

New energy-shaping based control plus an integral action for torque-driven robot manipulators using coordinate changes

Luis Cervantes* Víctor Santibáñez* Jesús Sandoval**

* *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, 27001, México
(e-mail: m.lecervantesp@correo.itlalaguna.edu.mx,
vasantibanezd@correo.itlalaguna.edu.mx)*

** *Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de La Paz
La Paz, Baja California Sur, 23080, México
(e-mail: jesus.sg@lapaz.tecnm.mx)*

Abstract: This paper presents a robust energy shaping control for joint position tracking of torque-driven robot manipulators against disturbances. The controller design is based on an alternative energy shaping method, and an integral action is added to the theoretical framework as a novel strategy. Our contribution is to globally achieve joint position tracking of torque-driven robot manipulators, even in the presence of constant disturbances. The performance of the proposed controller is illustrated through experiments of a two degrees of freedom direct-drive robot arm.

Keywords: Disturbance rejection, Lagrangian and Hamiltonian systems, Robust control, Passivity-based control

1. INTRODUCCIÓN

El moldeo de energía potencial es un método de control de sistemas mecánicos introducido por Takegaki y Arimoto (1981), siendo este un trabajo pionero que ha permitido nuevas y novedosas técnicas en el control de posición de robots manipuladores. Hace dos décadas, Ortega et al. (2002) introdujeron un método de diseño de controladores para la regulación de posición de una clase de sistemas mecánicos subactuados, denominado *Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based Control* (IDA-PBC). Recientemente, se propuso un método alterno de moldeo de energía inspirado en el método IDA-PBC, el cual aborda el modelado de fricción dinámica usando el modelo de Dahl, y agrega un observador para la estimación de los estados no medibles Kelly et al. (2021), donde además se introduce un cambio de coordenadas, para obtener un verdadero sistema hamiltoniano en lazo cerrado. Asimismo este nuevo método es posible aplicarlo a robots manipuladores totalmente actuados con fricción viscosa en una versión simplificada sin observador Sandoval et al. (2022). Por otro lado, la adición de una acción integral a sistemas en formulación hamiltoniana ha sido abordado en numerosos trabajos. Por ejemplo, en Ortega y García-Canseco (2004) se abordó el tema agregando acción integral mediante la salida pasiva del sistema, mientras que en Donaire y Junco (2009) se propone una metodología para agregar una acción integral a las salidas

no pasivas. Un resumen de diferentes metodologías para la adición de una acción integral es presentado en Ortega et al. (2021). Con la acción integral se pretende mejorar el desempeño en estado estacionario de los controladores propuestos mediante el moldeo de energía tanto para el control de posición como control de movimiento.

La contribución del presente artículo es un controlador dinámico robusto para seguimiento global de trayectorias basado en una reciente propuesta de moldeo de energía. El análisis de estabilidad del nuevo sistema en lazo cerrado y resultados experimentales en tiempo real, ilustran el desempeño del controlador propuesto aplicado a un brazo manipulador totalmente actuado de dos grados de libertad.

A lo largo del documento, se usará la notación $\lambda_{\min}\{A\}$ y $\lambda_{\max}\{A\}$ para indicar el más pequeño y más grande valor propio, respectivamente, de una matriz acotada simétrica definida positiva $A(\mathbf{x})$ para cada $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ (denotada por $A > 0$). La notación $A \geq 0$ significa que la matriz A es semidefinida positiva. La norma Euclidiana de un vector \mathbf{x} está definida como $\|\mathbf{x}\| = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}$ y para una matriz A es definida como la correspondiente norma inducida $\|A\| = (\lambda_{\max}\{A^T A\})^{1/2}$. También, $(\cdot)_{n \times n}$ denota una matriz de dimensiones $n \times n$, con $I_{n \times n}$ como la matriz identidad y $0_{n \times n}$ como una matriz de ceros. Mientras que $\mathbf{0}_n \in \mathbb{R}^n$ es un vector de ceros de dimensión $n \times 1$, $\nabla_{(\cdot)} = (\partial/\partial(\cdot))$, $\det[A]$ denota el determinante de una

matriz cuadrada A , y $\text{diag}\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ representa una matriz diagonal de dimensión $n \times n$, cuyos n elementos diagonales son a_1, a_2, \dots, a_n . El valor absoluto de un número real x es denotado por el símbolo estándar $|x|$.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta un resumen del moldeo de energía más inyección de amortiguamiento bajo el nuevo enfoque presentado en Kelly et al. (2021). En la Sección 3 se presenta una breve explicación sobre el origen y los efectos de las perturbaciones de par generadas desde el sistema en lazo abierto y sobre la generación de un nuevo componente de control. La Sección 4 presenta el nuevo controlador robusto con una acción integral basado en una ley de control por realimentación de estados, también presenta el respectivo análisis de estabilidad del nuevo sistema en lazo cerrado. En la Sección 5 se presentan resultados experimentales en un brazo robótico para demostrar el desempeño del controlador propuesto. Finalmente en la Sección 6 se presentan comentarios finales sobre los resultados obtenidos.

2. MOLDEO DE ENERGÍA MÁS INYECCIÓN DE AMORTIGUAMIENTO

2.1 Formulación del problema de control

El moldeo de energía presentado en Kelly et al. (2021) inicia con una formulación hamiltoniana de un robot manipulador de n grados de libertad cuya función $\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ se define como la suma de la energía cinética y potencial del mecanismo, la cual puede ser escrita como

$$\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{p}^T M(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{p} + \mathcal{U}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

donde $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de posición generalizada, $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de momentum, $M(\mathbf{q}) = M(\mathbf{q})^T > 0$ es la llamada matriz de inercia y $\mathcal{U}(\mathbf{q})$ es la función de energía potencial, que se asume es al menos una vez diferenciable con respecto a la variable \mathbf{q} (Kelly et al. (2006)). La representación canónica de la formulación hamiltoniana agrega además que

$$\mathbf{p} = M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (2)$$

donde $\dot{\mathbf{q}}$ es el vector de velocidad.

2.2 Modelo dinámico

Tomando en cuenta (1) y (2), el modelo dinámico de un robot manipulador con fricción viscosa de n articulaciones puede ser expresado como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} & -\mathcal{R}_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\ \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_n \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

con $\mathcal{R} \in \mathbb{R}^{n \times n} = \text{diag}\{f_{v_1}, f_{v_2}, \dots, f_{v_n}\}$ cuyos componentes representan los coeficientes de fricción viscosa de cada articulación $f_{v_i} \geq 0$ y $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de entradas de control. La clase de robots manipuladores accionados por par considerados en este trabajo está dada por (3).

2.3 Objetivo de control: Dinámica deseada en lazo cerrado

El objetivo de control es obtener vía la entrada de control $\boldsymbol{\tau}$ el siguiente sistema en lazo cerrado

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{p}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} & -D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \\ \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

con la función de energía deseada definida como

$$\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = \frac{1}{2} \mathbf{p}_a^T M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} \mathbf{p}_a + \mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a), \quad (5)$$

con $M_a(\mathbf{q}_a) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz arbitraria definida positiva, simétrica y diferenciable para todo $\mathbf{q}_a \in \mathbb{R}^n$, $D_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es también una matriz arbitraria diagonal definida positiva, $\mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a)$ es la función de energía potencial deseada, la cual es asumida arbitraria continua, al menos una vez diferenciable y definida positiva al menos localmente con un mínimo en $\mathbf{q}_a^* = \mathbf{0}_n$. Continuando con la definición de términos de (4), las variables de estado \mathbf{q}_a y \mathbf{p}_a se definen como un cambio de coordenadas de la forma

$$\mathbf{q}_a = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) - \boldsymbol{\phi}(t), \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_a = M_a(\mathbf{q}_a)\dot{\mathbf{q}}_a, \quad (7)$$

donde $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})$ y $\boldsymbol{\phi}(t)$ tienen la estructura

$$\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) = [\alpha_1(\mathbf{q}) \ \alpha_2(\mathbf{q}) \ \dots \ \alpha_n(\mathbf{q})]^T, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\phi}(t) = [\phi_1(t) \ \phi_2(t) \ \dots \ \phi_n(t)]^T, \quad (9)$$

con $\alpha_i(\mathbf{q})$ funciones continuamente diferenciables con respecto a \mathbf{q} , para $i = 1, 2, \dots, n$ las cuales deben seleccionarse para asegurar que el rango $\{W(\mathbf{q})\} = n$, tal que $W(\mathbf{q})^{-1}$ exista, donde $W(\mathbf{q})$ es la matriz jacobiana de $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})$, la cual se representa como

$$W(\mathbf{q}) = \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}. \quad (10)$$

Por otro lado, se supone que $\phi_i(t)$ es una función arbitraria conocida doblemente diferenciable. Diferenciando (6) se sigue que

$$\dot{\mathbf{q}}_a = W(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}(t). \quad (11)$$

Sustituyendo $\dot{\mathbf{q}}_a$ de (11) en (7) y $\dot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{p}$ de (2) se obtiene

$$\mathbf{p}_a = T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p})\mathbf{p} - M_a(\mathbf{q}_a)\dot{\boldsymbol{\phi}}(t), \quad (12)$$

donde

$$T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) = M_a(\mathbf{q}_a)W(\mathbf{q})M(\mathbf{q})^{-1}, \quad (13)$$

con el rango $\{T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})\} = n$.

Comentario 1. En contraste a los métodos de moldeo de energía existentes en la literatura de control, el marco teórico propuesto introduce el cambio de coordenadas (6) y (7) y el sistema en malla cerrada (4). Note que si $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}$ y $\boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{q}_d(t)$, entonces de (6) se sigue que $\mathbf{q}_a = \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_d(t)$, siendo $\tilde{\mathbf{q}}$ el error de seguimiento de trayectorias de posiciones articulares deseadas y $\mathbf{q}_d(t)$ la función de posiciones articulares deseadas, respectivamente. Más aún sustituyendo $\mathbf{q}_a = \tilde{\mathbf{q}}$ y su derivada temporal $\dot{\mathbf{q}}_a = \dot{\tilde{\mathbf{q}}}$ en (7) se obtiene $\mathbf{p}_a = M_a(\tilde{\mathbf{q}})\dot{\tilde{\mathbf{q}}}$. Note además que \mathbf{p}_a

definido en (7) es el momentum resultante obtenido del Lagrangiano $\mathcal{L}_a(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a)$ definido como

$$\mathcal{L}_a(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_a^T M_a(\mathbf{q}_a) \dot{\mathbf{q}}_a - \mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a), \quad (14)$$

donde $\dot{\mathbf{q}}_a = M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} \mathbf{p}_a$ de acuerdo con (7). Por lo tanto el momentum \mathbf{p}_a está dado por

$$\mathbf{p}_a = \frac{\partial \mathcal{L}_a(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a)}{\partial \dot{\mathbf{q}}_a} = M_a(\mathbf{q}_a) \dot{\mathbf{q}}_a, \quad (15)$$

en contraste con el “falso momentum” $\tilde{\mathbf{p}}$ definido en Fujimoto et al. (2003) y Fujimoto et al. (2004) como

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_d &= \frac{\partial \mathcal{L}_a(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial \mathcal{L}_d(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)}{\partial \dot{\mathbf{q}}_d}, \\ &= M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} - M_d(\mathbf{q}_d) \dot{\mathbf{q}}_d, \end{aligned} \quad (16)$$

siendo $M_d(\mathbf{q}_d)$ una matriz simétrica definida positiva a ser diseñada. En suma, el marco teórico propuesto utiliza errores de posición $\mathbf{q}_a = \tilde{\mathbf{q}}$ y momentos verdaderos \mathbf{p}_a definidos en (15) relacionadas a la transformación de coordenadas dadas en (6) y (7), en lugar de aquellas utilizadas en Fujimoto et al. (2003) y Fujimoto et al. (2004), dadas por los errores de posición $\tilde{\mathbf{q}}$, y una diferente variable tomada como “falso momentum” de acuerdo con (16).

2.4 Ley de control

Proposición 2. Considere el modelo dinámico de un robot definido en (3), entonces el sistema deseado en lazo cerrado (4) es obtenido con la siguiente ley de control

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{es} + \boldsymbol{\tau}_{di}, \quad (17)$$

donde

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{es} &= \nabla_q \mathcal{H} + \mathcal{R} \dot{\mathbf{q}} - T_a^{-1} [\nabla_{q_a} \mathcal{H}_a + \dot{T}_a \mathbf{p} \\ &\quad - \dot{M}_a \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) - M_a \ddot{\boldsymbol{\phi}}(t)] \\ \boldsymbol{\tau}_{di} &= -T_a^{-1} D_a \nabla_{p_a} \mathcal{H}_a, \end{aligned} \quad (18)$$

cuyo componente $\boldsymbol{\tau}_{es}$ representa la acción de control debida al moldeo de energía, mientras que $\boldsymbol{\tau}_{di}$ representa la acción de control debida a la inyección de amortiguamiento.

Prueba. La derivada en el tiempo de (12) es

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_a &= \dot{T}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) \mathbf{p} + T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) \dot{\mathbf{p}} \\ &\quad - \dot{M}_a(\mathbf{q}_a) \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) - M_a(\mathbf{q}_a) \ddot{\boldsymbol{\phi}}(t). \end{aligned} \quad (19)$$

Sustituyendo $\dot{\mathbf{p}}$ de (3) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_a &= \dot{T}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) \mathbf{p} + T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) [-\nabla_q \mathcal{H}(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \\ &\quad - \mathcal{R} \nabla_p \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + \boldsymbol{\tau}] - \dot{M}_a(\mathbf{q}_a) \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) \\ &\quad - M_a(\mathbf{q}_a) \ddot{\boldsymbol{\phi}}(t), \end{aligned} \quad (20)$$

usando (17)-(18) en (20) se obtiene

$$\dot{\mathbf{p}}_a = -\nabla_{q_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) - D_a \nabla_{p_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a). \quad (21)$$

Además de (5) tenemos que

$$\nabla_{p_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} \mathbf{p}_a, \quad (22)$$

y dado que $\mathbf{p}_a = M_a(\mathbf{q}_a) \dot{\mathbf{q}}_a$, sustituyendo en (22) resulta en

$$\nabla_{p_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = \dot{\mathbf{q}}_a. \quad (23)$$

Por lo que finalmente se concluye que (21) y (23) corresponden a (4). Esto completa la prueba de la Proposición 2.

2.5 Análisis de estabilidad

Proposición 3. Considere el modelo de la planta dado por (3) y la ley de control (17), entonces el origen del sistema es el único punto de equilibrio y este es globalmente asintóticamente estable.

Prueba. De (4) puede verificarse que el único punto de equilibrio es el origen. Tomando $\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a)$ como función de Lyapunov la cual es definida positiva y radialmente desacotada, se sigue que su derivada en el tiempo está dada por

$$\dot{\mathcal{H}}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = -\mathbf{p}_a^T M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} D_a M_a(\mathbf{q}_a)^{-1} \mathbf{p}_a \leq 0, \quad (24)$$

con lo que se concluye el origen es un equilibrio estable. Dado que el sistema en malla cerrado (4) es autónomo, resta aplicar el teorema de LaSalle (ver Khalil (2002), Corolario 4.2) para probar que este equilibrio es asintóticamente estable en forma global. Esto completa la prueba de la Proposición 3.

3. SOBRE LAS PERTURBACIONES EN EL SISTEMA

La solución obtenida en Kelly et al. (2021) presenta cierta robustez ante perturbaciones externas, sin embargo, como se observó en los resultados experimentales los efectos de la fricción influyen significativamente en los resultados. Con este fin, y en ventaja de las propiedades de pasividad de los sistemas en formulación hamiltoniana, se propone agregar una acción integral por realimentación de estados, tal que se cumpla el objetivo de control de seguimiento de trayectorias, dado por

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)] = \mathbf{0}_n, \quad (25)$$

donde se supone que $\mathbf{q}_d(t)$ es una función continua al menos dos veces diferenciable.

3.1 Nuevo componente de control

A continuación se introduce una entrada de control $\boldsymbol{\tau}_{ia}$ adicional a (17), como parte de la estrategia para cumplir el objetivo de control (25) ante una perturbación constante. Considere el sistema en lazo cerrado (4) con M_a constante. Añádase una acción de control $\boldsymbol{\tau}_{ia}$ en la ley de control (17) referida como una entrada \mathbf{u} al sistema estabilizado en lazo cerrado (4) (ver ecuación (31) mostrada más adelante), y definida como

$$\mathbf{u} = T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) \boldsymbol{\tau}_{ia}, \quad (26)$$

de manera que $\boldsymbol{\tau}_{ia} = T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})^{-1} \mathbf{u}$ será la acción de control integral a añadir en la ley de control (17) para obtener la ley de control total dada en (54), mostrada más adelante.

3.2 Perturbaciones de par

En el caso de perturbaciones en el lazo de las variables de estado del momentum expresadas como \mathbf{d}_τ , una interpretación física es que pueden ser vistas como cargas acotadas inciertas generadas directamente en los actuadores, ya sea por parámetros de fricción o incertidumbres paramétricas, tal que el segundo renglón de (3) queda

$$\dot{\mathbf{p}} = -\nabla_q \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) - \mathcal{R} \nabla_p \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + (\boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_\tau), \quad (27)$$

y al sustituirse (27) en (19), obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_a &= \dot{T}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})\mathbf{p} + T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})[-\nabla_q \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\ &\quad - \mathcal{R} \nabla_p \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_\tau] \\ &\quad - \dot{M}_a(\mathbf{q}_a)\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) - M_a(\mathbf{q}_a)\ddot{\boldsymbol{\phi}}(t), \end{aligned} \quad (28)$$

y al sustituir (17)-(18) en (28) finalmente se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{p}}_a &= -\nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) - D_a \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \\ &\quad + T_a(\mathbf{q}_a)\mathbf{d}_\tau. \end{aligned} \quad (29)$$

Tomando las cotas propuestas para la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ en Kelly et al. (2006), podemos concluir que $T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})$ de (13) está acotada por una constante, de manera que $\mathbf{d}_{p_a} := T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})\mathbf{d}_\tau$ es acotada de la siguiente manera

$$\mathbf{d}_{p_a} = M_a(\mathbf{q}_a)W(\mathbf{q})M(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{d}_\tau \leq k'_{M^{-1}}\|\mathbf{d}_\tau\|_{\max}, \quad (30)$$

donde $\|\mathbf{d}_\tau\|_{\max}$ es la cota máxima de $\|\mathbf{d}_\tau\|$ y siendo $k'_{M^{-1}}$ una constante que depende de $M(\mathbf{q})$. Por lo tanto se concluye que las perturbaciones acotadas \mathbf{d}_τ en lazo abierto (3) se propagan al sistema en lazo cerrado (4) como perturbaciones acotadas \mathbf{d}_{p_a} .

Comentario 4. Seleccionando $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}$, $\boldsymbol{\phi}(t) = \mathbf{q}_d(t)$, M_a constante, $\mathbf{d}_\tau = T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q})^{-1}\mathbf{d}_{\tau'}$, donde $\mathbf{d}_{\tau'} \in \mathbb{R}^n$ es constante, con $W(\mathbf{q}) = I_{n \times n}$ y $T_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{q}) = M_a M(\mathbf{q})^{-1}$ se sigue que \mathbf{d}_{p_a} es constante.

Por lo tanto, el sistema en lazo cerrado con la nueva acción de control y con las perturbaciones consideradas en (27) puede ser expresado como

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{p}_a \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} & -D_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \\ \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ I_{n \times n} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n \\ \mathbf{d}_{p_a} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

Puede verificarse que si no existe compensación de la perturbación, el origen del sistema en lazo cerrado en presencia de perturbaciones \mathbf{d}_{p_a} en (31) no será más un punto de equilibrio y por tanto la estabilidad no se puede garantizar. Con base al análisis previo, se justifica la incorporación de la acción integral definida en la Sección 3.1 por medio de (26), la cual es agregada en la entrada de control (17) tal que este nos permita garantizar el objetivo de control (25). Como se verá más adelante, la implementación de esta nueva ley de control no requiere del conocimiento de las perturbaciones, y por tanto, se logra robustez del controlador.

Suposición 5. Suponga que M_a y D_a son constantes, \mathbf{d}_{p_a} es constante y $\mathcal{U}_a(\mathbf{q}_a) = (1/2)\mathbf{q}_a^T K_p \mathbf{q}_a$ con $K_p = \text{diag}\{k_{p_1}, k_{p_2}, \dots, k_{p_n}\}$.

4. SOBRE LA ACCIÓN INTEGRAL

Inspirados en Donaire y Junco (2009), en este trabajo se propone la solución aplicando realimentación mediante la salidas no pasivas del sistema es decir a través de las variables de estado \mathbf{q}_a y mediante un cambio de coordenadas tal que el nuevo sistema en lazo cerrado garantiza estabilidad asintótica en presencia de perturbaciones constantes.

4.1 Ley de control por moldeo de energía más una acción integral

Proposición 6. Considere el sistema en lazo cerrado con perturbaciones dado en (31) bajo la Suposición 5. Defina un cambio de coordenadas de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \mathbf{q}_a, \\ \mathbf{z}_2 &= \Psi(\mathbf{p}_a, \mathbf{z}_3, \mathbf{d}_{p_a}), \end{aligned} \quad (32)$$

con una acción de control integral y con una dinámica de \mathbf{z}_3 dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -D_a \mathbf{z}_3 - M_a K_I \nabla_{\mathbf{q}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a), \\ \dot{\mathbf{z}}_3 &= K_I \nabla_{\mathbf{z}_1} \mathcal{H}_b(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2), \end{aligned} \quad (33)$$

donde

$$\mathcal{H}_b(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T M_a^{-1} \mathbf{z}_2 + \mathcal{U}_a(\mathbf{z}_1). \quad (34)$$

Entonces el sistema en lazo cerrado aumentado

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \\ \dot{\mathbf{z}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} & -K_I \\ -I_{n \times n} & -D_a & 0_{n \times n} \\ K_I & 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{z}_1} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \\ \nabla_{\mathbf{z}_2} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \\ \nabla_{\mathbf{z}_3} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \end{bmatrix}, \quad (35)$$

donde

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \\ \mathbf{z}_3 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

con $K_I^{-1} > 0$ y la nueva función de energía

$$\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) = \mathcal{H}_b(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) + \frac{1}{2}(\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^*)^T K_I^{-1}(\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^*), \quad (37)$$

con $\mathbf{z}_3^* = D_a^{-1}\mathbf{d}_{p_a}$, tiene un equilibrio $\mathbf{z}^* = [\mathbf{0}_n \ \mathbf{0}_n \ \mathbf{z}_3^*]^T$ que es asintóticamente estable en forma global.

Prueba. Dado que las variables \mathbf{q}_a no pueden ser manipuladas directamente (la entrada de control no tiene un efecto directo sobre ellas dado que son de grado relativo mayor a uno), entonces se propone la igualación de las coordenadas $\mathbf{z}_1 = \mathbf{q}_a$ y por lo tanto $\dot{\mathbf{z}}_1 = \dot{\mathbf{q}}_a$, de donde las ecuaciones de igualación del primer renglón de (31) y (35) determinarán si es posible encontrar una solución para el cambio de coordenadas restante de la forma $\mathbf{z}_2 = \Psi(\mathbf{p}_a, \mathbf{z}_3, \mathbf{d}_{p_a})$. Con este fin, de (31) y (35) obtenemos

$$\nabla_{\mathbf{z}_2} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) - K_I \nabla_{\mathbf{z}_3} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) = \nabla_{\mathbf{p}_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a), \quad (38)$$

por tanto, se tiene que

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{p}_a + M_a \mathbf{z}_3 - M_a D_a^{-1} \mathbf{d}_{p_a}. \quad (39)$$

Ahora para lograr obtener el segundo renglón de (35), la ecuación de igualación restante se obtiene a través de la derivada temporal de \mathbf{z}_2 de la ecuación (32) dada por

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \nabla_{\mathbf{p}_a} \Psi(\mathbf{p}_a, \mathbf{z}_3, \mathbf{d}_{p_a}) \dot{\mathbf{p}}_a + \nabla_{\mathbf{z}_3} \Psi(\mathbf{p}_a, \mathbf{z}_3, \mathbf{d}_{p_a}) \dot{\mathbf{z}}_3. \quad (40)$$

Al igualar $\dot{\mathbf{z}}_2$ de (35) con (40), se obtiene la entrada de control

$$\mathbf{u} = -D_a M_a^{-1} \mathbf{z}_2 + D_a M_a^{-1} \mathbf{p}_a - M_a \dot{\mathbf{z}}_3 - \mathbf{d}_{p_a}, \quad (41)$$

y sustituyendo \mathbf{z}_2 de (39) en (41) obtenemos

$$\mathbf{u} = -D_a \int \dot{\mathbf{z}}_3 dt - M_a \dot{\mathbf{z}}_3, \quad (42)$$

dado que $\nabla_{p_a} \Psi(\mathbf{p}_a, \mathbf{z}_3, \mathbf{d}_{p_a}) = I_{n \times n}$ existe una única solución para \mathbf{u} .

4.2 Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad siguiente determinará el valor de $\dot{\mathbf{z}}_3$ para garantizar estabilidad asintótica global del sistema en lazo cerrado (35). Bajo la Suposición 5, al desarrollar la función de energía $\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z})$ de (37) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) = & \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T M_a^{-1} \mathbf{z}_2 + \frac{1}{2} \mathbf{z}_1^T K_p \mathbf{z}_1 \\ & + \frac{1}{2} (\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^*)^T K_I^{-1} (\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^*), \end{aligned} \quad (43)$$

la cual califica como función candidata de Lyapunov. Para probar la positividad de (43), puede verificarse que esta función satisface la desigualdad

$$\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \geq \frac{1}{2} \boldsymbol{\vartheta}^T E_{\min} \boldsymbol{\vartheta}, \quad (44)$$

donde $\boldsymbol{\vartheta} = \boldsymbol{\vartheta}(\mathbf{z}) = [\|\mathbf{z}_1\| \|\mathbf{z}_2\| \|\mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^*\|]^T$ con la matriz E_{\min} definida como

$$E_{\min} = \begin{bmatrix} \lambda_{\min}\{K_p\} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\min}\{M_a^{-1}\} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\min}\{K_I^{-1}\} \end{bmatrix}, \quad (45)$$

dado que $K_p > 0, M_a > 0$ y $K_I^{-1} > 0$ entonces $\lambda_{\min}\{K_p\}, \lambda_{\min}\{M_a^{-1}\}$ y $\lambda_{\min}\{K_I^{-1}\}$ son estrictamente positivas. Por tanto, se comprueba que (37) es definida positiva y radialmente desacotada globalmente. Además $\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z})$ también satisface

$$\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \leq \frac{1}{2} \boldsymbol{\vartheta}^T E_{\max} \boldsymbol{\vartheta}, \quad (46)$$

donde

$$E_{\max} = \begin{bmatrix} \lambda_{\max}\{K_p\} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\max}\{M_a^{-1}\} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\max}\{K_I^{-1}\} \end{bmatrix}, \quad (47)$$

tal que se concluye que $\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z})$ es una función menguante (Kelly y Santibáñez (2003)), siendo $\lambda_{\min}\{K_p\}, \lambda_{\min}\{M_a^{-1}\}$ y $\lambda_{\min}\{K_I^{-1}\}$ estrictamente positivas. Derivando $\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z})$ a través de las trayectorias del sistema (35) obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{H}}_{cl}(\mathbf{z}) = & \nabla_{z_1} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}}_1 + \nabla_{z_2} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}}_2 \\ & + \nabla_{z_3} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) \dot{\mathbf{z}}_3 \\ = & \nabla_{z_3} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) [\dot{\mathbf{z}}_3 - K_I \nabla_{z_1} \mathcal{U}_a(\mathbf{z}_1)] \\ & - \nabla_{z_2} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}) D_a \nabla_{z_2} \mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z}), \end{aligned} \quad (48)$$

y seleccionando $\dot{\mathbf{z}}_3$ de (33), la derivada temporal de la función de energía es semidefinida negativa como sigue

$$\dot{\mathcal{H}}_{cl}(\mathbf{z}) = -\mathbf{z}_2 M_a^{-1} D_a M_a^{-1} \mathbf{z}_2 \leq 0. \quad (49)$$

Lo que prueba que el origen del sistema (35) es estable. Dado que (35) es autónomo, se aplicará el teorema de

LaSalle (ver Khalil (2002), Corolario 4.2) para analizar estabilidad global asintótica del origen. Con ese fin, se define el conjunto Ω ,

$$\Omega = \{\dot{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{3n} | \mathbf{z}_2 = \mathbf{0}_n\}. \quad (50)$$

Note que debido a la Suposición 5, $\dot{\mathcal{H}}_{cl}(\mathbf{z}) = 0$ solo si $\mathbf{z}_2 = \mathbf{0}_n$. Para que una solución $\mathbf{z}(t)$ pertenezca a Ω para todo $t \geq 0$, es necesario y suficiente que $\mathbf{z}_2(t) = \mathbf{0}_n$ para todo $t \geq 0$, de las ecuaciones del sistema en lazo cerrado (35), en el conjunto Ω se tiene que

$$\mathbf{z}_2 = 0 \Rightarrow \dot{\mathbf{z}}_2 \equiv 0 \Rightarrow \mathbf{z}_1 \equiv 0 \Rightarrow \dot{\mathbf{z}}_1 \equiv 0 \Rightarrow \mathbf{z}_3 - \mathbf{z}_3^* \equiv 0, \quad (51)$$

se puede concluir que el conjunto invariante más grande en Ω es $\mathbf{z}^* = [\mathbf{0}_n \ \mathbf{0}_n \ \mathbf{z}_3^*]^T$ y dado que $\mathcal{H}_{cl}(\mathbf{z})$ es definida positiva globalmente y radialmente desacotada, entonces se puede concluir que \mathbf{z}^* es globalmente asintóticamente estable. Más aún

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}^*] = \mathbf{0}_{3n}, \quad (52)$$

por lo tanto del cambio de coordenadas (32) se concluye que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_a(t) = \mathbf{0}_n, \quad (53)$$

lo que garantiza el objetivo de control (25) completando la prueba.

4.3 Ley de control total

Finalmente, la ley de control total sumada a aquella diseñada por el controlador propuesto en Kelly et al. (2021) queda

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{es} + \boldsymbol{\tau}_{di} + \boldsymbol{\tau}_{ia}, \quad (54)$$

donde

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{es} = & \nabla_q \mathcal{H} + \mathcal{R} \dot{\mathbf{q}} - T_a^{-1} [\nabla_{q_a} \mathcal{H}_a + \dot{T}_a \mathbf{p} \\ & - M_a \ddot{\boldsymbol{\phi}}(t) - M_a \dot{\boldsymbol{\phi}}(t)] \\ \boldsymbol{\tau}_{di} = & -T_a^{-1} D_a \nabla_{p_a} \mathcal{H}_a, \\ \boldsymbol{\tau}_{ia} = & -T_a^{-1} [D_a K_I \int_0^t \nabla_{q_a} \mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a, \sigma) d\sigma \\ & + M_a K_I \nabla_{q_a} \mathcal{H}_a]. \end{aligned} \quad (55)$$

5. CASO DE ESTUDIO: ROBOT CICESE

Tabla 1. Parámetros del robot CICESE

Descripción	Notación	Valor	Unidades
Longitud eslabón 1	l_1	0.45	m
Dist. al cdm (l_1)	l_{c1}	0.091	m
Dist. al cdm (l_2)	l_{c2}	0.048	m
Masa eslabón 1	m_1	23.902	kg
Masa eslabón 2	m_2	3.88	kg
Iner. resp. al cdm (l_1)	I_1	1.266	kg · m ²
Iner. resp. al cdm (l_2)	I_2	0.093	kg · m ²
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s ²

Se hicieron una serie de experimentos con el robot de la Figura 1 el cual fue construido en el Centro de Investigación CICESE en México, (Reyes y Kelly (1997)), (Reyes y Kelly (2001)). El brazo se mueve en el plano vertical como se muestra en el diagrama cinemático de



Fig. 1. Robot manipulador CICESE de dos grados de libertad

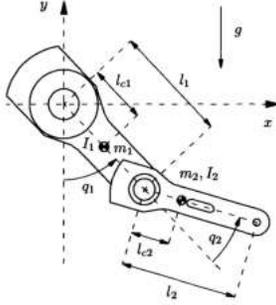


Fig. 2. Diagrama de la cinemática del robot CICESE

La Figura 2. Los parámetros dinámicos de los dos eslabones son longitud del eslabón l_i , la longitud al centro de masa l_{c_i} , el momentum de inercia I_i , y la masa m_i , con $i = 1, 2$. La aceleración de la gravedad es g , mientras que τ es el vector de entrada requerido para cada uno de los actuadores. Los experimentos fueron realizados mediante la plataforma de tiempo real para Windows llamada WinMechLab (Campa et al. (2004)). El algoritmo de control (54) fue discretizado a través del método de Euler, y fue ejecutado con un período de muestro de 2.5 (ms) utilizando una tarjeta adquisitora de datos *MultiQ-PCI* desarrollada por *Quanser Consulting Inc.* El modelo dinámico (3) del robot de la Figura 1 puede ser descrito con la matriz de inercia dada por

$$M(q_2) = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + 2c_3 \cos(q_2) & c_2 + c_3 \cos(q_2) \\ c_2 + c_3 \cos(q_2) & c_2 \end{bmatrix}, \quad (56)$$

y la función de energía potencial

$$\mathcal{U}(q_1, q_2) = -c_4 g \cos(q_1) - c_5 g \cos(q_1 + q_2), \quad (57)$$

donde las constantes c_i , con $i = 1, 2, \dots, 5$ son definidas como $c_1 = m_1 l_{c_1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1$, $c_2 = m_2 l_{c_2}^2 + I_2$, $c_3 = m_2 l_1 l_{c_2}$, $c_4 = m_1 l_{c_1} + m_2 l_1$, $c_5 = m_2 l_{c_2}$. Los valores numéricos de los parámetros del robot están enlistados en la Tabla 1. Los coeficientes de fricción viscosa utilizados fueron $f_{v_1} = 2.288[\text{Nm s/rad}]$ y $f_{v_2} = 0.175[\text{Nm s/rad}]$.

5.1 Sistema en lazo cerrado: Moldeo de energía más inyección de amortiguamiento

Para el manipulador de la Figura 1, el sistema en lazo cerrado (35) es obtenido usando la ley de control (54). Además se seleccionó la función de energía potencial deseada como en la Suposición 5

$$\mathcal{U}_a(q_{a_1}, q_{a_2}) = \frac{1}{2}[k_{p_1} q_{a_1}^2 + k_{p_2} q_{a_2}^2], \quad (58)$$

con las matrices constantes $M_a = \text{diag}\{a_1, a_2\}$ con $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$, $D_a = \text{diag}\{k_{v_1}, k_{v_2}\}$. Más aún, la función $\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a)$ de (5) está dada por

$$\mathcal{H}_a(\mathbf{q}_a, \mathbf{p}_a) = \frac{1}{2} \left[\frac{p_{a_1}^2}{a_1} + \frac{p_{a_2}^2}{a_2} \right] + \frac{1}{2} [k_{p_1} q_{a_1}^2 + k_{p_2} q_{a_2}^2], \quad (59)$$

la cual es definida positiva de manera global y radialmente desacotada. En todos los casos se consideran la configuración de condiciones iniciales $[q_1(0) \ q_2(0) \ p_1(0) \ p_2(0)]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ así como los estados iniciales de las variables con la acción integral (33) como $\mathbf{z}_3(0) = \mathbf{0}_2$. En todos los experimentos se agregó una perturbación en $t > 10[\text{s}]$ dada por $\mathbf{d}_{p_a} = T_a^{-1} \mathbf{d}_\tau$ con $\mathbf{d}_\tau = [5 \ 1]^T [\text{Nm}]$. El primer experimento se realizó para probar el desempeño en modo regulación donde se propuso el punto de equilibrio deseado $\mathbf{q}_d = [\pi/4 \ \pi/2]^T [\text{rad}]$. Las ganancias de controlador fueron: $k_{p_1} = 55, k_{p_2} = 50, k_{i_1} = 0.2, k_{i_2} = 0.4, k_{v_1} = 7, k_{v_2} = 7$. Los resultados se muestran en la Figura 3. Podemos observar que únicamente el controlador con acción integral garantiza el objetivo de control en ambas articulaciones incluso en la presencia de las perturbaciones. Además se observa que el par requerido es menor, por tanto, el gasto energético para llevar a cabo la tarea es menor. El siguiente experimento se realizó para probar el desempeño en modo seguimiento donde se propuso el siguiente vector de trayectorias deseadas

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} q_{d_1}(t) \\ q_{d_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1[1 - e^{-2t^3}] + c_1[1 - e^{-2t^3} \sin(\omega_1 t)] \\ b_2[1 - e^{-2t^3}] + c_2[1 - e^{-2t^3} \sin(\omega_2 t)] \end{bmatrix}, \quad (60)$$

con $b_1 = 0.78, c_1 = 0.17, \omega_1 = 15[\text{rad/s}], b_2 = 1.04, c_2 = 2.18$ y $\omega_2 = 3.5[\text{rad/s}]$. Las ganancias de controlador dadas fueron modificadas como: $k_{p_1} = 400, k_{p_2} = 1000, k_{i_1} = 2, k_{i_2} = 2, k_{v_1} = 40, k_{v_2} = 63.24$. Los resultados se muestran en la Figura 4. Nuevamente se observa el mismo resultado exitoso del controlador con acción integral, que si bien es cierto no alcanza el objetivo de control, el error se mantiene muy pequeño producto de las incertidumbres no modeladas. Con el fin de comparar el desempeño del controlador propuesto con respecto al presentado en Kelly et al. (2021), el criterio comparativo será utilizando la raíz cuadrada del error cuadrático medio de seguimiento (basado en la norma \mathcal{L}_2 de los errores de seguimiento $\tilde{\mathbf{q}}$) dado por

$$\mathcal{L}_2[\tilde{\mathbf{q}}] = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \tilde{\mathbf{q}}^T \tilde{\mathbf{q}} dt} \quad (61)$$

donde T_s representa el tiempo total de experimentación, el cual a sido fijado en $T_s = 10[\text{s}]$, es decir antes de introducir la perturbación, de tal manera que se están comparando los resultados experimentales bajo la misma referencia y las mismas condiciones iniciales en el modo seguimiento. El índice de desempeño obtenido para la articulación 1 es de $0.2433[^\circ]$, mientras que para la articulación 2 es de $0.1557[^\circ]$, ambos de menor magnitud, en comparación con los reportados en Kelly et al. (2021) (página 1888 Figura 12) de $0.35[^\circ]$ para la articulación 1 y $0.33[^\circ]$ para la articulación 2.

REFERENCIAS

- Campa, R., Kelly, R. y Santibáñez, V. (2004). Windows-based real-time control of direct-drive mechanisms: platform description and experiments. *Mechatronics*, 14(9), 1021:1036.
- Donaire, A. y Junco, S. (2009). Brief paper: on the addition of integral action to port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 45(8), 1910:1916.
- Fujimoto, K., Sakurama, K. y Sugie, T. (2003). Trajectory tracking control of port-controlled hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *Automatica*, 39(12), 2059:2069.
- Fujimoto, K., Sakurama, K. y Sugie, T. (2004). Trajectory tracking control of nonholonomic hamiltonian systems via generalized canonical transformations. *European Journal of Control*, 10(5), 421:431.
- Kelly, R., Sandoval, J. y Santibáñez, V. (2021). A GUAS joint position tracking controller of torque-driven robot manipulators influenced by dynamic dahl friction: theory and experiments. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 29(5), 1877-1890.
- Kelly, R. y Santibáñez, V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Pearson Educación.
- Kelly, R., Santibáñez, V. y Loría, A. (2006). *Control of robot manipulators in joint space*. Springer London.
- Khalil, H. (2002). *Nonlinear systems* (3rd ed.). Prentice-Hall.
- Ortega, R. y García-Canseco, E. (2004). Interconnection and damping assignment passivity-based control: a survey. *European Journal of Control*, 10(5), 432:450.
- Ortega, R., Loría, A., Nicklasson, P. y Sira-Ramírez, H. (1998). *Passivity-based control of euler-lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer London.
- Ortega, R., Romero, J.G., Borja, P. y Donaire, A. (2021). *PID passivity-based control of nonlinear systems with applications*. John Wiley and Sons, Ltd.
- Ortega, R., Spong, M., Gomez-Estern, F. y Blankenstein, G. (2002). Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(8), 1213:1233.
- Reyes, F. y Kelly, R. (1997). Experimental evaluation of identification schemes on a direct-drive robot. *Robotica*, 15(5), 563:571.
- Reyes, F. y Kelly, R. (2001). Experimental evaluation of model-based controllers on a drive robot arm. *Mechatronics*, 11(3), 267:282.
- Sandoval, J., Kelly, R., Santibáñez, V., y Chin-Villalobos J. (2022). Energy regulation of torque-driven robot manipulators in joint space. *Journal of the Franklin Institute*, 359, 1427:1456.
- Takegaki, M. y Arimoto, S. (1981). A new feedback method for dynamic control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2), 119:125.

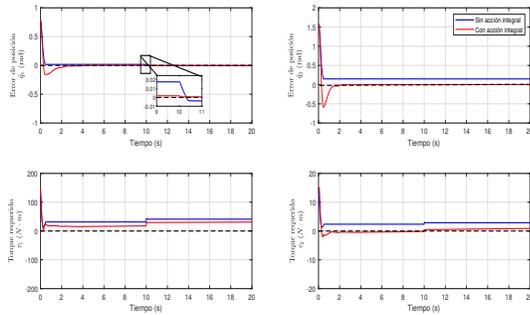


Fig. 3. Desempeño de los controladores en modo regulación con acción integral a partir del moldeo de energía más inyección de amortiguamiento.

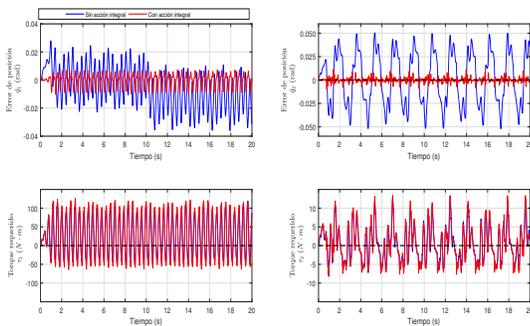


Fig. 4. Desempeño de los controladores en modo seguimiento con acción integral a partir del moldeo de energía más inyección de amortiguamiento.

6. CONCLUSIONES

La incorporación de una acción integral al controlador bajo un nuevo enfoque de moldeo de energía más inyección de amortiguamiento agrega no solo robustez al sistema, sino incluso reduce el efecto indeseable de la fricción como se observó en los experimentos. En efecto, se demostró que la acción integral mejora el desempeño del controlador presentado en Kelly et al. (2021), bajo el criterio del índice de desempeño, incluso en su versión simplificada. Conviene resaltar que otra ventaja del controlador con acción integral propuesto en el presente artículo es que es más simple de implementar y presenta mejores resultados sin necesidad del costo computacional de un observador. Finalmente, la ventaja de incorporar la acción integral luego de utilizar un cambio de coordenadas en la dinámica deseada en lazo cerrado y no directamente sobre el sistema, es cumplir el objetivo de control ante perturbaciones externas, tal que se logra diseñar un controlador robusto.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente apoyado por las subvenciones CONACyT CVU 1106239, por contrato CONACyT 166636 y por proyectos TecNM.