

Comparison of control algorithms for a PMSM electrical machine

F. Aguirre, * G. Becerra, ** J.D. Avilés, *** M. Benitez, **** J.O. Aguilar, * J. Vazquez, * F. Chan*

 * Universidad Autónoma del Estado de Quintana Roo (UAEQROO),
 ** CONACYT - UAEQROO, Boulevard bahía S/N, esq. Ignacio Comonfort, Col. del Bosque, Chetumal, Quintana Roo, México, guillermobec@gmail.com,
 *** Facultad de Ciencias de la Ingeniería, Administrativas y Sociales, Universidad Autónoma de Baja California, México.
 **** Instituto Tecnológico Superior de Purísima del Rincón, México

Resumen

This paper describes the comparison of some control algorithms applied to nonlinear dynamics of the electric machine model, which uses the Park transformation for the simplified representation. The applied controllers focus on the designs of, passivity, sliding modes as well as linearization. The objective of the comparison is to identify the most appropriate design for the user's application, where the gains of the control algorithms are modified, which is reflected in the response of the system in addition to the energy consumption, which in most works it is not analyzed.

Keywords: Electrical machine control, motor performance, speed control

1. INTRODUCCIÓN

En la época actual se busca reducir el uso de combustibles fósiles y utilizar más energías renovables, donde la principal transformación de energía, por el uso cotidiano es la electricidad. Por otro lado, uno de los dispositivos mas usados para transformar energía eléctrica en aplicaciones motrices es la máquina eléctrica y en los últimos años, se ha utilizado el motor síncrono de imán permanente (Permanent magnetic synchronous motor (PMSM) - por sus siglas en inglés), cada vez en más aplicaciones tales como la industria aeroespacial, naval, vehículos eléctricos y de más (Irasari et al., 2021), (Lai et al., 2017). Por las diferentes ventajas que presenta esta máquina, las cuales están relacionadas con la simplicidad, reducción del tamaño, densidad de potencia, entre otras.

Algunos trabajos reportados, consideran que el cómputo requerido para la aplicación de algunos algoritmos de control complica la aplicación de estos, como el control predictivo en Li et al. (2020), Urbanski y Janiszewski (2019), Kazmierkowski et al. (2011). Por otro lado, otros autores describen los beneficios de evitar los sensores mecánicos Dhaouadi et al. (1991), Grzesiak y Kazmierkowski (2007), Janiszewski (2012), Ding et al. (2022), Coronado et al. (2021). Además otros trabajos se enfocan en analizar el desempeño térmico del PMSM Irasari et al. (2021), Huynh y Hsieh (2018). Sin embargo, en la mayoría de los trabajos no se comparan los parámetros de los algoritmos de control, así como la repercusión de estos en la respuesta de la velocidad de la máquina eléctrica. Motivado por lo anterior, en este trabajo establecemos una comparación entre controladores basados en los enfoques de pasividad, modos deslizantes y linealización exacta con el propósito de analizar el desempeño de la máquina eléctrica, basada en el modelo de la transformada de Park (dq), a través de la sintonización de parámetros de los controladores. Además, se sintonizaron tales controladores para conseguir un valor de referencia de velocidad, compensando perturbación de par de carga.

El resto del documento está dividido como sigue; en la sección 2 se describe el sistema no lineal que describe las dinámicas que interesan en la máquina eléctrica. La sección 3 describe las características de los controladores utilizados. En la sección 4 se muestran los resultados obtenidos y por último se presentan las conclusiones del trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El control de la máquina eléctrica se plantea a partir de la representación del sistema en un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales no lineales, las cuales se describen de acuerdo a la dinámica eléctrica ec. (1) en las fases (abc) y por movimiento ec. (2) (Chapman, 2012).

$$V_{abc} = RI_{abc} + \frac{d}{dt}\lambda_{abc} \tag{1}$$

$$J\frac{d\omega_r}{dt} = T_e - T_b - T_L \tag{2}$$

donde V representa el voltaje, I la corriente, R la resistencia y el término $\frac{d}{dt}\lambda$ el voltaje por inductancia, para cada fase respectivamente. J es la inercia, ω_r la velocidad, T_e el par electromagnético, T_b el de fricción y T_L el de carga.

En la figura 1 se muestra el esquema de funcionamiento del motor, el cual, normalmente necesita de un convertidor de potencia alimentado por un sistema de almacenamiento de energía eléctrica, que a su vez es accionado por el algoritmo de control.



Figura 1. Esquema de funcionamiento.

Modelo que representa la máquina eléctrica

Una forma usual de simplificar el modelo es mediante la transformada de Park, para trasladar el modelo de tres ecuaciones del sistema eléctrico a dos Zhou et al. (2022), por lo tanto, es posible representar las dinámicas eléctricas en un marco de coordenadas d - q - 0, además de la mecánica, mediante las ecuaciones

$$\frac{di_{sd}}{dt} = -\frac{R}{L}i_{sd} + p\omega_r i_{sq} + \frac{1}{L}v_{sd}
= f_1 + \frac{1}{L}v_{sd}
\frac{di_{sq}}{dt} = -p\omega_r i_{sd} - \frac{R}{L}i_{sq} - \frac{p}{L}\lambda_f\omega_r + \frac{1}{L}v_{sq}$$
(3)

$$= f_2 + \frac{1}{L}v_{sq}
d\omega_r = 3p \qquad B \qquad 1$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J}\lambda_f i_{sq} - \frac{B}{J}\omega_r - \frac{1}{J}T_L$$
$$= f_3 - \frac{1}{J}T_L$$

donde i_{sd} , i_{sq} representan las corrientes de estator en los ejes (d y q) respectivamente, medidas en [A], Res la resistencia en $[\Omega]$, L es la inductancia en [H], considerando $L_d = L_q$, p es el número de pares de polos, ω_r es la velocidad del rotor en [rad/s], v_{sd} y v_{sq} son las componentes de voltajes de estator en los ejes (d y q) respectivamente, en [V], λ_f es el flujo de enlace del imán permanente en [We], J es el momento de inercia en [kg·m²], B es el coeficiente de fricción en [N·m· s], y T_L es el par de carga en [N m]. Además, algunos elementos pueden ser agrupados de la forma $f_1 = -\frac{R}{L}i_{sd} + p\omega_r i_{sq}$, $f_2 = -p\omega_r i_{sd} - \frac{R}{L}i_{sq} - \frac{p}{L}\lambda_f\omega_r$, $f_3 = \frac{3p}{2J}\lambda_f i_{sq} - \frac{B}{J}\omega_r$.

Otra representación puede quedar de forma matricial, como se muestra en la ec. (4)

$$M\dot{x} + Cx + Nx = u - \gamma \tag{4}$$

Γ

con

$$M = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}J \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & -PL\omega_r & 0 \\ PL\omega_r & 0 & P\lambda_f \\ 0 & -P\lambda_f & 0 \end{bmatrix},$$
$$N = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}B \end{bmatrix},$$

se debe notar que, $M = M^T \ge 0$, $N = N^T \ge 0$ son matrices simétricas positivas, y C es antisimétrica, todas ellas por la construcción y los elementos físicos de la máquina eléctrica. Además, los vectores de entradas u, estados x y perturbación γ quedan,

$$u = \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{3}T_L \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \omega_r \end{bmatrix}$$

3. ALGORITMOS DE CONTROL

Los algoritmos de control consisten en imponer el comportamiento deseado a partir del análisis de las dinámicas del modelo no lineal, los fundamentos principales se describen en Khalil (1996), Grcar et al. (1996), Ramírez-Leyva et al. (2013).

3.1 Algoritmo de control basado en pasividad

Para el diseño del Controlador Basado en Pasividad (CBP), una forma de describirlo es partiendo del modelo de la máquina, representado en forma matricial ec. (4), donde primero se define la variable de error para todo el vector de estados e de la forma,

$$e = x^* - x$$

donde x^* representa el valor final deseado del vector de estados x, con lo que se puede definir

$$M\dot{x}^* = -C\dot{x}^* - Nx^* + u^* - \gamma$$
 (5)

donde la matriz C° , que antes dependía de ω_r , ahora depende de la referencia, y sigue conservando sus propiedades de construcción, al ser antisimétrica. Al restar las ecs. (5) y (4), queda

$$M\dot{e} = -C_e e - Ne + (u^* - u) \tag{6}$$

donde $C_e = C - C'$, es una matriz similar a la original, solo que ahora depende del error. A partir de lo anterior, es posible proponer una función de energía $V_e(e) = \frac{1}{2}e^T M e$ y al obtener la derivada de esta, se obtiene el controlador que cumple con $\dot{V}_e(e) \leq 0$, mediante

$$(u^* - u) = -k_p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e$$
(7)

Con el análisis anterior, se determina i^*_{sq} con las referencias deseadas de i^*_{sd} y $\omega^*_r,$ para finalmente obtener

$$i_{sq}^{*} = \frac{2}{3P\lambda_{f}} (B\omega_{r}^{*} + T_{L})$$

$$u_{sd} = -PL\omega_{r}^{*}i_{sq}^{*} + Ri_{sd}^{*} - k_{p1}(i_{sd} - i_{sd}^{*})$$

$$u_{sq} = PL\omega_{r}^{*}i_{sd}^{*} + P\lambda_{f}\omega_{r}^{*} + Ri_{sq}^{*} - k_{p2}(i_{sq} - i_{sq}^{*})$$

(8)

 $\omega_{sq} - i D\omega_r \iota_{sd} - i \Lambda_f \omega_r + i \iota_{sq} - \kappa_{p2}(\iota_{sq} - \iota_{sq})$ donde $k_{p1} > 0, k_{p2} > 0$ son constantes elegidas, de acuerdo al desempeño que se pretende.

3.2 Control por modos deslizantes

Un controlador para sistemas no lineales se basa en la teoría de Modos Deslizantes (MD) y se puede aplicar a la máquina eléctrica. El algoritmo consiste en diseñar una superficie de equilibrio, tal que el sistema tenga un comportamiento deseado y el controlador debe llevar al sistema a la mencionada superficie (Khalil, 1996).

El diseño de las superficies deslizantes S = 0, en términos del error, quedan de la siguiente forma,

$$S_1(i_d) = kx_i(i_d - i_{dr}) \tag{9}$$

$$S_2(\omega) = kx_{\omega}(\omega_r - \omega_{ref}) + \frac{d}{dt}(\omega_r - \omega_{ref})$$
(10)

donde $\lambda_i > 0$, $\lambda_{\omega} > 0$, son constantes, $i_{dr} \ge \omega_{ref}$ son las referencias de corriente y velocidad, respectivamente.

Es posible obtener la derivada de las ecs. (9), (10), para determinar el controlador

$$E = \begin{cases} -(kx_i i_{dr}) + (kx_i)f_1 \\ -(\ddot{\omega}_{ref} + kx_\omega \dot{\omega}_{ref} - \frac{1}{J}\dot{T}_L) + (kx_\omega - \frac{B}{J})f_3 + \frac{3P}{2J}\lambda_f f_2 \\ F = \begin{bmatrix} (kx_i)\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{3P}{2J}\lambda_f\frac{1}{L} \end{bmatrix}; \quad V_s = \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} \quad \overset{\text{eff}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}}{\overset{\text{de}}{\overset{\text{de}}}}}}}}}}}} \right$$

Para definir las ecuaciones del controlador de la forma

$$V_{s} = -F^{-1}E - F^{-1}K_{c}(sign(S))$$

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = -F^{-1}E - F^{-1}\begin{bmatrix} k_{i1} & 0 \\ 0 & k_{\omega 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} sign(S_{1}) \\ sign(S_{2}) \end{bmatrix}$$
(11)

donde $k_{i1} > 0$, $k_{\omega 1} > 0$ son constantes elegidas por el usuario, de acuerdo al desempeño requerido. F^{-1} siempre existe, ya que los parámetros involucrados son positivos.

3.3 Control por linealización exacta

Otro algoritmo de control para el sistema no lineal, es mediante la técnica de linealización (LE) que consiste en cancelar las dinámicas originales del modelo (3) y establecer las deseadas, mediante las nuevas entradas de control u_d , u_q , como en la ec. (12).

$$v_{sd} = -L(f_1 + u_d)$$

 $v_{sq} = -L(f_2 + u_q)$ (12)

Mediante el control virtual u, se agrega un controlador común proporcional integral derivativo para regular la velocidad ec. (13), con lo que resulta

$$u_d = k_{1d} e_{id}$$
$$u_q = \frac{2J}{3P\lambda_f} \left[k_{1q} e_\omega + k_{2q} \int (e_\omega dt) + k_{3q} \frac{de_\omega}{dt} \right]$$
(13)

donde e_{id} es el error de la corriente i_d , e_{ω} es el error de velocidad, k_{1d} , k_{1q} , k_{2q} y k_{3q} las constantes positivas a sintonizar, para obtener el desempeño deseado.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los parámetros utilizados en la máquina eléctrica para analizar el desempeño son: $R = 0.013 \ [\Omega], L = 0.001$ $[H], p = 4, \lambda_f = 0.15 \ [We], J = 0.0045 \ [kg \cdot m^2], B =$ $0.0008 \ [N \cdot m \cdot s]$, al conocer todos los parámetros, los tres controladores logran compensar los elementos respectivos y se consideró iniciar en el reposo y llegar a una referencia de 100 [rad/s] cercano a 955 [rpm]. Por otro lado, se agrega un escalón en el par de carga 0 al inicio y en 0.4 segundos un valor final de 5 $[N \cdot m]$.

Se aplicaron diferentes valores a los parámetros de sintonización de cada algoritmo de control. En la tabla 1 se muestran los parámetros para obtener la figura 2.

Tabla 1. Parametros de los controladores S1.

CBP	CMD	CLE
$k_1 = 1$	$kx_i = 10$	$k_{1d} = 13$
$k_2 = 0.8$	$kx_{\omega} = 1000$	$k_{1q} = 100$
-	$k_{i1} = 9$	$k_{2q} = 1000000$
-	$k_{\omega 1} = 2377000$	$k_{3q} = 1600$

En la figura 2 se muestra la referencia de velocidad con la etiqueta (Ref) para el valor de 100 [rad/s], la respuesta de velocidad para la máquina eléctrica con los algoritmos de control y la primer sintonización. El control basado en pasividad CBP se aprecia que tarda más de 0.1 [s] en llegar al valor final de la referencia y se considera el más lento, posteriormente le sigue el control por modos deslizantes (CMD) y el control por linealización (CLE) resulta ser el más rápido. Sin embargo, en cuanto al consumo de energía, el CPB consumió 330.6 [J], CMD - 334.8 [J] y LE - 231.2 [J].

En la figura 3 se aprecia el acercamiento de la dinámica de velocidad para los controladores, así como la perturbación del par de carga en 0.4 [s], el cual, es compensado por los algoritmos ya que se considera conocido.

Se consideró otra sintonización de parámetros, la cual se describe en la tabla 2, para obtener la figura 4.

En la figura 4 se muestran las gráficas de la respuesta de velocidad del motor cuando se cambia la sintonización,



Figura 2. Desempeño de los algoritmos de control ante primer sintonización



Figura 3. Acercamiento de velocidad con la perturbación notoria en 0.4 [s].

Tabla 2. Parámetros de los controladores S2.

CBP	CMD	CLE
$k_1 = 1$	$kx_i = 10$	$k_{1d} = 13$
$k_2 = 0.5$	$kx_{\omega} = 1000$	$k_{1q} = 80$
-	$k_{i1} = 2$	$k_{2q} = 81000$
-	$k_{\omega 1} = 577000$	$k_{3q} = 1600$

para que el control pasivo CBP llegue primero a la referencia y ahora se considera el más rápido, después el controlador CLE y por último el de modos deslizantes CMD. Por otro lado, el consumo de energía es CBP - 331.4 [J], CMD - 330.3 [J] y CLE - 330.8 [J].

En la figura 5, se aprecia el acercamiento con la misma escala que la figura 3, sin embargo por la sintonización elegida, aparece una perturbación mayor por el par de carga, ya que los parámetros se redujeron pero finalmente se compensa y recupera la velocidad al llegar a la referencia.

Por otro lado, se aplica una referencia variable en forma de escalones Fig. 6, que puede representar un ciclo de manejo para pruebas con vehículos y para un segmento del ciclo, se toma una muestra de los voltajes en las fases *abc*, que muestra la variación de estos en la Fig. 7.



Figura 4. Comparación de la respuesta de velocidad usando los algoritmos de control con la sintonización 2



Figura 5. Acercamiento de la respuesta para apreciar la perturbación en 0.4 [s].



Figura 6. Seguimiento de un segmento de ciclo de manejo.



Figura 7. Variación de los voltajes en la máquina. 5. CONCLUSIONES

Se describen tres algoritmos de control basados en pasividad, modos deslizantes y linealización para analizar el desempeño de la máquina eléctrica, a partir de la transformada de Park. Se logró la sintonización de los controladores para conseguir un valor de referencia de velocidad y compensar una perturbación de par de carga, sin embargo, es posible modificar los valores de ganancias en los controladores y con ello se observa diferente velocidad de llegada al valor de referencia.

Se observó que de acuerdo a la sintonización que a su vez, está ligada a la velocidad de llegada a la referencia, también se tiene una relación directa con el consumo de energía. Por otro lado, se consideró un segmento de ciclo de manejo y con ello la variación de voltajes *abc*, de acuerdo al cambio de velocidad.

Las ganancias de los controladores se incrementaron para obtener una respuesta rápida, evitando el sobrepaso, como se muestra en los resultados preliminares, lo anterior debido a que el sobrepaso modifica los valores de consumo de energía de forma significativa, lo cual cae fuera del presente estudio.

Queda pendiente para trabajo futuro el análisis de los controladores ante perturbaciones y variación en los parámetros.

REFERENCIAS

- Chapman, S.J. (2012). *Electric Machinery Fundamentals*. McGraw-Hill, New York, 5 edition.
- Coronado, A., De La Guerra, A., y Alvarez-Icaza, L. (2021). Implementation of a bldc motor observer scheme using the instaspin platform. In 2021 18th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE), 1–4. doi: 10.1109/CCE53527.2021.9633107.
- Dhaouadi, R., Mohan, N., y Norum, L. (1991). Design and implementation of an extended kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(3), 491–497. doi:10.1109/63.85891.
- Ding, H., Zou, X., y Li, J. (2022). Sensorless control strategy of permanent magnet synchronous motor based on fuzzy sliding mode observer. *IEEE Access*, 10, 36743– 36752. doi:10.1109/ACCESS.2022.3164519.
- Grcar, B., Cafuta, P., Znidaric, M., y Gausch, F. (1996). Nonlinear control of synchronous servo drive. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(2), 177–184. doi:10.1109/87.486344.
- Grzesiak, L.M. y Kazmierkowski, M.P. (2007). Improving flux and speed estimators for sensorless ac drives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 1(3), 8–19. doi: 10.1109/MIE.2007.901483.
- Huynh, T.A. y Hsieh, M.F. (2018). Performance analysis of permanent magnet motors for electric vehicles (ev) traction considering driving cycles. *Energies*, 11(6). doi:10.3390/en11061385. URL https://www.mdpi.com/1996-1073/11/6/1385.
- Irasari, P., Wirtayasa, K., Widiyanto, P., Hikmawan, M.F., y Kasim, M. (2021). Characteristics analysis of interior and inset type permanent magnet motors

for electric vehicle applications. Journal of Mechatronics, Electrical Power, and Vehicular Technology, 12(1), 1-9. doi:10.14203/j.mev.2021.v12.1-9. URL https://mev.lipi.go.id/mev/article/view/520.

- Janiszewski, D. (2012). Unscented kalman filter for sensorless pmsm drive with output filter fed by pwm converter. In *IECON 2012 - 38th Annual Conference* on *IEEE Industrial Electronics Society*, 4660–4665. doi: 10.1109/IECON.2012.6389495.
- Kazmierkowski, M.P., Franquelo, L.G., Rodriguez, J., Perez, M.A., y Leon, J.I. (2011). High-performance motor drives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 5(3), 6–26. doi:10.1109/MIE.2011.942173.
- Khalil, H.K. (1996). *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, Michigan State University, 2 edition.
- Lai, C., Feng, G., Mukherjee, K., y Kar, N.C. (2017). Investigations of the influence of pmsm parameter variations in optimal stator current design for torque ripple minimization. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 32(3), 1052–1062. doi: 10.1109/TEC.2017.2682178.
- Li, Y., Zhao, C., Zhou, Y., y Qin, Y. (2020). Model predictive torque control of pmsm based on data drive. *Energy Reports*, 6, 1370–1376. doi: https://doi.org/10.1016/j.egyr.2020.11.019. 2020 The 7th International Conference on Power and Energy Systems Engineering.
- Ramírez-Leyva, F., Peralta-Sánchez, E., Vásquez-Sanjuan, J., y Trujillo-Romero, F. (2013). Passivitypermanent based $\operatorname{control}$ for speed magnet Procedia Technology, 7, 215–222. motors. doi: https://doi.org/10.1016/j.protcy.2013.04.027. 3rd Iberoamerican Conference on Electronics Engineering and Computer Science, CIIECC 2013.
- Urbanski, K. y Janiszewski, D. (2019). Sensorless control of the permanent magnet synchronous motor. Sensors, 19(16). doi:10.3390/s19163546. URL https://www.mdpi.com/1424-8220/19/16/3546.
- Zhou, Z., Yao, S., Ma, C., Zhang, G., y Geng, Q. (2022). Design of high-dynamic pmsm servo drive using nonlinear predictive controller with harmonic disturbance observer. *Ener*gies, 15(11). doi:10.3390/en15114107. URL https://www.mdpi.com/1996-1073/15/11/4107.