

Adaptive Observer for Regression Models with External Time–Dependent Disturbances

Roberto Franco* Héctor Ríos*,**
Alejandra Ferreira de Loza**,*** Denis Efimov****

* *Tecnológico Nacional de México/I.T. La Laguna, División de Estudios de Posgrado e Investigación, C.P. 27000, Torreón Coahuila, México.*

** *Cátedras CONACYT, C.P. 03940, Ciudad de México, México.*

*** *Instituto Politécnico Nacional-CITEDI, C.P. 22435, Tijuana, Baja California, México.*

**** *Inria, University of Lille, CNRS, UMR 9189-CRISTAL, F-59000, Lille, France.*

Abstract: In this paper, a robust adaptive observer is proposed for dynamical disturbed regression models. For the constant unknown parameters case, the proposed algorithm ensures asymptotic convergence to zero of the parameter identification error in presence of time–dependent external disturbances. For the time–varying parameters case, the parameter identification error converges asymptotically to an arbitrarily small region around the origin in presence of time–dependent disturbances. The synthesis of the adaptive observer is based on the solution of a linear matrix inequality. Numerical simulations illustrate the convergence properties of the proposed algorithm.

Keywords: Adaptive Observer; Regression Models; Parameter Identification.

1. INTRODUCCIÓN

El control de sistemas dinámicos afectados por parámetros desconocidos y perturbaciones dependientes del tiempo es un problema importante que aún sigue abierto. En este sentido, las técnicas de identificación de parámetros en línea han surgido como una alternativa atractiva para lidiar con el problema.

El área de identificación de parámetros es un área ampliamente estudiada (ver, *e.g.*, contribuciones recientes tales como Garcia-Marquez and Garcia (2020) y Liu et al. (2021)). Los algoritmos de identificación de parámetros son importantes para distintas aplicaciones, por ejemplo, en el área de biología Luspay and Grigoriadis (2016), comunicaciones Asprou and Kyriakides (2017), sistemas mecánicos Nevaranta et al. (2015), y sistemas de potencia Reed et al. (2017). Diversas estrategias abordan el problema de identificación de parámetros, *e.g.*, los métodos de mínimos cuadrados (LS), algoritmos basados en el gradiente, y estimación adaptable (ver Keesman (2011) y

Chen et al. (2013)), solo para mencionar algunas técnicas populares.

En la identificación de parámetros, los principales problemas pueden ser ordenados si se consideran, o no, parámetros variantes en el tiempo y perturbaciones externas dependientes del tiempo. En este sentido, la mayoría de los enfoques propuestos tienden a identificar parámetros constantes. Por ejemplo, para mencionar algunos trabajos recientes, en Jin et al. (2018), se diseña un método recursivo de LS para identificar parámetros constantes para uniones flexibles. El error de identificación de los parámetros converge a una región alrededor del origen bajo la condición de excitación persistente (PE). En Ballesteros et al. (2021), se propone un algoritmo de identificación de parámetros basados en redes neuronales artificiales para sistemas homogéneos. El error de identificación de los parámetros converge a una región alrededor del origen. En lo que concierne a algoritmos de identificación adaptable, en Kapetina et al. (2019), se propone un algoritmo adaptable basado en el método de gradiente para la identificación de parámetros constantes. En Na et al. (2015), se propone un algoritmo de identificación adaptable para estimar parámetros constantes específicos de señales sinusoidales, *e.g.*, la compensación desconocida, amplitud, frecuencia, y la fase. Se garantiza la convergencia exponencial a una región del error de identificación de los parámetros. En Yang et al. (2018), se

* Este trabajo es apoyado en parte por el proyecto SEP-CONACYT-ECOS-ANUIES Project 315597 y ECOSNORD Project M20M04. Roberto Franco, Héctor Ríos y Alejandra Ferreira de Loza agradecen el apoyo financiero brindado por el CONACYT CVU 772057, Cátedras CONACYT CVU 270504 proyecto 922, y Cátedras CONACYT CVU 166403 proyecto 1537, respectivamente; y de los proyectos TecNM.

aplicó un algoritmo adaptable híbrido a robots manipuladores. El algoritmo garantiza la convergencia a cero en tiempo finito del error de identificación de los parámetros. Sin embargo, los algoritmos mencionados previamente no consideran parámetros variantes en el tiempo y perturbaciones externas dependientes del tiempo.

En el contexto de identificación de parámetros variantes en el tiempo, en Ortega et al. (2021), se asegura la convergencia asintótica a cero del error de identificación de los parámetros para cierta clase de modelos de regresión. A partir del algoritmo generalizado de gradiente, en Poon et al. (2017), se propone un algoritmo de identificación adaptable el cual garantiza la convergencia asintótica a cero del error de identificación de los parámetros. En Rueda-Escobedo and Moreno (2016), se asegura la identificación de parámetros variantes en el tiempo para modelos de regresión a través de algoritmos discontinuos. Sin embargo, los trabajos previos no consideran el efecto de perturbaciones externas dependientes del tiempo.

Por otro lado, distintas técnicas lidian con el problema de identificación de parámetros variantes en el tiempo en presencia de perturbaciones externas dependientes del tiempo. Por ejemplo, en Ríos et al. (2017) se propone un algoritmo adaptable para un modelo de regresión. El algoritmo asegura la convergencia a una región alrededor del origen para el error de identificación de los parámetros. En Chen et al. (2011), basándose en un esquema de un vector regresor acotado con LS, se propone un aproximador polinomial para identificar parámetros variantes en el tiempo. En Na et al. (2014) se propone un algoritmo de identificación de parámetros para sistemas no lineales parametrizados linealmente. Los algoritmos introducidos en Chen et al. (2011) y Na et al. (2014) aseguran la convergencia asintótica a una región alrededor del origen para el error de identificación de los parámetros. En cualquier caso, para los trabajos previamente mencionados, la región de convergencia del error de identificación de los parámetros depende de la perturbación y del parámetro variante en el tiempo.

Este artículo contribuye con un observador adaptable robusto para cierta clase de modelos de regresión afectados por perturbaciones externas dependientes del tiempo. El análisis de convergencia se basa en la teoría de Lyapunov. Las ventajas principales son las siguientes:

- Para el caso de parámetros constantes, el error de identificación de los parámetros converge asintóticamente a cero.
- Para el caso de parámetros variantes en el tiempo, contrario a los resultados en Ríos et al. (2017), Chen et al. (2011), y Na et al. (2014), el error de identificación de los parámetros converge asintóticamente a una región arbitrariamente pequeña alrededor del origen atenuando completamente el efecto de las perturbaciones externas.
- La síntesis del algoritmo es constructiva dado que está basada en la solución de una desigualdad lineal matricial (LMI).

Este artículo está organizado como se muestra a continuación. El planteamiento del problema se encuentra

en la Sección 2. El observador adaptable robusto y los resultados principales se presentan en la Sección 3. Los resultados de simulación y conclusiones se muestran en las Secciones 4 y 5, respectivamente.

Notación: Para una función Lebesgue medible $u : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^m$, se define la norma $\|u\|_{(t_0, t_1)} := \text{ess sup}_{t \in (t_0, t_1)} \|u(t)\|$ para $(t_0, t_1) \subset \mathbb{R}_{\geq 0}$, entonces $\|u\|_{\infty} := \|u\|_{(0, +\infty)}$ y el conjunto de funciones u con la propiedad $\|u\|_{\infty} < +\infty$ se denota como \mathcal{L}_{∞} . Se define la función $[a]^{\gamma} := |a|^{\gamma} \text{sign}(a)$, para cualquier $\gamma \geq 0$ y $a \in \mathbb{R}$; de acuerdo con la notación previa, $[a]^0 = \text{sign}(a)$. Para el caso $a \in \mathbb{R}^n$, $[a]^{\gamma} = [[a_1]^{\gamma}, [a_2]^{\gamma}, \dots, [a_n]^{\gamma}]^T$. Una secuencia de enteros $1, \dots, n$ está representada como $\overline{1, n}$. Se denota $0_{n \times m}$ como una matriz de ceros de dimensión $n \times m$, y I_n como una matriz identidad de dimensión n .

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considere el siguiente modelo de regresión perturbado:

$$\dot{y}(t) = \Gamma(t)\theta(t) + w(t), \quad (1)$$

donde $y(t) \in \mathbb{R}^m$ es la salida disponible para su medición, $\Gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times p}$ es una función continua del tiempo, $\theta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$ es el vector de parámetros desconocidos variantes en el tiempo, y $w : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ representa las perturbaciones externas dependientes del tiempo. El vector regresor satisface la Suposición 1.

Suposición 1. *El vector regresor Γ es conocido y satisface la condición de excitación persistente.*

Se considera que el número de parámetros a identificar es mayor o igual que el número de salidas disponibles para su medición, *i.e.*, $p \geq m$. Además, el vector de parámetros desconocidos satisface la siguiente suposición.

Suposición 2. *El vector de parámetros desconocidos y su derivada están acotados, *i.e.*, $\|\theta\|_{\infty} \leq \theta^+$ y $\|\dot{\theta}\|_{\infty} \leq \dot{\theta}$.*

Note que la mayoría de los parámetros en los sistemas dinámicos tienen valores admisibles cuyas cotas pueden ser evaluadas a partir de su naturaleza física (al igual que las variaciones en los parámetros). En este sentido, la Suposición 2 no restringe la clase de sistemas a los cuales se puede aplicar el algoritmo.

El objetivo de este manuscrito es identificar el vector de parámetros variantes en el tiempo en presencia de las perturbaciones externas dependientes del tiempo.

3. OBSERVADOR ADAPTABLE ROBUSTO

Se introduce el siguiente observador adaptable robusto:

$$\dot{\hat{y}} = L_1 \tilde{y} + L_2 [\tilde{y}]^0 + \Gamma(t)\hat{\theta}, \quad (2a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = L_3 \Gamma^T(t) [P\tilde{y} + \Lambda[\tilde{y}]^0] - L_4 \hat{\theta}, \quad (2b)$$

donde $\hat{y} \in \mathbb{R}^m$ es la estimación de la salida, $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^p$ es la identificación del parámetro, y $\tilde{y} = y - \hat{y}$. Las ganancias matriciales $L_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y $L_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ se diseñan tal que $-L_1$ es Hurwitz, y $0 < L_2 = \text{diag}\{l_{2i}\}$, para $i = \overline{1, m}$, mientras que la ganancia matricial L_3 , donde $0 < L_3 = \text{diag}\{l_{3j}\} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, con $j = \overline{1, p}$, $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}$, $\lambda_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, para $i = \overline{1, m}$,

$0 < P^\top = P \in \mathbb{R}^{m \times m}$, y la ganancia escalar $L_4 \geq 0$ son diseñadas más adelante. Note que si la ganancia matricial $L_2 = \Lambda = 0$, se recupera el observador adaptable clásico (Ioannou and Sun, 1996).

Tomando en cuenta el error de estimación de salida \tilde{y} , y el error de identificación de los parámetros $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, la dinámica del error está dada por

$$\dot{\tilde{y}} = -L_1 \tilde{y} - L_2 [\tilde{y}]^0 + \Gamma(t) \tilde{\theta} + w(t), \quad (3a)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -L_3 \Gamma^\top(t) [P \tilde{y} + \Lambda [\tilde{y}]^0] + L_4 \hat{\theta} + \dot{\theta}(t). \quad (3b)$$

El efecto de la variación del parámetro aparece en la ecuación del error de identificación de parámetros (3b), mientras que el efecto de las perturbaciones externas dependientes del tiempo aparece en la dinámica del error de estimación de salida (3a).

Suposición 3. El término de perturbación w satisface $\|w\|^2 \leq w^+$, donde $w^+ \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ es alguna constante positiva conocida.

Solo se requiere un conocimiento *a priori* de la constante w^+ . Si el valor es totalmente desconocido, la constante se puede sobreestimar como es usual en identificación de parámetros.

Las propiedades de convergencia del observador adaptable robusto (2) se describen en el siguiente teorema.

Teorema 1. Si la Suposición 1, 2 y 3 se satisfacen, y se aplica el observador adaptable robusto (2) al sistema (1). Entonces, suponga que existen matrices $0 < X^\top = X \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $0 < Y^\top = Y \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Phi = \text{diag}\{\phi_i\} > 0$, y $\Omega = \text{diag}\{\omega_i\}$, para $i = \overline{1, m}$, tal que la siguiente LMI

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} -L_1 X - X L_1^\top & Y - X L_1^\top \\ \star & -2Y + \eta \Lambda^{-2} \\ \star & \star \\ \star & \star \\ \star & \star \\ \hline I_m & X & 0 \\ I_m & 0 & \Omega \\ -\mu I_m & 0 & 0 \\ \star & -(\Phi + \Lambda) & 0 \\ \star & \star & -\Lambda \end{array} \right] \leq 0, \quad (4)$$

tiene solución para una $0 < \Lambda$, $-L_1$ Hurwitz, $L_3 > 0$, $\mu > 0$, y $\eta = \mu w^+ / m$ fijos. Si los parámetros del observador se seleccionan tal que $L_4 > 1$, $L_2 = Y \Lambda$, y $P = X^{-1}$; entonces, $[\tilde{y}^\top, \tilde{\theta}^\top] = 0$ es globalmente prácticamente uniformemente asintóticamente estable (prácticamente GUAS).

Es posible mostrar que el error de identificación paramétrica converge a una vecindad del origen. Sin embargo, la región de convergencia es inversamente proporcional al tamaño de L_3 . Entonces, L_3 puede ser seleccionada arbitrariamente grande con el fin de obtener una región de convergencia arbitrariamente pequeña. Además, la LMI propuesta (4) brinda un método constructivo para diseñar L_2 y P , mientras que Λ , L_1 y L_3 sirven como parámetros de inicialización.

El siguiente corolario describe las propiedades de convergencia del observador adaptable considerando el caso libre de perturbaciones y parámetros constantes, *i.e.*, $w \equiv 0$ y $\dot{\theta} \equiv 0$.

Corolario 1. Considere que las condiciones del Teorema 1 se satisfacen y que $w \equiv 0$ y $\dot{\theta} = 0$. Si la ganancia L_4 se selecciona como $L_4 = 0$; entonces, $[\tilde{y}^\top, \tilde{\theta}^\top] = 0$ es GUAS.

Cabe resaltar que también se puede abordar el caso donde el número de parámetros es menor al número de salidas, *i.e.*, $p < m$. Para este caso, se pueden tomar únicamente el número de salidas igual al número de parámetros a identificar, *i.e.*, $m = p$, tales que la Suposición 1 se cumpla.

En la siguiente sección, se aplica el observador adaptable robusto a un sistema carro-péndulo para ilustrar el desempeño del algoritmo.

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El carro péndulo consiste en un péndulo que rota en el plano vertical alrededor de un eje localizado en el carro. El carro se puede mover a lo largo del riel horizontal, acostado en el plano de rotación. El vector de estado está dado por $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^\top$, donde $x_1 \in \mathbb{R}$ es la posición del carro, $x_2 \in \mathbb{R}$ es el ángulo entre la dirección vertical y el péndulo, x_3 y x_4 es la velocidad del carro y el péndulo, respectivamente.

Una fuerza de control $F = p_1 u$ es aplicada al carro producida por un motor de DC controlado por una señal de voltaje u dada por una modulación de ancho de pulso (PWM). La masa del péndulo es $m_p = 0.12$ [kg] y del carro $m_c = 0.57$ [kg] mientras que la masa total se denota como $m = m_c + m_p$. La distancia desde el eje de rotación del péndulo al centro de masa del sistema es $l = 0.01$ [m]. El momento de inercia del péndulo está dado por $J = 0.0039$ [kgm²]. La fricción del carro está compuesta por dos fuerzas: la fricción estática y viscosa, $f_s \text{sign}(x_3)$ y $f_c(t)x_3$, respectivamente. Además, se encuentra presente la fricción en el movimiento angular del péndulo, denotada por $f_p x_4$. La dinámica del sistema está descrita por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}_1(t) = x_3, \quad (5a)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_4, \quad (5b)$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{a_1 k_1(x, u) + a_2(x_2) k_2(x_2)}{J + m l^2 \sin^2(x_2)} + w(t), \quad (5c)$$

$$\dot{x}_4(t) = \frac{a_2(x_2) k_1(x, u) + k_2(x)}{J + m l^2 \sin^2(x_2)}, \quad (5d)$$

donde

$$a_1 = l^2 + \frac{J}{m}, \quad a_2(x_2) = l \cos(x_2),$$

$$k_1(x, u) = p_1 u(t) - f_s \text{sign}(x_3) - f_c(t)x_3 - m l x_4^2 \sin x_2(t) - f_p x_4,$$

$$k_2(x_2) = m g l \sin(x_2),$$

$$w(t) = 0.2 \cos(t) + 0.5.$$

Para este caso, los parámetros a identificar son los parámetros de la fricción y la fuerza de la señal de PWM,

i.e., $f_s, f_c(t), f_p$, y p_1 . Entonces, la dinámica (5c) puede ser reescrita como a continuación

$$\dot{x}_3(t) = \Gamma(t)\theta(t) + h(x(t)) + w(t),$$

donde

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \frac{a_1}{J + ml^2 \sin^2(x_2)} [-\text{sign}(x_3) \quad -x_3 \quad -x_4 \quad u], \\ \theta^\top(t) &= [f_s \quad f_c(t) \quad f_p \quad p_1], \\ u(t) &= 0.4 \sin(5t) + 0.1 \cos(0.1t) + 3.2 \sin(12t), \\ h(x(t)) &= \frac{a_2(x_2)k_2(x_2) - a_1 ml x_4^2 \sin(x_2)}{J + ml^2 \sin^2(x_2)}. \end{aligned}$$

Los parámetros de fricción y de fuerza de control pueden ser identificados solo usando (5c). En este sentido, el observador adaptable puede ser diseñado como se muestra:

$$\dot{\hat{x}}_3 = L_1 \tilde{x}_3 + L_2 [\tilde{x}_3]^0 + \Gamma(t)\hat{\theta} + h(x(t)), \quad (6a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = L_3 \Gamma^\top(t) [P\tilde{x}_3 + \Lambda [\tilde{x}_3]^0] - L_4 \hat{\theta}. \quad (6b)$$

donde $\tilde{x}_3 = x_3 - \hat{x}_3$. Los valores de los coeficientes de fricción son $f_s = 1.89$ [kg/m], $f_c(t) = 0.3 \sin(1.4t)$ [Ns/m], y $f_p = 0.27$ [Nms/rad], mientras que la fuerza de control de la señal PWM es $p_1 = 9.1$ [N].

Las simulaciones se han realizado en MATLAB con el método de discretización de Euler con un tiempo de muestreo igual a 1 [ms], mientras que la solución de la LMI se obtiene a través del solucionador SDPT3, sobre YALMIP en MATLAB.

Fijando $L_1 = 10$, $L_3 = 850I_4$, $L_4 = 1.11$, $w^+ = 0.7$, y $\Lambda = 1$. Entonces, la solución de la LMI (4) está dada por: $P = 0.60$, $\Phi = 18.89$, $\Omega = 3.99$, $L_2 = 1.54$. Las condiciones iniciales para x son $x(0) = [0.15, 0.2, 0.1, 0.1]^\top$ y las condiciones iniciales para el observador $\hat{x}(0) = [0, 0, 0, 0]^\top$ y $\hat{\theta}(0) = [0, 0, 0, 0]^\top$.

Para fines de comparación, se implementa el observador adaptable clásico (Ioannou and Sun, 1996). Para simplificar la nomenclatura, se introduce el sub-índice CA para los resultados del observador adaptable clásico. Además, los parámetros del observador L_1 , L_3 , y P del observador adaptable clásico son los mismos que los del observador adaptable robusto.

La norma del error de estimación de salida se muestra en la Fig. 1. Consecuentemente, la salida estimada converge al valor real. En contraste, el algoritmo clásico logra que el error de estimación de salida converja a una mayor región alrededor del origen.

La Fig. 2 muestra el parámetro θ y su valor identificado $\hat{\theta}$. Las Figs. 2a, 2b, 2c, y 2d muestran el valor real y el identificado de $f_s, f_c(t), f_p$, y p_1 , respectivamente. La norma del error de identificación del parámetro se muestra en la Fig. 3. La identificación del parámetro converge a una región alrededor del origen debido a las variaciones de los parámetros, mientras que el observador adaptable clásico converge a una región más grande del valor real.

5. CONCLUSIONES

Este manuscrito contribuye con un observador adaptable robusto para modelos de regresión perturbados. Se con-

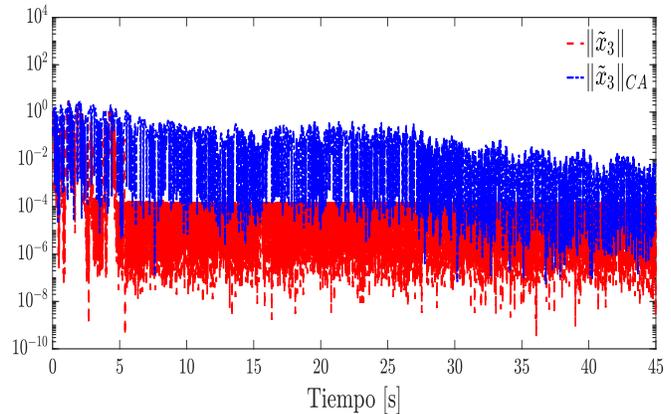
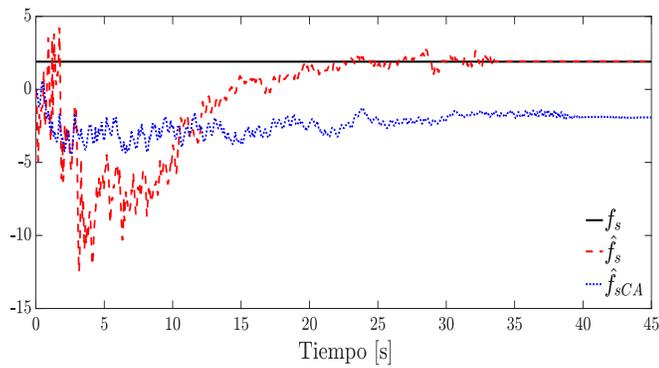


Figura 1. Norma del error de estimación de salida

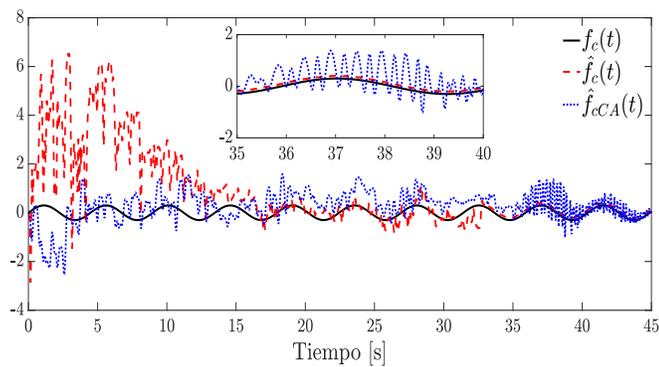
sideran dos casos: variantes en el tiempo y parámetros constantes. El observador adaptable propuesto garantiza la convergencia asintótica a cero del error de identificación de los parámetros para parámetros constantes desconocidos. Para el caso de parámetros variantes en el tiempo, el observador adaptable robusto asegura la convergencia asintótica del error de identificación de los parámetros a una región arbitrariamente pequeña alrededor del origen en presencia de perturbaciones externas dependientes del tiempo. La síntesis del observador adaptable robusto está dada por un método constructivo basado en la solución de una desigualdad lineal matricial. Simulaciones numéricas en un sistema carro péndulo ilustran las propiedades de convergencia del observador adaptable.

REFERENCIAS

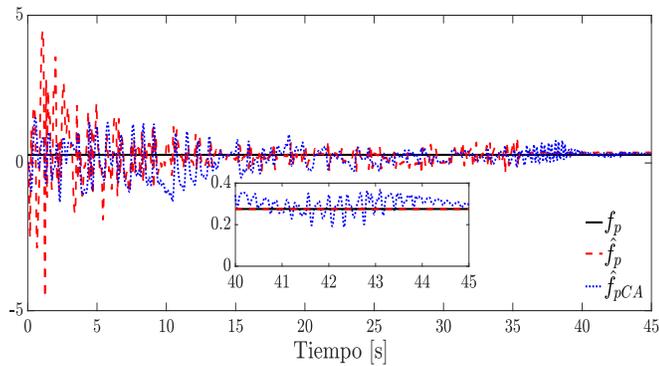
- Asprou, M. and Kyriakides, E. (2017). Identification and estimation of erroneous transmission line parameters using PMU measurements. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 32, 2510–2519.
- Ballesteros, M., Polyakov, A., Efimov, D., Chairez, I., and Poznyak, A. (2021). Non-parametric identification of homogeneous dynamical systems. *Automatica*, 129, 109600.
- Chen, B., Zhu, Y., Hu, J., and Principe, J. (2013). *System Parameter Identification: Information Criteria and Algorithms*. Springer, London.
- Chen, J., Zhang, G., and Li, Z. (2011). Online parameter estimation for a class of time-varying continuous systems with bounded disturbances. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 25, 18–32.
- García-Marquez, F. and García, C. (2020). Parameter estimation and performance comparison of friction models for pneumatic valves. *Control Engineering Practice*, 104, 104629.
- Ioannou, P. and Sun, J. (1996). *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall, Inc., New Jersey, USA.
- Jin, H., Liu, Z., Zang, H., Liu, Y., and Zhao, J. (2018). A dynamic parameter identification method for flexible joints based on adaptive control. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 23, 2896–2908.
- Kapetina, M., Repaic, M., Pisano, A., and Jelacic, Z. (2019). Adaptive parameter estimation in LTI systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 64, 4188–4195.



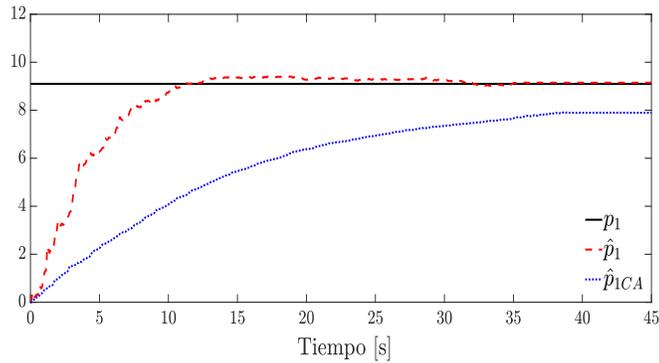
(a) Identificación del parámetro f_s



(b) Identificación del parámetro f_c



(c) Identificación del parámetro f_p



(d) Identificación del parámetro p_1

Figura 2. Identificación de los parámetros desconocidos

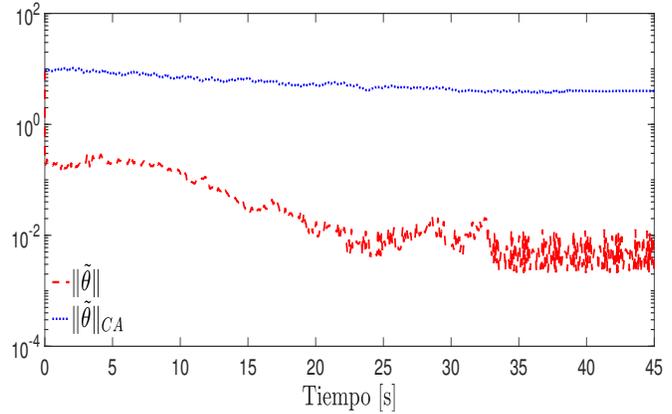


Figura 3. Norma del error de identificación de los parámetros

- Keesman, K. (2011). *System Identification*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer, London.
- Liu, Y., Wang, H., and Zhang, W. (2021). Robust parameter estimation with outlier-contaminated correlated measurements and applications to aerodynamic coefficient identification. *Aerospace Science and Technology*, 118, 106995.
- Luspay, T. and Grigoriadis, K. (2016). Adaptive parameter estimation of blood pressure dynamics subject to vasoactive drug infusion. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24, 779–787.
- Na, J., Yang, J., Ren, X., and Guo, Y. (2014). Robust adaptive estimation of nonlinear system with time-varying parameters. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 29, 1055–1072.
- Na, J., Yuang, J., Wu, X., and Guo, Y. (2015). Robust adaptive parameter estimation of sinusoidal signals. *Automatica*, 53, 376–384.
- Nevaranta, N., Parkkinen, J., Lindh, T., Niemela, M., Pyrhonen, O., and Pyrhonen, J. (2015). Online estimation of linear tooth belt drive system parameters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62, 7214–7223.
- Ortega, R., Gromov, V., Nuño, E., Pyrkin, A., and Romero, J. (2021). Parameter estimation of nonlinearly parameterized regressions without overparameterization: Application to adaptive control. *Automatica*, 127, 109544.
- Poon, J., Jain, P., Spanos, C., Kumar, S., and Sanders, S. (2017). Fault prognosis for power electronics systems using adaptive parameter identification. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53, 2862–2870.
- Reed, D., Sun, J., and Hofmann, G. (2017). Simultaneous identification and adaptive torque control of permanent magnet synchronous machines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25, 1372–1383.
- Ríos, H., Efimov, D., Moreno, J., Perruquetti, W., and Rueda-Escobedo, J. (2017). Time-varying parameter identification algorithms: Finite and fixed-time convergence. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62, 3671–3678.
- Rueda-Escobedo, J. and Moreno, J. (2016). Discontinuous gradient algorithm for finite-time estimation of time-varying parameters. *International Journal of Control*,

89, 1838–1848.

Yang, C., Jiang, Y., He, W., Na, J., Li, Z., and Xu, B. (2018). Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65, 8112–8123.