tiene que, mientras el ventrículo izquierdo se va llenando de sangre, la circulación sistémica se lleva a cabo por las propiedades elásticas del sistema arterial.

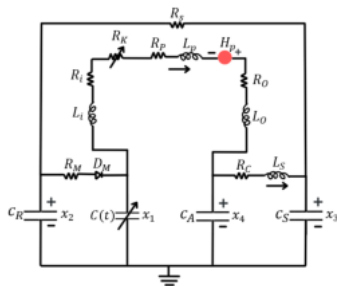


Fig. 2. Fase de Llenado del Ventrículo Izquierdo

La dinámica del circuito de la Fig. 2 se obtiene utilizando las leyes de Kirchhoff y sustituyendo algunos parámetros. En la Ec. (2) se observa la representación de manera condensada.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_L(t)x(t) + B_L(t)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

donde

$$A_L(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} - \left(\frac{200}{C(t)}\right) & \frac{200}{C(t)} & 0 \\ -\frac{1}{C_R R_M} & -\frac{1}{R_S C_R} + \frac{1}{C_R R_M} & \frac{1}{R_S C_R} \\ 0 & \frac{1}{R_S C_S} & -\frac{R_S C_R}{1} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_S} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L^*} \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_L(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{C(t)} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_S} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ \frac{1}{L_S} & -\frac{R_C}{L_S} & 0 \\ \frac{1}{L^*} & 0 & -\frac{R^*}{L^*} \end{bmatrix}$$

$$B_L(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{7}{L^* x_6} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_L(t)$ y $B_L(t)$ son matrices de parámetros variables, u es la entrada del sistema, en este caso la corriente de la bomba del LVAD.

Modelo de la Fase de Eyección

En esta fase, la válvula mitral está cerrada es decir D_M no conduce y el ventrículo izquierdo bombea sangre a través de la válvula aórtica abierta es decir D_A está activa. En la Fig. 3 se puede observar que no existe una conexión física entre la aurícula izquierda la cual esta representada por el capacitor C_R y el ventrículo izquierdo (capacitor variable en el tiempo $C(t)$) debido al diodo que no conduce D_M .

La dinámica del circuito de la Fig. 3 se obtiene utilizando las leyes de Kirchhoff. En la Ec. (3) se observa la representación de manera condensada.

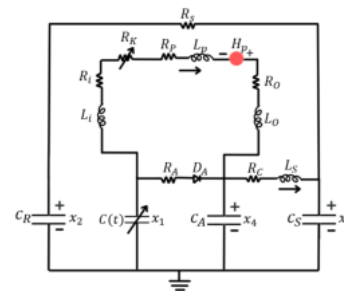


Fig. 3. Fase de Eyección

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_E(t)x(t) + B_E(t)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

donde

$$A_E(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} + \left(\frac{1000}{C(t)}\right) & 0 & 0 & \frac{1000}{C(t)} & 0 & -\frac{1}{C(t)} \\ 0 & -\frac{1}{R_S C_R} & \frac{1}{R_S C_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_S C_S} & -\frac{1}{R_S C_S} & 0 & \frac{1}{C_S} & 0 \\ \frac{1}{C_A R_A} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_A R_A} & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_S} & \frac{1}{L_S} & -\frac{1}{L_S} & 0 \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 & -\frac{1}{L^*} & 0 & -\frac{R^*}{L^*} \end{bmatrix}$$

La matriz C es la misma en todas las fases mientras que $B_E(t) = B_L(t)$. $A_E(t)$ y $B_E(t)$ son matrices de parámetros variables.

Modelo de la Fase Contracción / Relajación isovolumétrica

Como se mencionó anteriormente, la fase Contracción / Relajación isovolumétrica ocurre dos veces (Tabla 1). La primera vez ocurre cuando el ventrículo izquierdo se contrae y la segunda cuando se relaja. Estas dos fases tienen una duración corta en comparación con las fases de eyección y llenado. Durante esta fase, ambas válvulas están cerradas, es decir los diodos D_M y D_A no conducen.

Después de analizar el circuito eléctrico de la Fig. 4 se obtiene la representación en su forma matricial como se

observa en la Ec. (4). La dinámica de este modo es la más simple de las tres, ya que en esta fase los tanto D_M como D_A no conducen, por tanto, el comportamiento de estos no se hace visible.

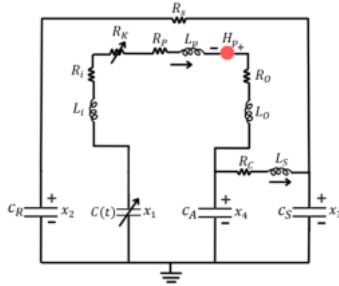


Fig. 4. Fase Contracción/Relajación Isolovolumétrica

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{CR}(t)x(t) + B_{CR}(t)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4)$$

donde

$$A_{CR}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{\dot{C}(t)}{C(t)} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C(t)} \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_C}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 & -\frac{1}{L^*} & 0 & -\frac{R^*}{L^*} \end{bmatrix}$$

La matriz C es la misma en todas las fases mientras que $B_{CR}(t) = B_E(t) = B_L(t)$. $A_{CR}(t)$ y $B_{CR}(t)$ son matrices de parámetros variables.

3. MODELOS q-LPV

3.1 Formulación general de un sistema q-LPV

Considere un sistema no lineal bajo el marco de la representación q-LPV [Osorio Gordillo (2011)]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^m \mu_i(\varrho(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas medibles, A_i , B_i y C son matrices reales conocidas, $\varrho(t) \in \mathbb{R}^r$ es el vector de r parámetros variables los cuales incluyen la dinámica de las variables de estado y $\mu_i(\varrho(t))$ son las funciones de ponderación.

3.2 Formulación q-LPV para cada una de las fases del ciclo cardíaco de corazón

Examinando el modelo no lineal del sistema conformado por cada una de las fases del ciclo cardíaco Ecs. (2), (3), (4), se consideran 3 no linealidades las cuales son:

$$\varrho_1(t) = -\frac{C(t)}{C(t)} \quad \varrho_2(t) = \frac{1}{C(t)} \quad \varrho_3(t) = \frac{\gamma}{L^* x_6(t)}$$

$\varrho = (\varrho_1 \ \varrho_2 \ \varrho_3)^T \in \mathbb{R}^r$ es el vector de $r = 3$ parámetros variables que representan las no linealidades.

Las funciones de ponderación se encuentran definidas como (por simplificación solo se presentan las primeras dos, pero estas varían hasta completar $k = 2^r$, las cuales son número de combinaciones posibles de los límites de los parámetros variables):

$$\begin{aligned} \mu_1(\varrho(t)) &= \frac{\varrho_1(t) - \underline{\varrho}_1}{\bar{\varrho}_1 - \underline{\varrho}_1} \cdot \frac{\varrho_2(t) - \underline{\varrho}_2}{\bar{\varrho}_2 - \underline{\varrho}_2} \cdot \frac{\varrho_3(t) - \underline{\varrho}_3}{\bar{\varrho}_3 - \underline{\varrho}_3} \\ \mu_2(\varrho(t)) &= \frac{\bar{\varrho}_1 - \varrho_1(t)}{\bar{\varrho}_1 - \underline{\varrho}_1} \cdot \frac{\varrho_2(t) - \underline{\varrho}_2}{\bar{\varrho}_2 - \underline{\varrho}_2} \cdot \frac{\varrho_3(t) - \underline{\varrho}_3}{\bar{\varrho}_3 - \underline{\varrho}_3} \end{aligned}$$

donde $\bar{\varrho}_i$ y $\underline{\varrho}_i$ son el límite superior e inferior de $\varrho_i(t)$, respectivamente. Cada función de ponderación debe satisfacer las siguientes restricciones [Shamma (1988)]:

$$0 \leq \mu_i(\varrho(t)) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^k \mu_i(\varrho(t)) = 1$$

donde $k = 2^r$ es número de combinaciones posibles de los límites de los parámetros variables. Para el caso de estudio se considera $r = 3$.

Obtención del modelo q-LPV para la Fase de Llenado del Ventrículo Izquierdo

Considerando las condiciones anteriores, se tiene que, de acuerdo a la Ec.(2), las matrices

$$A_L(t) = A_L(\varrho(t)) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\varrho(t)) A_{L_i}$$

y

$$B_L(t) = B_L(\varrho(t)) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\varrho(t)) B_{L_i}$$

incluyen las no linealidades, por esta razón son modificadas para cada modelo local.

Por lo tanto, el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varrho_1 - (200 \cdot \varrho_2) & 200 \cdot \varrho_2 & 0 \\ -\frac{1}{C_R R_M} & -\frac{1}{R_s C_R} + \frac{1}{C_R R_M} & \frac{1}{R_s C_R} \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varrho_3 \end{bmatrix} u(t) \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$$

puede ser expresado como una suma ponderada de sistemas lineales:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^k \mu_i(\varrho(t)) (A_{Li}x(t) + B_{Li}u(t)) \quad (7)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (8)$$

Para la obtención de los dos modelos q-LPV restantes correspondientes a las fases de *Eyección* y *Contracción / Relajación Isovolúmica*, se realiza el mismo procedimiento que el de la fase de *Llenado del Ventrículo Izquierdo*, esto considerando que la salida del sistema es la misma para cada una de las fases:

Fase de Eyección

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -e_1 + (1000 \cdot e_2) & 0 & 0 & 1000 \cdot e_2 & 0 & -e_2 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_R} & \frac{1}{R_s C_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \\ \frac{1}{C_A R_A} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_A R_A} & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_C}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 & -\frac{1}{L^*} & 0 & -\frac{R^*}{L^*} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -e_3 \end{bmatrix} (\varrho(t))u(t) \quad (9)$$

Fase de Contracción/Relajación Isovolúmica

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -e_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_2 \\ 0 & -\frac{1}{R_s C_r} & \frac{1}{R_s C_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_s C_s} & -\frac{1}{R_s C_s} & 0 & \frac{1}{C_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_A} & \frac{1}{C_A} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_C}{L_s} & 0 \\ \frac{1}{L^*} & 0 & 0 & -\frac{1}{L^*} & 0 & -\frac{R^*}{L^*} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -e_3 \end{bmatrix} u(t) \quad (10)$$

4. REPRESENTACIÓN EN FORMA HÍBRIDA DEL SISTEMA CARDIOVASCULAR

Existen varias formas de una representación híbrida, a continuación, se presenta una propuesta de representación del sistema cardiovascular tomando en cuenta el esquema de conmutación compuesto por los 4 modos de operación de los diodos mostrados en la Tabla 1. El criterio de conmutación determina cual es el modelo a utilizar que

representa cada fase activa. Para este caso, se consideran los estados de los diodos como una conmutación del sistema, por tanto, cada una de las fases del ciclo cardíaco de las Ecs. (6), (9), (10) es ahora representado en forma conmutada como se muestra en la Fig. 5. En esta Figura, cada modelo de M_1 a M_4 representa cada una de las cuatro fases del ciclo cardíaco descritas anteriormente.

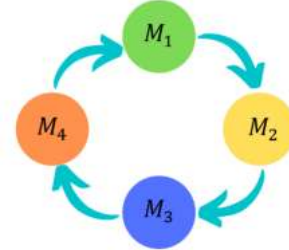


Fig. 5. Secuencia de conmutación de los modelos

La secuencia de conmutación entre los modelos M_1 a M_4 , puede ser representada como un solo modelo híbrido de sistemas q-LPV conmutados de la forma:

$$\dot{x} = A^{\sigma(t)}(\varrho)x + B^{\sigma(t)}(\varrho)u \quad (11)$$

o bien

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m \mu_i(\varrho) \left(A_i^{\sigma(t)} x + B_i^{\sigma(t)} u \right) \quad (12)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}^p$ es el vector de estados y u es la entrada del sistema.

A la función $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow \Lambda$ se le denomina ley de conmutación. Esta función sólo adquiere los valores contenidos en el conjunto de números enteros $\Lambda = \{1, 2, 3, 4\}$ a lo largo del tiempo y de forma cíclica. Cada número corresponde al modelo matemático que se encuentra activo: M_1 , M_2 , M_3 o M_4 . El tiempo de intervención de cada una de estas fases es el que se muestra en la Tabla 2.

5. RESULTADOS

Los resultados de simulación del modelo híbrido de sistemas q-LPV conmutados se muestran en la Fig. 6, en la cual se puede observar la conmutación que se presenta entre cada una de las cuatro fases del ciclo cardíaco del sistema cardiovascular, representados por la Ec. (11). El modelo híbrido se muestra esquemáticamente en la Fig. 5. Cada uno de los subsistemas M_i , $i = 1, \dots, 4$ representa cada una de las fases del ciclo cardíaco del corazón de acuerdo a la Tabla 2.

Para la realización de esta simulación se tomaron en cuenta las siguientes consideraciones: a) se utilizó un paso de integración fijo de 0.01s, b) la simulación tuvo una duración de 0.8s lo cual es equivalente a un ciclo cardíaco, c) la simulación se realizó en Simulink de Matlab R2018b, d) se consideran los tiempos de intervención de cada una de las fases de acuerdo a la Tabla 2, e)

finalmente, las condiciones iniciales de simulación fueron $x(0) = [11 \ 10 \ 74 \ 75 \ 0 \ 10]^T$ los cuales representan presiones y flujos iniciales. Los parámetros de simulación son obtenidos de [Son et al. (2019)].

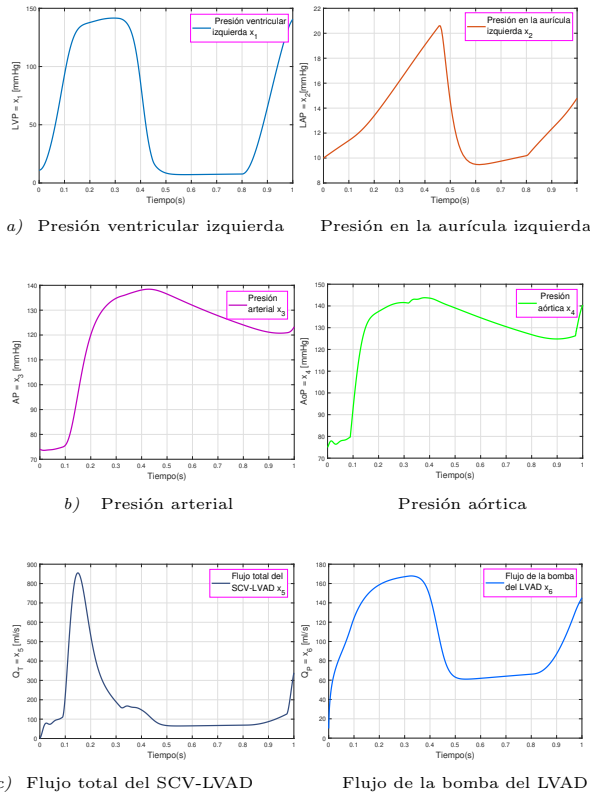


Fig. 6. Estados del sistema q-LPV conmutado

En la Fig. 6 a se muestra la presión ventricular izquierda y la presión en la aurícula izquierda en la cual se puede observar su dinámica correspondiente. De igual forma, en la Fig. 6 b se tiene a la presión arterial y a la presión aórtica. Finalmente, en la Fig. 6 c se tienen los flujos tanto del SCV-LVAD como el de la bomba del LVAD. Cada una de estas fases presenta una dinámica correspondiente, esta dinámica se define por medio de la conmutación de cada una de las fases del ciclo cardíaco del corazón.

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo se propone una nueva representación del sistema cardiovascular en combinación un dispositivo de asistencia ventricular izquierda. La representación es un modelo híbrido de sistemas q-LPV conmutados, que reproducen el funcionamiento del lado izquierdo del corazón interactuando con un LVAD, como una conmutación entre las cuatro fases del ciclo cardíaco del sistema cardiovascular. Con esta nueva representación del sistema cardiovascular en conjunto con un dispositivo de asistencia ventricular, es posible diseñar algoritmos de control mediante técnicas de control no lineal para sistemas conmutados y sistemas q-LPV, como una alternativa de diseño para los

sistemas no lineales. En trabajos futuros se presentará el diseño de un algoritmo de regulación de la presión aórtica a la salida del LVAD mediante el uso de este modelo propuesto.

REFERENCES

- Boron, W. and Boulap, E. (2017). *Medical Physiology*. Springer Science & Business Media.
- Briat, C. (2014). Linear parameter-varying and time-delay systems. *Analysis, Observation, Filtering & Control*, 3, 335–394.
- Cruz, O. and Calderón, M. (2016). El corazón y sus ruidos cardíacos normales y agregados, una somera revisión del tema. *Facultad Médica de la UNAM*, 59(2), 49–55.
- Méndez-Martínez, F. (2021). Los retos de la donación de órganos durante el brote de covid-19. *Revista Salud y Administración*, 8(24), 45–51.
- Mohrman, D.E., Heller, L.J., and Rojas, A.M.G. (2007). *Fisiología cardiovascular*. McGraw-Hill México DF.
- OMS (2022). Enfermedades cardiovasculares. url: [http://www.who.int/es/news-room/factsheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](http://www.who.int/es/news-room/factsheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)).
- Osorio Gordillo, G.L. (2011). *Observadores para sistemas singulares LPV*. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Shamma, J.S. (1988). *Analysis and design of gain scheduled control systems*. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Siewnicka, A. and Janiszowski, K. (2018). A model for estimating the blood flow of the POLVAD pulsatile ventricular assist device. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 55(11), 2552–2559.
- Son, J., Du, D., and Du, Y. (2019). Stochastic modeling and dynamic analysis of the cardiovascular system with rotary left ventricular assist devices. *Hindawi Mathematical Problems in Engineering*, 1–19.
- Wu, Y., Allaire, P., Tao, G., and Olsen, D. (2005). Modeling, estimation and control of cardiovascular systems with a left ventricular assist device. *American Control Conference*, 6(1), 8–10.