

Sensor fault detection in a biohydrogen production process based on an interval observer and adaptive thresholds

Ixbalank Torres* Jesús David Avilés** Alejandro Vargas***

* *C.A. Telemática, Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad de Guanajuato, Carretera Salamanca - Valle de Santiago km 3.5 + 1.8 Comunidad de Palo Blanco, C.P. 36885 Salamanca Gto., México.
(e-mail: ixbalank@ugto.mx)*

** *Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Administrativas y Sociales, Universidad Autónoma de Baja California, Boulevard Universidad No. 1, San Fernando, C.P. 21460 Tecate B.C., México.
(e-mail: david.aviles@uabc.edu.mx)*

*** *Laboratorio de Investigación en Procesos Avanzados de Tratamiento de Aguas, Instituto de Ingeniería - UNAM, Boulevard Juriquilla 3001, Juriquilla, C. P. 76320 Querétaro Qro., México*

Abstract: In this paper, an interval observer-based fault detection strategy is proposed to deal with faults in the hydrogen flow rate sensor of a biohydrogen production process. A control \mathcal{H}_∞ -based robust interval observer is designed to: (i) estimate the glucose and biomass concentrations from measurements of the hydrogen flow rate produced, (ii) attenuate the effect of the unknown inlet glucose concentration, and (iii) detect faults in the hydrogen flow rate sensor through adaptive thresholds. The gain is designed by solving a semi-definite optimization problem subject to LMIs. The feasibility of the proposed strategy is demonstrated by simulations.

Keywords: Fault detection, interval observer, adaptive thresholds, control \mathcal{H}_∞ , biohydrogen production.

1. INTRODUCCIÓN

La fermentación oscura es un proceso de producción de hidrógeno que ocurre cuando se detiene un proceso de digestión anaerobia antes de la metanogénesis y envuelve un conjunto de variables de estado, las cuales pueden ser estimadas por medio de observadores (sensores de software). Tal conocimiento puede ayudar a tomar decisiones para mantener la ruta metabólica de los microorganismos, la cual afecta la eficiencia del proceso y la calidad del biogás producido. Sin embargo, diferentes fallas o desempeños imperfectos de los sensores pueden aparecer durante la operación de un bioreactor de fermentación oscura. Estas fallas pueden detectarse por medio de estrategias de detección de fallas.

Pocos trabajos se han desarrollado para estimar el estado de un proceso de producción de biohidrógeno y detectar la ocurrencia de fallas. Este hecho motivó el presente trabajo. Por ejemplo, Nuñez et al. (2012) diseñaron un observador de modos deslizantes de primer orden para estimar la biomasa y la tasa de crecimiento a partir de mediciones continuas del volumen de hidrógeno producido en un proceso de fotofermentación con bacterias fotosintéticas *Rhodobacter capsulatus*. Nuñez et al. (2014) propusieron un observador de modos

deslizantes de segundo orden para estimar la biomasa y la tasa de crecimiento en un proceso de producción de biohidrógeno basado en mediciones con ruido. Torres-Zúñiga et al. (2015) propusieron un observador de Luenberger acoplado a un observador super-twisting para estimar la concentración de la glucosa en la entrada de un proceso de fermentación oscura para la producción de biohidrógeno, midiendo el flujo de hidrógeno producido. Esta idea es aplicada en la validación experimental por Torres-Zúñiga et al. (2018) para maximizar la producción de biohidrógeno en el bioreactor. Recientemente, Torres and Avilés (2021) propusieron una estrategia para detectar fallas en el sensor de flujo del hidrógeno producido en un proceso de fermentación oscura.

En este artículo, proponemos una estrategia de detección de fallas en el sensor del flujo de hidrógeno producido en un proceso de fermentación oscura, basada en un observador de intervalo, como lo muestra el esquema de la figura 1. Considerando el modelo del proceso de fermentación oscura propuesto en (Torres-Zúñiga et al., 2015), diseñamos un observador intervalo basado en la teoría de control \mathcal{H}_∞ para: (i) estimar las concentraciones de glucosa y la biomasa a partir de las mediciones del flujo de hidrógeno producido, (ii) atenuar la influencia de la concentración de glucosa desconocida en la en-

trada del biorreactor, y (iii) detectar fallas en el sensor del flujo de hidrógeno producido. El diseño de la ganancia del observador se propone por medio de un problema de optimización semi-definida sujeto a condiciones en forma de desigualdades matriciales lineales (LMI).

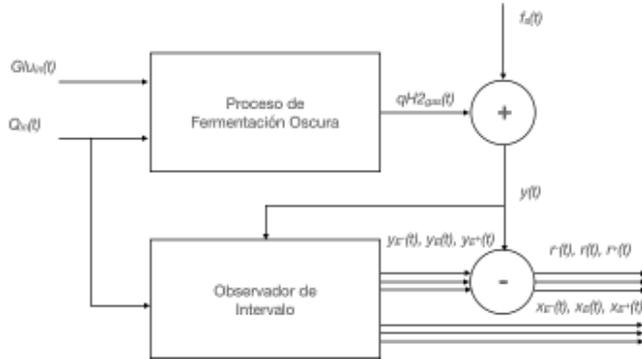


Fig. 1. Esquema de detección de fallas en el sensor de flujo de hidrógeno.

Notación: El símbolo \succeq denota un orden parcial para dos vectores $x, z \in \mathbb{R}^n$, si $x_i \geq z_i$ para todo $i = 1, \dots, n$ entonces $x \succeq z$. También, el orden parcial es expresado para dos matrices $A, B \in \mathbb{R}^n$, si $A_{ij} \geq B_{ij}$ entonces $A \succeq B$. En particular, si $x \succeq 0$ entonces x es un vector no negativo, i.e. $x_i \geq 0$ para todo $i = 1, \dots, n$. Una matriz no negativa $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ se denotará como $A \succeq 0$, si y solo si $A_{ij} \geq 0$ con $1 \leq i, j \leq n$. Esta notación no se debe confundir con la notación de una matriz definida positiva P (resp. positiva semi-definida), la cual es representada como $P = P^T > 0$ (resp. $P = P^T \geq 0$). Además, $M = \max\{A, B\}$ es la matriz en la cual cada entrada $m_{ij} = \max\{a_{ij}, b_{ij}\}$. Definimos $N^+ = \max\{N, 0_{p \times m}\}$ y $N^- = N^+ - N$. Finalmente, el valor absoluto por elementos es definido como $|N| = N^+ + N^-$.

2. MODELO DEL PROCESO DE PRODUCCIÓN DE BIOHIDRÓGENO

En esta sección se introduce el modelo no lineal del proceso de producción de biohidrógeno y el modelo linealizado usado para diseñar el observador intervalo.

2.1 Modelo no lineal

Torres-Zúniga et al. (2015) desarrollaron un modelo del proceso de producción de biohidrógeno de interés basado en el modelo ADM1. Debido a que estamos interesados en detectar fallas en el sensor de flujo de hidrógeno, en este trabajo se considerarán solo las variables de estado relacionadas con las dinámicas del flujo de hidrógeno producido.

En la fase líquida, las variables de estado relacionadas con las dinámicas del hidrógeno en el proceso de producción de biohidrógeno son modeladas por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE),

$$\begin{bmatrix} \dot{Glu} \\ \dot{X} \\ \dot{H}_2 \end{bmatrix} = Kr - D \begin{bmatrix} Glu - Glu_{in} \\ X \\ H_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho_{H_2} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde Glu , X , y H_2 representan las concentraciones (en gL^{-1}) de glucosa, biomasa e hidrógeno, respectivamente, en la fase líquida. El vector r describe las cinéticas de las reacciones biológicas envueltas (en $gL^{-1}d^{-1}$), $D = Q_{in}/V$ es la tasa de dilución (en d^{-1}), Q_{in} es el flujo de alimentación (en Ld^{-1}), V es el volumen en la fase líquida (en L), Glu_{in} es la concentración de glucosa en la entrada del biorreactor (en gL^{-1}) y ρ_{H_2} es el flujo de gas que se transfiere de la fase líquida a la fase gaseosa (en $gL^{-1}d^{-1}$). Finalmente, $K \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ representa la matriz de coeficientes pseudo-estequiométricos $K_{i,j}$, con $i \in \{1, 2, 3\}$ y $j \in \{1, 2\}$.

La ruta de las reacciones es descrita por dos reacciones de tipo Monod que ocurren en paralelo. De esta manera, el vector r está compuesto de las tasas de consumo específico de glucosa multiplicadas por la concentración de biomasa en el biorreactor:

$$r = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{max,1}Glu}{K_{Glu,1} + Glu} \\ \frac{\mu_{max,2}Glu}{K_{Glu,2} + Glu} \end{bmatrix} X, \quad (2)$$

donde $\mu_{max,l}$ es la máxima tasa de crecimiento específico de los microorganismos (en $g[Glu]g[X]^{-1}d^{-1}$) y $K_{Glu,l}$ es la constante de saturación media (en gL^{-1}) para $l = 1, 2$.

La ODE que describe las dinámicas del hidrógeno en la fase gaseosa con volumen de gas constante está dada por

$$\dot{H}_{2,gas} = -\frac{H_{2,gas}Q_{gas}}{V_{gas}} + \rho_{H_2} \frac{V}{V_{gas}}, \quad (3)$$

donde $H_{2,gas}$ es la concentración de hidrógeno (en gL^{-1}) en la fase gaseosa, Q_{gas} es el flujo total del biogás producido (en Ld^{-1}), disponible por medio de mediciones, y V_{gas} es el volumen de la fase gaseosa (en L).

El flujo del gas hidrógeno ρ_{H_2} es calculado mediante la transferencia del gas de la fase líquida a la fase gaseosa, mientras que las concentraciones de hidrógeno en la interfaz líquido-gas en equilibrio es calculada considerando la ley de Henry, como

$$\rho_{H_2} = k_L a_{H_2} (H_2 - M_{H_2} K_{H,H_2} p_{H_2,gas}) \quad (4)$$

donde $k_L a_{H_2}$ es el coeficiente global de transferencia de masa de la fase líquida a la fase gaseosa (en d^{-1}), M_{H_2} es la masa molar del hidrógeno (en $g mol^{-1}$) y K_{H,H_2} es el coeficiente de la ley de Henry para el hidrógeno (en $molL^{-1}bar^{-1}$).

La presión del gas hidrógeno es calculada usando la ley de los gases ideales como

$$p_{H_2,gas} = \frac{H_{2,gas}RT_{reac}}{M_{H_2}} \quad (5)$$

donde R es la constante de los gases ideales (en $barLK^{-1}mol^{-1}$) y T_{reac} el la temperatura en el bioreactor (in K).

El flujo de hidrógeno producido $q_{H_2,gas}$ (in Ld^{-1}) está dado por

$$q_{H_2,gas} = \frac{RT_{amb}}{P_{atm} - p_{vap,H_2O}} \left(\frac{\rho_{H_2}}{M_{H_2}} \right).$$

donde T_{amb} es la temperatura ambiente (en K), P_{atm} es la presión atmosférica (en bar) y p_{vap,H_2O} es la presión del vapor de agua (en bar).

Derivando $q_{H_2,gas}$ con respecto al tiempo, se obtienen las dinámicas del flujo de hidrógeno producido como

$$\begin{aligned} \dot{q}_{H_2,gas} = & - \left(1 + K_{H,H_2} \frac{RT_{reac}}{V_{gas}} \right) k_L a_{H_2} M_{H_2} q_{H_2,gas} \\ & + k_L a_{H_2} \frac{RT_{amb}}{P_{atm} - p_{vap,H_2O}} V (K_{3,1}r_1 + K_{3,2}r_2 \\ & - DH_2 + K_{H,H_2} \frac{RT_{reac}}{V_{gas}} \frac{Q_{gas}}{H_{2,gas}}) \end{aligned} \quad (6)$$

Sin embargo, si ocurre una falla en el sensor del flujo de hidrógeno producido, se puede proponer la salida medida como

$$y = q_{H_2,gas} + f_s, \quad (7)$$

donde f_s representa la falla en el sensor de la salida medida.

Defínase el vector z como

$$z = \begin{bmatrix} Glu \\ X \\ H_2 \\ H_{2,gas} \\ q_{H_2,gas} \end{bmatrix}.$$

Entonces, el modelo no lineal (1)-(7) se puede representar en forma matricial como

$$\Sigma_N : \begin{cases} \dot{z}(t) = f(z) + g(z, w)u(t), & z(t_0) = z_0, \\ y(t) = z_5(t) + f_s(t), \end{cases} \quad (8)$$

donde $u = Q_{in}$ representa la entrada controlada y $w = Glu_{in}$ es una entrada no controlada.

La matriz de parámetros pseudo-estequiométricos, los parámetros cinéticos y los parámetros físico-químicos del modelo (1) se tomaron de (Torres-Zúñiga et al., 2015).

2.2 Modelo linealizado

Linealizando el modelo no lineal Σ_N en (8) al rededor del punto de operación (z^*, u^*, w^*), se obtiene el siguiente modelo lineal de orden reducido:

$$\Sigma_L : \begin{cases} \dot{\bar{z}}(t) = A_z \bar{z}(t) + B_{uz} \bar{u}(t) + B_{wz} \bar{w}(t), & \bar{z}(t_0) = \bar{z}_0, \\ \bar{y}(t) = C_z \bar{z}(t) + f_s(t). \end{cases} \quad (9)$$

donde $A_z \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, $B_{uz} \in \mathbb{R}^5$ y $B_{wz} \in \mathbb{R}^5$ son definidas como las matrices Jacobianas de $f(z) + g(z, w)u$ con respecto a z , u y w , respectivamente. Además,

$$C_z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1],$$

y

$$\begin{aligned} \bar{z} &= z - z^*, \\ \bar{u} &= u - u^*, \\ \bar{w} &= w - w^*. \end{aligned}$$

Puesto que las variables de estado H_2 , $H_{2,gas}$ y $q_{H_2,gas}$ son linealmente dependientes, el par (A_z, C_z) no es observable. La condición de observabilidad se puede alcanzar al considerar el vector de estados $x \in \mathbb{R}^3$ definido como

$$x = \begin{bmatrix} Glu \\ X \\ q_{H_2,gas} \end{bmatrix}.$$

Así, se considera un nuevo modelo en espacio de estados lineal dado por el siguiente sistema de ODEs:

$$\Upsilon_L : \begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A \bar{x}(t) + B_u \bar{u}(t) + B_w \bar{w}(t), & \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0, \\ \bar{y}(t) = C \bar{x}(t) + f_s(t), \end{cases} \quad (10)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $B_u \in \mathbb{R}^3$ y $B_w \in \mathbb{R}^3$ son las submatrices de A_z , B_{uz} y B_{wz} relacionadas con el vector de estados x , respectivamente. En este caso, la variable de estado x_3 representa el flujo de hidrógeno producido. La matriz de salida C está ahora definida como

$$C = [0 \ 0 \ 1].$$

De esta forma, $\bar{y} = \bar{x}_3 + f_s$ con, $\bar{x} = x - x^*$.

La concentración de glucosa en la entrada del bioreactor varía entre 0 y 25 gL^{-1} (Torres-Zúñiga et al., 2018). De esta manera, la perturbación w pertenece al dominio \mathcal{D}_w definido como

$$\mathcal{D}_w = \{w \in \mathbb{R} | 0 < w \leq 25\}.$$

Por lo tanto, se debe considerar un valor $w^* \in (0, 25]$.

A partir de los valores extremos de la entrada desconocida w , se define un polígono de dos vértices que describe las

incertidumbres de la matriz A , el cual se encuentra dentro del dominio convexo definido como

$$\mathcal{D}_A = \{A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} | A = \lambda A_1 + (1 - \lambda)A_2, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

donde A_1 y A_2 son los vértices del polígono \mathcal{D}_A . Similarmente, a partir de los valores extremos de la entrada de control $u \in (0, 5]$ (Torres-Zúniga et al., 2018), se define un polígono de dos vértices para describir las incertidumbres de la matriz B_w , la cual se encuentra dentro del dominio convexo definido como

$$\mathcal{D}_{B_w} = \{B_w \in \mathbb{R}^3 | B_w = \lambda B_{w,1} + (1 - \lambda)B_{w,2}, 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

donde $B_{w,1}$ y $B_{w,2}$ son los vértices del polígono \mathcal{D}_{B_w} .

3. OBSERVADOR DE INTERVALO

En esta sección, presentamos el diseño de un observador intervalo, basado en la estructura reportada en Meslem et al. (2020), para el modelo lineal Γ_L en el espacio de estados en presencia de perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Método de diseño fusiona la técnica \mathcal{H}_∞ con la ubicación de polos en una región de estabilidad (Chilali and Gahinet, 1996) y el modelado de las incertidumbres paramétricas en conjuntos convexos (D. Arzelier, 1993).

Consideramos que las siguientes suposiciones son satisfechas en el sistema lineal Γ_L .

Suposición 1. El par (A_i, C) es detectable, donde A_i son los vértices del polígono \mathcal{D}_A . Esta suposición se respeta sin problemas pues los pares (A_i, C) son observables.

Suposición 2. Asumimos que conocemos las cotas superior e inferior $(\bar{x}^+(t_0), \bar{x}^-(t_0))$ para la condición inicial, tal que se cumple la desigualdad siguiente

$$\bar{x}^+(t_0) \succeq \bar{x}(t_0) \succeq \bar{x}^-(t_0), \quad (11)$$

y la perturbación $\bar{w}(t)$ es también acotada de la forma,

$$\bar{w}^+(t) \succeq \bar{w}(t) \succeq \bar{w}^-(t), \quad \forall t \geq 0, \quad (12)$$

donde $\bar{w}^+(t)$ y $\bar{w}^-(t)$ son cotas conocidas. Las cotas definidas en (11) y (12) son conocidas para el proceso de producción de hidrógeno (Torres-Zúniga et al., 2015; Torres-Zúniga et al., 2018).

Tomando en cuenta el trabajo presentado en (Meslem et al., 2020), primeramente consideramos la estructura de un observador Luenberger para el modelo lineal del fermentador oscuro, como en (Torres and Avilés, 2021), dada por las ecuaciones siguientes

$$\Upsilon_{O_1} : \begin{cases} \dot{\hat{\xi}}(t) = A\xi(t) + B_u \bar{u}(t) + L(\bar{y}(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C\xi(t), \end{cases} \quad (13)$$

donde $\xi(t)$ representa la estimación del estado real $\bar{x}(t)$. L es la matriz de diseño que asegura la propiedad de convergencia del observador. Definiendo el error de estimación como $e(t) \triangleq \bar{x}(t) - \xi(t)$, entonces las dinámicas resultantes, para el caso libre de falla $f_s(t) = 0$, están dadas por

$$\Upsilon_E : \begin{cases} \dot{e}(t) = A_L e(t) + B_w \bar{w}(t), \\ y_e(t) = I_3 e(t), \quad e(t_0) = e_0, \end{cases} \quad (14)$$

donde $\bar{w}(t)$ representa la entrada desconocida acotada y la matriz $A_L = A - LC$. I_3 es la matriz identidad de dimensiones 3×3 . El comportamiento del error de estimación puede ser analizado usando la solución del sistema lineal Υ_E , la cual es expresada como sigue

$$e(t) = \Phi(t, t_0) e(t_0) + \sigma(t), \quad (15)$$

donde

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B_w \bar{w}(\tau) d\tau, \quad (16)$$

con $\Phi(t, t_0) = \exp(A_L(t - t_0))$ es la matriz de transición de estados del sistema Υ_E en (14).

Note que la función de transferencia a partir de $\bar{w}(t)$ a $e(t)$ está dada por

$$G_{we}(s) = (sI_n - A_L)^{-1} B_w. \quad (17)$$

Adicionalmente, el observador (13) en Υ_{O_1} es combinado con un predictor de intervalo, el cual está definido por las ecuaciones siguientes

$$\Upsilon_{O_2} : \begin{cases} \dot{\sigma}^+(t) = \Phi^+(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^+ - B_w^- \bar{w}^-) - \\ \quad \Phi^-(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^- - B_w^- \bar{w}^+), \\ \dot{\sigma}^-(t) = \Phi^+(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^- - B_w^- \bar{w}^+) - \\ \quad \Phi^-(t, t_0) (B_w^+ \bar{w}^+ - B_w^- \bar{w}^-), \end{cases} \quad (18)$$

$$\Upsilon_{O_3} : \begin{cases} \bar{x}^+(t) = \xi(t) + \Phi^+(t, t_0) e^+(t_0) + \\ \quad \sigma^+(t) - \Phi^-(t, t_0) e^-(t_0), \\ \bar{x}^-(t) = \xi(t) + \Phi^+(t, t_0) e^-(t_0) + \\ \quad \sigma^-(t) - \Phi^-(t, t_0) e^+(t_0), \end{cases} \quad (19)$$

donde $\bar{x}^+(t)$ y $\bar{x}^-(t)$ son las cotas superior e inferior del vector de estado $\bar{x}(t)$, $(\Phi^+(t, t_0), \Phi^-(t, t_0))$ y $(\sigma^+(t), \sigma^-(t))$ son las descomposiciones positivas de $\Phi(t, t_0)$ y $\sigma(t)$, respectivamente. Por otro lado, $e^+(t_0) = \bar{x}^+(t_0) - \xi(t_0)$ y $e^-(t_0) = \bar{x}^-(t_0) - \xi(t_0)$ son las cotas superior e inferior, representaciones positivas, del error de estimación inicial $e(t_0)$.

Nota 3. A partir de las ecuaciones de las cotas superior e inferior en Υ_{O_3} en (19), se pueden obtener las cotas de los errores de estimación, dadas por

$$\begin{aligned} e^+(t) &= \sigma^+(t) + \Phi^+(t, t_0) e^+(t_0) - \Phi^-(t, t_0) e^-(t_0), \\ e^-(t) &= \sigma^-(t) + \Phi^+(t, t_0) e^-(t_0) - \Phi^-(t, t_0) e^+(t_0). \end{aligned}$$

La siguiente proposición establece las condiciones de acotamiento superior e inferior (predictor de intervalo) para las soluciones de Υ_E en (14).

Proposición 4. (Meslem et al. (2020)). Consideramos que el modelo lineal $(\Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$ en (18)-(19) proporciona un aco-

tamiento del error de estimación $e(t)$, es decir, existen cotas superior e inferior ($e^-(t_0)$, $e^+(t_0)$) tal que

$$e^+(t_0) \succeq e(t_0) \succeq e^-(t_0), \quad (20)$$

son satisfechas. Entonces, las soluciones de $(\Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$ satisfacen, para todo $e(t)$, las siguientes desigualdades

$$e^+(t) \succeq e(t) \succeq e^-(t). \quad (21)$$

Si la matriz A_L es Hurwitz, entonces

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (e^+(t) - e^-(t)) \preceq c, \quad (22)$$

para toda condición inicial $e(t_0) \in \mathcal{E}_0$, donde c es un vector real positivo.

El objetivo del observador de intervalo es reconstruir el vector de estado $\bar{x}(t)$ a partir de mediciones del flujo de hidrógeno producido ($q_{H_2, gas}(t)$), haciendo uso de la estructura del observador de intervalo propuesta por Meslem et al. (2020), dado por el observador de Luenberger Υ_{O_1} combinado con el predictor de intervalo $(\Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$, para el fermentador oscuro descrito por el modelo en espacio de estado (1)-(7). Para lograr este objetivo, diseñamos la ganancia del observador de intervalo L para garantizar que el error de estimación $e(t)$ converja a una vecindad del origen bajo condiciones libres de falla $f_s(t) = 0$, incluso si el sistema Υ_L en (10) está en presencia de perturbaciones $\bar{w}(t)$. En particular, la ganancia del observador de intervalo es elegida de manera óptima resolviendo el problema de optimización semi-definida para minimizar la norma \mathcal{H}_∞ de la función de transferencia $G_{we}(s)$ tal que se disminuye la influencia de la perturbación $\bar{w}(t)$ y las incertidumbres paramétricas del modelo linealizado sobre el error de estimación $e(t)$, acelerando su dinámica mediante la ubicación de los polos dentro de una región de estabilidad $\mathcal{S}(d, r, \theta) = \mathcal{C}_{stab_1} \cap \mathcal{C}_{stab_2} \cap \mathcal{C}_{stab_3}$, representada como la intersección de una sección cónica, relacionado con el ángulo θ , el interior de un disco de radio r centrado en el origen, y un semiplano izquierdo con distancia d al eje imaginario, donde

- $\mathcal{C}_{stab_1} = \{s \in \mathcal{C} \mid \text{Re}(s) < -d\}$, semiplano izquierdo.
- $\mathcal{C}_{stab_2} = \{s \in \mathcal{C} \mid \|s\| < r\}$, círculo centrado en el origen.
- $\mathcal{C}_{stab_3} = \{s \in \mathcal{C} \mid \text{Re}(s) \tan(\theta) < -\|Im(s)\|\}$, sección cónica.

La siguiente proposición establece las condiciones de diseño del observador de intervalo $(\Upsilon_{O_1}, \Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$ para Υ_L , basada en el lema Real-Acotado con ubicación de los polos de lazo cerrado dentro de la región de estabilidad $\mathcal{S}(d, r, \theta)$, sin requerir condiciones de cooperatividad.

Proposición 5. Asumiendo que las desigualdades en (11) y (12) son satisfechas. El observador Luenberger Υ_{O_1} combinado con el predictor de intervalo $(\Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$ forman un observador intervalo para Υ_L si existe el escalar $\gamma > 0$ y las matrices $W_1 = W_1^T > 0$, y $W_2 = W_1 L$, tal que existe una solución para el problema de optimización semi-definida siguiente:

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma, W_1, W_2} \gamma \\ & \text{s. t.} \\ & \gamma > 0 \\ & W_1 > 0 \\ & \begin{bmatrix} M_k^T + M_k & W_1 B_{w,k} & I_3 \\ B_{w,k}^T W_1 & -\gamma & 0_{1,3} \\ I_3 & 0_{3,1} & -\gamma I_3 \end{bmatrix} < 0 \\ & M_k^T + M_k + 2dW_1 < 0 \\ & \begin{bmatrix} -rW_1 & M_k \\ M_k^T & -rW_1 \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} \sin(\theta)(M_k^T + M_k) & \cos(\theta)(M_k - M_k^T) \\ \cos(\theta)(M_k^T + M_k) & \sin(\theta)(M_k - M_k^T) \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (23)$$

donde $M_k = W_1 A_k - W_2 C$, $W_1 \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $W_2 \mathbb{R}^3$, y $k = 1, 2$. La ganancia del observador de intervalo, es calculada como $L = W_1^{-1} W_2$, mientras $\|G_{we}(s)\|_\infty < \gamma$ (D. Arzelier, 1993; Gahinet and Apkarian, 1994; Chilali and Gahinet, 1996).

Nota 6. El método propuesto de diseño del observador intervalo $(\Upsilon_{O_1}, \Upsilon_{O_2}, \Upsilon_{O_3})$ no dependen de la propiedad sistémica de cooperatividad, en comparación con muchos de métodos de la literatura que requieren que la matriz A_L sea Metzler. Tampoco se requiere una transformación de coordenadas para establecer el observador intervalo.

4. ESTRATEGIA DE DETECCIÓN DE FALLAS

En este trabajo consideramos un esquema de umbrales adaptables en la señal de salida para detectar fallas de sensor. De esta manera, la prueba de detección de fallas está definida como

$$\Upsilon_{\text{Test}} : \begin{cases} \bar{y}(t) \in [\bar{y}^-(t), \bar{y}^+(t)], & \text{si } f_s(t) = 0, \\ \bar{y}(t) \notin [\bar{y}^-(t), \bar{y}^+(t)], & \text{si } f_s(t) \neq 0, \end{cases} \quad (24)$$

donde $\bar{y}^- = C\bar{x}^-$ y $\bar{y}^+ = C\bar{x}^+$. Así, la planta está libre de fallas cuando la señal de salida está dentro del conjunto limitado por los umbrales adaptables (estimaciones superior e inferior), mientras que una falla es detectada en la planta cuando la salida está afuera del conjunto, $[\bar{y}^-(t), \bar{y}^+(t)]$.

Alternativamente, una falla también se puede indicar mediante la señal residual, $r(t)$, y sus umbrales adaptables, $r^-(t)$ y $r^+(t)$,

$$\Upsilon_{\text{Test}} : \begin{cases} r(t) \in [r^-(t), r^+(t)], & \text{si } f_s(t) = 0, \\ r(t) \notin [r^-(t), r^+(t)], & \text{si } f_s(t) \neq 0, \end{cases} \quad (25)$$

donde $r^+(t) = \bar{y}^+(t) - \bar{y}(t)$ y $r^-(t) = \bar{y}^-(t) - \bar{y}(t)$ son los umbrales adaptables superiores e inferiores de la señal residual (Su et al., 2020; Li et al., 2018).

5. RESULTADOS

En esta sección, presentamos los resultados de aplicar la metodología de detección de fallas presentada previamente al modelo del proceso de producción de biohidrógeno (1)-(5).

Las simulaciones del modelo del proceso de producción de biohidrógeno y del observador de Luenberger Υ_{O_1} combinado con el predictor de intervalo (Υ_{O_2} , Υ_{O_3}) se realizaron en Matlab. El problema de optimización semi-definida (23) se resolvió usando la librería CVX (CVX Research, 2012; Grant and Boyd, 2008). Mientras que las ecuaciones diferenciales ordinarias se resolvieron usando la función *ode15s*.

La estrategia de detección de fallas fue validada por medio de simulaciones numéricas considerando tres escenarios:

- (1) Consideramos que no hay falla en el sensor ($f_s = 0$) en el fermentador oscuro (1)-(5),
- (2) Consideramos una falla en el sensor ($f_s \neq 0$) en forma de ruido de 10% en la salida medida, y
- (3) Consideramos que el sensor está descalibrado ($f_s \neq 0$) adicionando un offset de 25% a la salida medida.

Para diseñar el observador de intervalo (Υ_{O_1} , Υ_{O_2} , Υ_{O_3}), el modelo no lineal Σ_N en (8) es linealizado al rededor del punto de operación

$$(z^*, u^*, w^*) = (0.34 \ 1.65 \ 0.0013 \ 21.64 \ 13.46 \ 3.0 \ 18.0).$$

El problema de optimización semi-definida (23) fue resuelto para colocar los eigenvalores de A_L en la región de estabilidad $\mathcal{S}(0, 5000, \pi/3)$. Así, la ganancia del observador fue calculada como

$$L = \begin{bmatrix} 219.2674 \\ 0.4460 \\ 515.4673 \end{bmatrix},$$

la cual satisface la condición de la proposición 4. A continuación, el observador de intervalo propuesto es considerado, con una condición inicial apropiada, para proveer las estimaciones superior e inferior de la trayectoria del estado.

La figura 2 presenta las entradas consideradas para generar las simulaciones. Particularmente, la figura 2a muestra la evolución del flujo de entrada Q_{in} , mientras la figura 2b muestra la evolución de la concentración de la glucosa de entrada Gl_{in} .

Para analizar la estrategia de detección de fallas propuesta consideramos las siguientes condiciones de simulación: la primera considera el caso un ruido de hasta 1% en el sensor de flujo de hidrógeno producido durante el periodo de tiempo desde el comienzo de la simulación hasta el día 15, del día 25 al día 35, del día 40 al día 50 y del día 60 al fin de la simulación. Esta condición corresponde al sensor libre de falla. La segunda condición considera un ruido de 10% en el sensor de hidrógeno producido desde el día 15 al día 25 y del día 50 al día 60. La tercera condición considera un offset del 25% adicionado a la salida medida entre los días 30 y 40. La segunda y tercera condiciones corresponden a las condiciones con falla en el sensor.

Los resultados de las simulaciones se muestran en la figura 3. La figura 3a muestra la concentración de glucosa en el fermentador oscuro, la figura 3b muestra la concentración de biomasa en el fermentador oscuro, mientras que la figura 3c muestra la tasa de flujo del hidrógeno producido. La línea verde muestra las simulaciones del modelo del bioreactor,

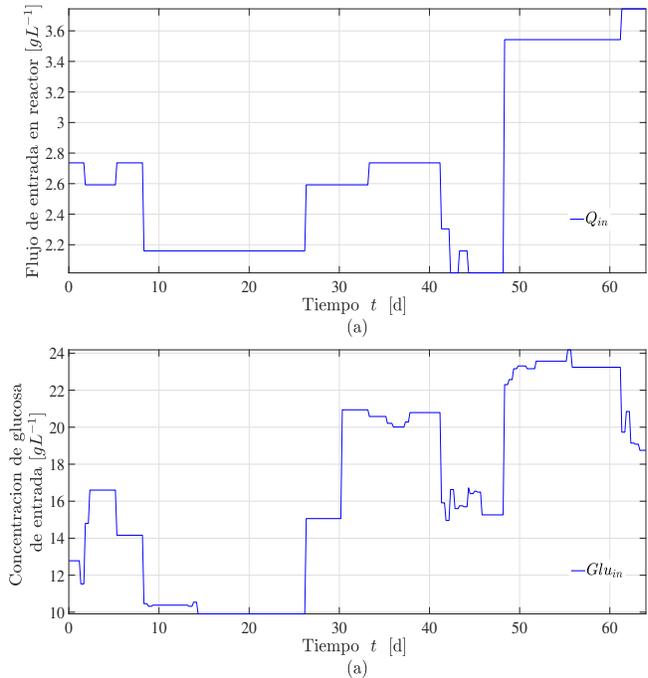


Fig. 2. Evolución de las entradas del fermentador oscuro. (a) Tasa de flujo. (b) Concentración de glucosa.

las líneas discontinuas en rojo muestran las estimaciones del observador de Luenberger, mientras que en líneas azules las estimaciones inferior y superior del predictor de intervalos. Como se puede observar, las tres figuras muestran el típico comportamiento de los observadores de intervalo, es decir, las estimaciones inferior y superior preservan el orden parcial con respecto a las trayectorias del estado del fermentador oscuro cuando no se presentan fallas en el sensor $f_s = 0$, considerando la condición inicial $x_0 = [0, 0, 0]$, $x_0^+ = [3.5, 2.5, 30]$, y $x_0^- = [0, 0, 0]$. Además, el observador correctamente reduce la influencia de la concentración de la glucosa de entrada desconocida $Gl_{in} \in [10, 24] \text{ gL}^{-1}$. Por otro lado, si se presentan fallas en el sensor ($f_s \neq 0$), las trayectorias de la salida medida salen del intervalo estimado $\bar{y}(t) \notin [\bar{y}^-(t), \bar{y}^+(t)]$, validando la estrategia de detección de fallas en el sensor basada en umbrales adaptables.

Figura 4 ilustra la evolución de la señal residual $r(t)$ y sus umbrales adaptables ($r^+(t)$, $r^-(t)$). Claramente, si no hay fallas en el sensor, el residual se encuentra dentro del intervalo estimado $[r^+(t), r^-(t)]$, mientras que la señal residual se encuentra fuera del intervalo $[r^+(t), r^-(t)]$ cuando se presentan fallas en el sensor.

6. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó una estrategia de detección de fallas basada en un observador de intervalos y umbrales adaptables para detectar fallas en el sensor de flujo de hidrógeno en un proceso de fermentación oscura. La factibilidad de la estrategia se demostró por medio de simulaciones numéricas. Los resultados mostraron que la estrategia detecta correcta-

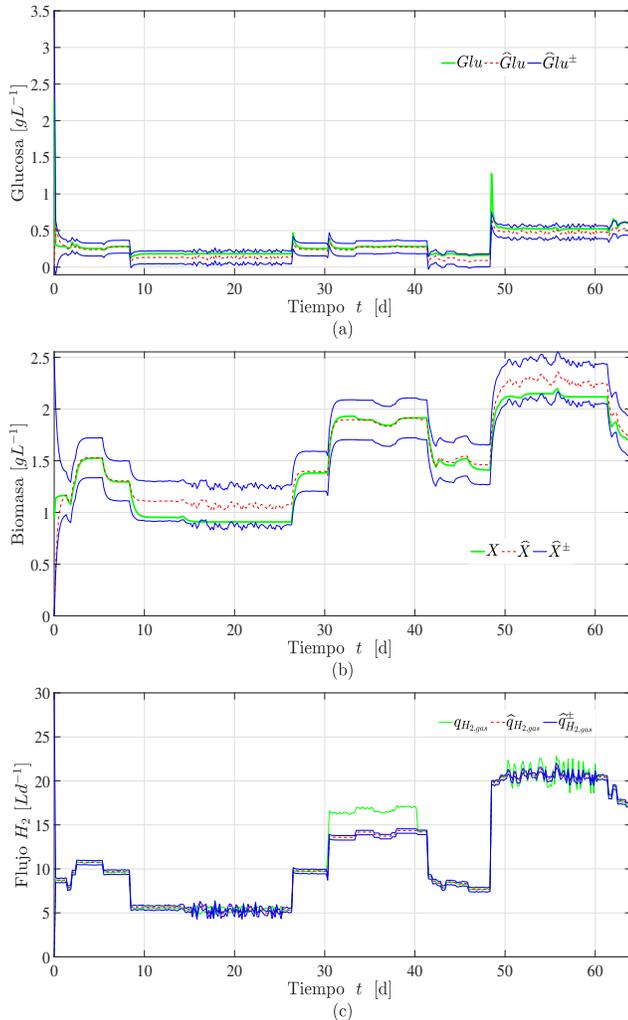


Fig. 3. Estimación de los estados del proceso de producción de biohidrógeno. Las líneas verdes muestran las simulaciones del modelo. Las líneas discontinuas rojas muestran la estimación del observador de Luenberger. Las líneas azules muestran las estimaciones inferior y superior del predictor. (a) Glucosa. (b) Biomasa. (c) Flujo de hidrógeno.

mente las fallas del sensor cuando se adiciona un ruido de 10% a la salida medida y cuando se simula el sensor descalibrado. Por otro lado y como se esperaba, cuando el sensor se simula libre de falla, la estrategia no detectó ninguna falla. De esta manera, se cuenta con una estrategia para detectar en línea las fallas en el sensor del proceso de fermentación oscura desde que se presenta, de manera que se pueda corregir antes de tomar decisiones incorrectas sobre el proceso. Finalmente, como muestran los resultados, la estrategia de estimación basada en el observador de intervalo es tolerante a la falla, pues a pesar de simular una falla en el sensor, las concentraciones de la glucosa y la biomasa en el reactor se encuentran prácticamente dentro del intervalo estimado.

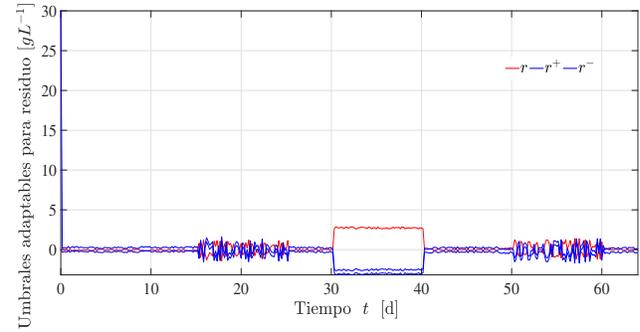


Fig. 4. Evolución de la señal residual y sus umbrales adaptables.

ACKNOWLEDGEMENTS

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del programa Sistema Nacional de Investigadores (SNI) del CONACyT.

REFERENCES

- Chilali, M. and Gahinet, P. (1996). H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3), 358–367.
- CVX Research, I. (2012). CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.0. <http://cvxr.com/cvx>.
- D. Arzelier, J. Bernussous, G.G. (1993). Pole assignment of linear uncertain systems in a sector via a Lyapunov-type approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(7), 1128–1132.
- Gahinet, P. and Apkarian, P. (1994). A linear matrix inequality approach to H_∞ control. *International Journal of Nonlinear Control*, 4, 421–448.
- Grant, M. and Boyd, S. (2008). Graph implementations for nonsmooth convex programs. In V. Blondel, S. Boyd, and H. Kimura (eds.), *Recent Advances in Learning and Control*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, 95–110. Springer-Verlag Limited.
- Li, L., Shao, Z., Niu, R., Liu, G., and Wang, Z. (2018). A new interval observer design method with application to fault detection. In *International Symposium on Positive Systems*, 233–243. Springer.
- Meslem, N., Martinez, J., Ramdani, N., and Besançon, G. (2020). An interval observer for uncertain continuous-time linear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 30(5), 1886–1902.
- Núñez, S., Garelli, F., and De Battista, H. (2012). Sliding mode observer for biomass estimation in a biohydrogen production process. *International Journal of Hydrogen Energy*, 37(13), 10089–10094.
- Núñez, S., Garelli, F., and De Battista, H. (2014). Second-order sliding mode observer for biomass concentration and growth rate estimation in batch photo-bioreactors. *International Journal of Hydrogen Energy*, 39(16), 8772–8779.
- Su, Q., Fan, Z., Lu, T., Long, Y., and Li, J. (2020). Fault detection for switched systems with all modes unstable based on interval observer. *Information Sciences*, 517, 167–182.
- Torres, I. and Avilés, J.D. (2021). Observer-based sensor fault detection in a dark fermenter for hydrogen production. *IEEE Control Systems Letters*, 5(5), 1621–1626. doi:10.1109/LCSYS.2020.3042391.
- Torres-Zúñiga, I., Vargas, A., Latrille, E., and Buitron, G. (2015). Robust observation strategy to estimate the substrate concentration in the influent of a fermentative bioreactor for hydrogen production. *Chemical Engineering Science*, 219, 126–134.
- Torres-Zúñiga, I., Villa-Leyva, A., Vargas, A., and Buitrón, G. (2018). Experimental validation of online monitoring and optimization strategies applied to a biohydrogen production dark fermenter. *Chemical Engineering Science*, 190, 48–59.