

Evaluación de un controlador adaptable por modelo de referencia mediante servomotores de CD de bajo costo

Olga J. Morales *, J. Maldonado **, Rubén Garrido *

* *CINVESTAV-IPN, Dpto. de Control Automático, Av. IPN No. 2508 CP 07360, Ciudad de México (e-mail: ojimenez@ctrl.cinvestav.mx, garrido@ctrl.cinvestav.mx).*

** *IPN-ESIME, Dpto. de Ingeniería en Comunicaciones y Electrónica, Academia de Comunicaciones, Av. Luis Enrique Erro, Adolfo Lopez Mateo CP 07738, Ciudad de México (e-mail: jmaldonador@ipn.mx)*

Resumen: En este trabajo se presenta la evaluación de una ley de Control Adaptable Directo por Modelo de Referencia mediante tres servomotores de CD de bajo costo, los cuales pueden servir como actuadores en plataformas de enseñanza. Uno de los servomotores corresponde a la marca *LEGO*, modelo *NXT*, un segundo servomotor es de la marca *MakeBlock* y un tercero corresponde a un Servomotor Analógico de Radio Control (SARC) genérico. Se describen sus características técnicas, así como también su desempeño experimental cuando se implementa una ley de control en posición basada en un controlador Adaptable Directo por Modelo de Referencia. Los resultados obtenidos muestran que es posible utilizar algoritmos de control avanzados empleando servomotores de CD de bajo costo obteniéndose un desempeño adecuado.

Keywords: Servomotor, Control Adaptable por Modelo de Referencia, plataformas experimentales.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad el desarrollo de prototipos educativos orientados a la enseñanza y evaluación de algoritmos de control en tiempo real se ha convertido en un tópico importante para los investigadores en las áreas de Control Automático, Robótica y Mecatrónica. La evaluación en tiempo real de leyes de control mediante plataformas experimentales permite al estudiante evaluar a los algoritmos de control de acuerdo a los efectos producidos por el ruido de medición, incertidumbre paramétrica, perturbaciones externas e interna y dinámicas no modeladas, entre otros. Dichos efectos no pueden ser observados o reproducidos fácilmente en simulaciones numéricas. Existen en la literatura plataformas experimentales con *software* especializado y componentes de alta calidad y desempeño orientadas a la evaluación de algoritmos de control Apkarian and Astrom (2004), Bernstein (2005), Gunasekaran and Potluri (2012). Una de sus desventajas es el alto costo, por lo que en la actualidad el desarrollo de plataformas educativas de bajo costo es un tópico de investigación relevante. En la literatura se han reportado plataformas experimentales de bajo costo orientadas a la enseñanza del Control Automático. En Schinstock et al. (2015) se describe el *hardware* utilizado en laboratorios experimentales del control, este consiste en un motor y un servo-amplificador de CD sin escobillas, un codificador

óptico para la lectura de mediciones de posición y un microcontrolador STM32F4. La referencia Cook et al. (2020) presenta un kit de laboratorio basado en un microcontrolador para el control de un motor de CD. La referencia Wang et al. (2021) expone una plataforma experimental portátil basada en un motor de CD para la implementación de algoritmos de control. El uso de un motor de CD en prototipos orientados a la enseñanza de leyes de control se debe a que estos se describen mediante modelos lineales. Esta característica permite el empleo de una alta variedad de estrategias de control lineal descritas en libros de texto [Kuo (1996), Ogata (2010)].

Sin embargo el bajo costo de las plataformas genera dudas respecto a la eficiencia de la evaluación y enseñanza de leyes de control al utilizarse componentes baratos Schinstock et al. (2017). Lo anterior motiva este trabajo en donde se implementa un algoritmo de Control Adaptable Directo por Modelo de Referencia en servomotores de CD de bajo costo con el fin de evaluar las prestaciones de estos últimos cuando se les aplican controladores avanzados. Este aspecto es particularmente importante debido a que en trabajos previos solo se han probado algoritmos básicos como el controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) [Gunasekaran and Potluri (2012), Jović and Matijevic (2017)]. Además, en Olga L. Jiménez and Rubén (2020) se presenta un estudio comparativo de los tres

servomotores de CD empleados en este trabajo y en el cual se evalúa sus desempeños respecto a la implementación de un algoritmo clásico PID, mencionándose sus principales ventajas y desventajas, así como su disponibilidad y costo en el mercado nacional.

El artículo se divide de la siguiente manera. En la sección 2 se presentan las características técnicas de cada uno de los servomotores estudiados, en la sección 3 se encuentra el modelo matemático correspondiente a un servomotor de CD. En la sección 4 se describe el algoritmo de control Adaptable aplicado a los servomotores de CD. La sección 5 da detalles de la plataforma experimental utilizada para la aplicación del algoritmo de control y se presentan los resultados experimentales obtenidos. En la sección 6 se presenta un análisis del desempeño del controlador Adaptable aplicado a cada uno de los servomotores de CD estudiados. Finalmente se tienen las conclusiones del estudio.

2. DESCRIPCIÓN DE LOS SERVOMOTORES DE CD

2.1 Servomotor marca *MakeBlock*

Este servomotor presentado en la Fig. 1 posee un codificador óptico que permite la medición de la posición angular del motor y un eje de salida de acero especial que permite acoplar directamente engranes piñones y correas síncronas, entre otros. En la Tabla 1 se muestran sus especificaciones técnicas.

2.2 Servomotor marca *LEGO NXT*

El servomotor *LEGO* modelo *NXT* mostrado en la Fig. 2 incluye un codificador óptico acoplado al eje de salida del motor a través de un engrane el cual permite la medición de la posición angular del motor. La Tabla 1 muestra las características técnicas de este servomotor. En lo sucesivo este motor se denominará simplemente *LEGO*.

2.3 Servomotor Analógico de Radio Control

El Servomotor Analógico de Radio Control (SARC) marca Hitec modelo HS-485HB (Fig. 3) en este trabajo es modificado eliminando su tarjeta de control, esto con el objetivo de tener acceso al potenciómetro y al motor de CD por separado. Dicha tarjeta es sustituida por dispositivos externos que incluyen un amplificador de potencia y un controlador programable. La Tabla 1 muestra las especificaciones técnicas del SARC.

3. MODELO MATEMÁTICO DE UN SERVOMOTOR DE CD

El modelo de un servomotor de CD bajo la suposición de que la inductancia de armadura es mucho más pequeña que su resistencia está dado por Ogata (2010):



Fig. 1. Servomotor marca *MakeBlock*.

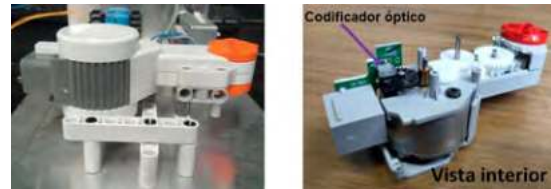


Fig. 2. Servomotor marca *LEGO* (vista lateral y vista interior).



Fig. 3. SARC HS-485HB y su tarjeta de control extraída.

TABLA 1. Especificaciones técnicas de los servomotores de CD utilizados en el estudio [Makeblock (2019), LEGO (2006), Servo-Database (2021)].

Características técnicas	<i>MakeBlock</i>	<i>LEGO</i>	SARC
Voltaje nominal	7.4 V	9 V	4.8 V-6.0 V
Corriente de consumo sin carga	240 mA	60 mA	150mA-180mA
Velocidad de rotación	178 ± 10 RPM	170 RPM	0.22-0.18 sec/60°
Par de arranque	5 kg·cm	5.1 kg·cm	4.8-6.0 kg·cm
Sensor de posición	codificador óptico	codificador óptico	Potenciómetro de 5 KΩ
Rotación	ilimitada	ilimitada	180°
Resolución del codificador	360 ppr	180 ppr	-
Peso	0.0615 kg	0.080 kg	0.0451 kg

$$\ddot{y} = -a\dot{y} + bu \quad (1)$$

con a y b constantes positivas, y la posición angular del servomotor y u el voltaje de control. El modelo considera

tanto al amplificador de potencia que lo impulsa como al sensor de posición.

4. CONTROL ADAPTABLE DIRECTO POR MODELO DE REFERENCIA

El diseño de un algoritmo de Control Adaptable Directo por Modelo de Referencia (CADMR) se divide en dos lazos, el primero se refiere a la ley de control la cual se obtiene a partir de la definición del error $e = y_m - y$, donde y_m corresponden a la salida del modelo de referencia y y la salida de la planta a controlar. En el caso de los servomotores de CD y es la posición angular. El segundo lazo corresponde a la ley de adaptación, es decir a la estimación de parámetros en línea.

Considérese el modelo matemático del servomotor (1) y el modelo de referencia descrito por la siguientes ecuación diferencial:

$$\ddot{y}_m = -\sigma_2 \dot{y}_m - \sigma_1 y_m + \beta r \quad (2)$$

donde σ_1 , σ_2 y β son constantes reales positivas y r una señal de referencia acotada.

La ley de control obtenida a partir de la dinámica del error e de seguimiento de modelo es:

$$u = \frac{1}{b} [-\sigma_2 \dot{y}_m - \sigma_1 y_m + \beta r + a \dot{y} + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e}] \quad (3)$$

Supóngase el caso de parámetros conocidos y considérese la siguiente parametrización de la ley de control (3):

$$u = \theta_1 \dot{y} + \theta_2 z \quad (4)$$

donde $\theta_1 = \frac{a}{b}$ y $\theta_2 = \frac{1}{b}$ representan parámetros conocidos y $z = -\sigma_2 \dot{y}_m - \sigma_1 y_m + \beta r + \alpha_1 e + \alpha_2 \dot{e}$.

Se definen los errores paramétricos:

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_1 &= \hat{\theta}_1 - \theta_1 \\ \tilde{\theta}_2 &= \hat{\theta}_2 - \theta_2 \end{aligned}$$

Ahora bien, se reescribe la ley de control (4) empleando parámetros estimados:

$$u = \hat{\theta}_1 \dot{y} + \hat{\theta}_2 z = (\tilde{\theta}_1 + \theta_1) \dot{y} + (\tilde{\theta}_2 + \theta_2) z \quad (5)$$

donde $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ son los estimados de θ_1 y θ_2 .

A partir de la dinámica del error:

$$\ddot{e} = \ddot{y}_m - \ddot{y} \quad (6)$$

y de la ley de control (5) se obtiene la dinámica del error siguiente:

$$\ddot{e} = -\alpha_1 e - \alpha_2 \dot{e} - b[\tilde{\theta}_1 \dot{y} + \tilde{\theta}_2 z] = -\alpha_1 e - \alpha_2 \dot{e} - b\tilde{\theta}^T \phi \quad (7)$$

donde $\tilde{\theta} = \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \end{bmatrix}$ y $\phi = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ z \end{bmatrix}$.

Reinscribiendo la dinámica del error (7) en variables de estados produce:

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{E} = AE - b\tilde{\theta}^T \phi \bar{V} \quad (8)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

con A una matriz Hurwitz estable.

4.1 Ley de adaptación

Para estimar los parámetros $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ empleados en la ley de control (5) se utiliza la ley de adaptación Narendra (2013):

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} = \underbrace{\text{sign}(b)\Gamma\phi\bar{V}^T P E}_{T I} - \underbrace{\zeta\|E\|\tilde{\theta}}_{T II} \quad (9)$$

El término TII es denominado *e-modification* el cual se agrega a la ley de adaptación con el propósito de eliminar la deriva paramétrica debida a perturbaciones en la planta a controlar. Es necesario aclarar que en este caso se evalúa un algoritmo de control adaptable directo, por lo que el conocimiento previo de los parámetros a y b no es requerido en el diseño de la ley de control (5).

Por razones de espacio, la prueba de estabilidad del sistema en lazo cerrado se omite. El lector puede consultar la referencia Narendra (2013) para más detalles.

5. EXPERIMENTOS

5.1 Plataforma experimental

La plataforma experimental utilizada para evaluar a los servomotores, ilustrada en la Fig. 4, consta de una computadora personal equipada de una tarjeta de adquisición de datos marca *Sensaray* modelo 626. Los algoritmos de control se codificaron en la plataforma de programación MATLAB/SIMULINK bajo el ambiente en tiempo real *QUARC* de *Quanser Consulting* con un tiempo de muestreo de 1 ms y el método de integración Euler01. La señal de control producida por la tarjeta de adquisición de datos se procesa a través de una etapa de potencia para accionar a los servomotores. Dicha etapa de potencia está compuesta por un amplificador lineal *National Semiconductor* modelo LM675 Texas-Instruments (1999). Cabe resaltar que cada uno de los servomotores de CD cuenta con su propia etapa de potencia y fuente de alimentación según sus características técnicas. La ganancia que del amplificador de potencia es de $K_a = 10$.

5.2 Resultados experimentales

De acuerdo con la ley de adaptación (9), se realizaron los experimentos para cada uno de los servomotores de CD estudiados en este trabajo.

Para la solución única P que corresponde a la ecuación de Lyapunov:

$$A^T P + P A = -Q \quad (10)$$

y que aparece en la ley de adaptación (9) se utiliza el comando *lyap* en el editor del software Matlab [MATLAB (2018)].

Se define la matriz Q como:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Entonces:

$$P = \text{lyap}(A', Q) \quad (12)$$

El modelo de referencia está dado por la siguiente ecuación:

$$\ddot{y}_m = -6.3246\dot{y}_m - 10y_m + 10r \quad (13)$$

En la tabla 2 se presentan las variables utilizadas en el algoritmo de control adaptable correspondiente a cada uno de los servomotores estudiados.

En las Fig. 5a, 5b, 5c, 6a, 6b, 6c, 7a, 7b y 7c se presentan los resultados de la señal de salida, señal de control y del error de seguimiento del modelo obtenidos de la implementación del algoritmo CADMR en el modelo de la planta (1), correspondiente a cada uno de los servomotores de CD respectivamente. En las Fig. 8a, 8b y 8c se muestran las gráficas de los estimados de θ_1 y θ_2 obtenidos de la ley de adaptación en línea correspondiente a cada uno de los servomotores de CD.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para medir el desempeño del CADMR aplicado a los servomotores de CD se utilizaron los criterios de desempeño siguientes: La Integral del Error Cuadrático (IEC), la Integral del Valor Absoluto del Control (IAC) y la Integral de la Derivada del Valor Absoluto del Control (IDAC). Estos índices están expresados matemáticamente como sigue:

$$IEC = \int_{T_1}^{T_2} k[e(t)]^2 dt \quad (14)$$



Fig. 4. Plataforma experimental utilizada para el control de los servomotores de CD.

TABLA 2. Variables utilizadas en el algoritmo de control adaptable

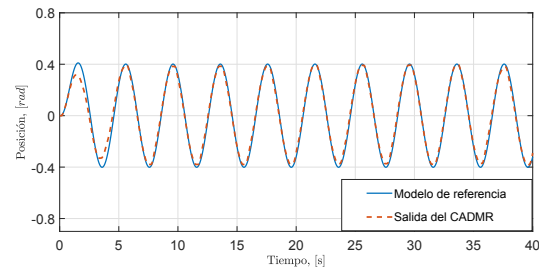
Servomotor	Γ_1	Γ_2	α_1	α_2	p_{12}	p_{22}	ξ
MakeBlock	250	250	2	5	0.1	0.05	0.1
LEGO	700	150	9	6	0.08	0.009	0.5
SARC	190	1.5	45	10	0.05	0.0011	0.05

$$IAC = \int_{T_1}^{T_2} |u(t)| dt \quad (15)$$

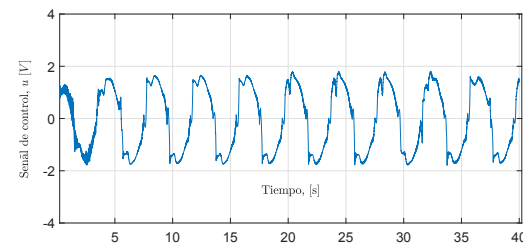
$$IDAC = \int_{T_1}^{T_2} \left| \frac{du(t)}{dt} \right| dt \quad (16)$$

en donde k representa un factor de escalamiento y $\{T_1, T_2\}$ definen un intervalo de tiempo durante el cual se calculan los índices de desempeño. En la Tabla 3 se muestra el desempeño del CADMR correspondiente a cada uno de los servomotores de CD.

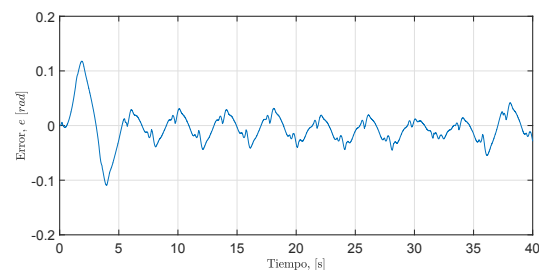
Con respecto a los resultados obtenidos mediante la implementación del algoritmo de CADMR (5), se puede observar en las Fig. 5a, 6a y 7a el seguimiento del Modelo de Referencia. Se muestra que en un periodo de 5 a



(a) Señal de referencia y_m vs salida y .



(b) Señal de control del CADMR (5).

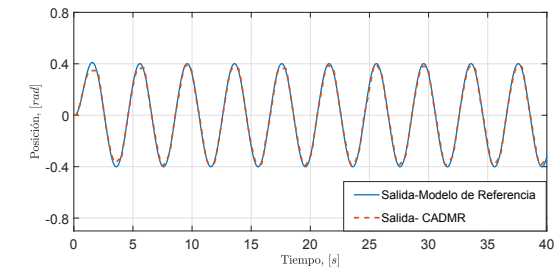


(c) Error de seguimiento de modelo e .

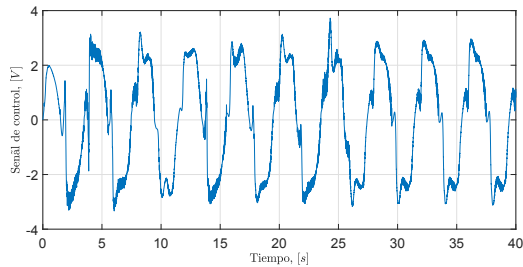
Fig. 5. Evaluación del CADMR en el servomotor *MakeBlock*.

TABLA 3. Desempeño del CADMR.

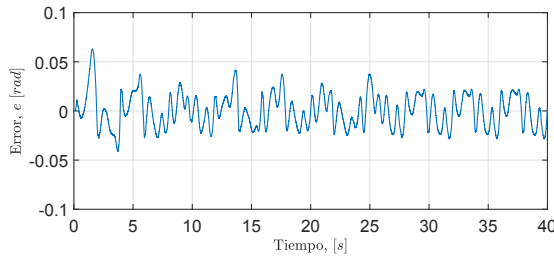
Servomotor	IEC	IAC	IDAC
MakeBlock	0.8416	0.9559	24.75
LEGO	2.054	1.341	25.54
SARC	7.937	1.7244	25.72



(a) Señal de referencia y_m vs salida y .



(b) Señal de control del CADMR (5).



(c) Error de seguimiento de modelo e .

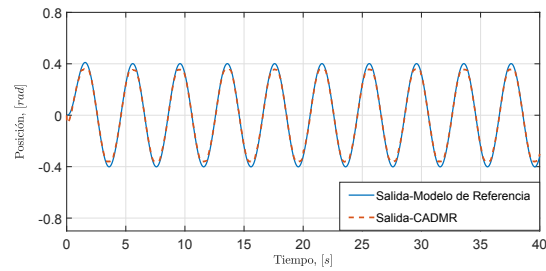
Fig. 6. Evaluación del CADMR en el servomotor *LEGO*.

10 segundos la señal de posición y de los servomotores converge a la señal de salida del modelo de referencia y_m lo cual se logra ver claramente en las señales del error de seguimiento de modelo mostradas en las Fig. 5c, 6c y 7c. En las Fig. 8a, 8b y 8c se observa la convergencia a un valor constante de los estimados $\hat{\theta}_1$ y $\hat{\theta}_2$ correspondiente a cada uno de los servomotores de CD.

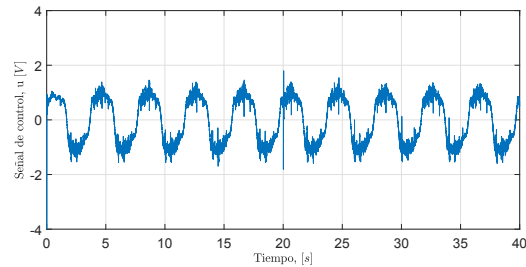
En la Tabla 3 se muestra el desempeño del algoritmo CADMR (5) de acuerdo a cada uno de los servomotores evaluados. Se observa que los dos servomotores dotados de codificadores ópticos presentan los índices IEC, IAC e IDAC más pequeños. Lo que resalta es que el SARC exhibe el desempeño más pobre tanto en el IEC, IAC e IDAC. Lo anterior debido a los altos niveles de ruido de que produce el potenciómetro que mide su posición angular.

7. CONCLUSIONES

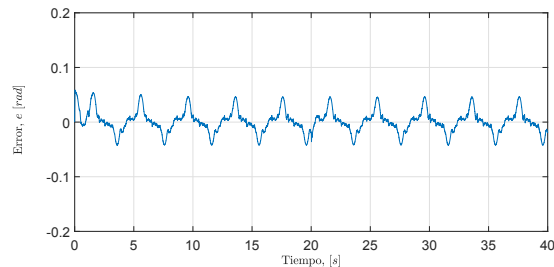
Los resultados anteriores permiten concluir que es posible emplear servomotores de bajo costo para la implementación de algoritmos de control avanzados. Los exper-



(a) Señal de referencia y_m vs salida y .



(b) Señal de control del CADMR (5).

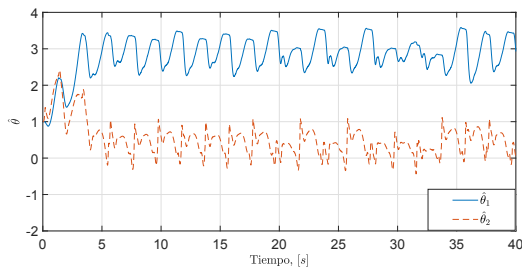


(c) Error de seguimiento de modelo e .

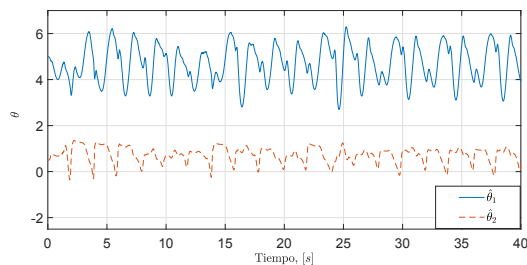
Fig. 7. Evaluación del CADMR en el SARC.

imentos muestran que los tres servomotores funcionaron adecuadamente al aplicárseles el algoritmo de control adaptable. Sin embargo, el peor desempeño se obtuvo con el Servomotor Analógico de Radio Control lo cual se debe al ruido de medición presente en el potenciómetro usado como sensor de posición. Los servomotores Makeblock y LEGO NXT dotados de un codificador óptico presentaron el mejor desempeño.

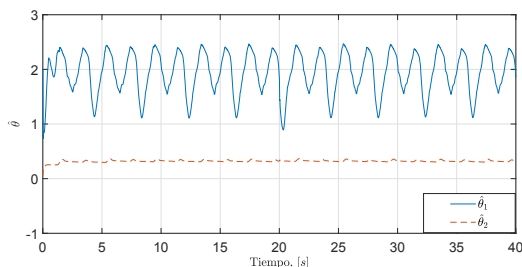
La elección de alguno de estos servomotores para construir un prototipo de laboratorio se puede realizar de acuerdo al sensor de posición empleado. Por ejemplo, si se desea construir un prototipo con el mejor desempeño posible, la elección recaería en los servomotores Makeblock y LEGO NXT debido a que poseen un codificador óptico lo que les permite una rotación ilimitada. Aquí conviene mencionar que el motor Makeblock tiene un codificador óptico con el doble de resolución que el del motor LEGO NXT. Por otro lado, si se desea construir un prototipo en donde se desea poner en evidencia los efectos del ruido de medición en el diseño de leyes de control, una opción sería el Servomotor Analógico de Radio Control. En la referencia Olga L. Jiménez and Rubén (2020) se



(a) Parámetros estimados $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ del servomotor *MakeBlock*.



(b) Parámetros estimados $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ del servomotor *LEGO*.



(c) Parámetros estimados $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ del servomotor RC.

Fig. 8. Parámetros estimados $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ obtenidos de algoritmo CADMR correspondientes a cada uno de los servomotores.

dan más detalles sobre el costo y la disponibilidad de los servomotores usados en este trabajo.

Un posible trabajo futuro es repetir los experimentos con diferentes valores de la inercia que impulsan los servomotores. Esto permitiría evaluar el desempeño en lazo cerrado ante incertidumbres paramétricas. El reemplazo de la computadora por un procesador digital de bajo costo es otra actividad futura.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen a Gerardo Castro y Jesús Meza por su ayuda en la puesta en funcionamiento de los prototipos de laboratorio. Olga L. J. Morales agradece el apoyo otorgado por CONACyT mediante una beca doctoral.

REFERENCES

Apkarian, J. and Astrom, K.J. (2004). A laptop servo for control education. *IEEE Control Systems*.

Bernstein, D.S. (2005). The quanser dc motor control trainer. *IEEE Control Systems Magazine*.

Cook, M.D., Bonniwell, J.L., Rodriguez, L.A., Williams, D.W., and Pribbernow, J. (2020). Low-cost dc motor system for teaching automatic controls. In *2020 American Control Conference (ACC)*, 4283–4288. IEEE.

Gunasekaran, M. and Potluri, R. (2012). Low cost undergraduate control systems experiments using microcontroller based control of a dc motor. *IEEE Transactions on Education*, 55(4), 508–516.

Jović, N.D. and Matijević, M.S. (2017). Lego web laboratory at university of kragujevac. In *2017 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)*, 1359–1362. IEEE.

Kuo, B.C. (1996). *Sistemas de Control Automático*. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

LEGO (2006). 9v-technic-motors-compared-characteristics. <http://www.philohome.com/motors/motorcomp.htm>.

Makeblock (2019). 180 optical encoder motor. <https://store.makeblock.com/180-optical-encoder-motor>.

MATLAB (2018). *9.7.0.1190202 (R2019b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts.

Narendra, K.S. (2013). *Adaptive and learning systems: theory and applications*. Springer Science & Business Media.

Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson Education, S.A., Madrid.

Olga L. Jiménez, J.M. and Rubén, G. (2020). Estudio comparativo de servomotores de cd orientados a la construcción de prototipos educativos. In *Congreso Internacional de Robótica y computación (CIRC-2020)*, 32–40. IEEE.

Schinstock, D., Schinstock, S., and White, W.N. (2015). Micro-controller based update of inexpensive undergraduate control systems laboratory hardware. In *2015 American Control Conference (ACC)*, 2807–2812. IEEE.

Schinstock, D., Smith, S., and White, W.N. (2017). Does inexpensive hardware obfuscate simple experiments for control systems laboratories? In *2017 American Control Conference (ACC)*, 5355–5360. IEEE.

ServoDatabase (2021). Hitec hs-485hb. <https://servodatabase.com/servo/hitec/hs-485hb>.

Texas-Instruments (1999). Lm675-power-operational-amplifier. <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm675.pdf>.

Wang, S., Zhang, F., Tang, Q., Zhang, X., and Zhao, R. (2021). A take-home motor control teaching experiment platform for control engineering-related courses. *IEEE Transactions on Education*, 65(2), 115–123.