

Control based on a hybrid predictor for linear unstable delayed systems with a pair of complex conjugate poles.

A. Urquiza Castro * R. Navarro Corro * B. del-Muro-Cuéllar *
R.J. Vázquez-Guerra ** J.F. Márquez Rubio *

* *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., 04430, México.*

** *Instituto Politécnico Nacional, CECyT 7, Cuauhtémoc, Ermita Iztapalapa 3241, Iztapalapa C.P. 09570, México*

Abstract: This paper presents a methodology to design a hybrid predictor of continuous signals to solve the stabilization problema of unstable linear systems with time delay, specifically systems with an unstable pole and a pair of stable conjugate complex poles. Among the main contributions of this work is to guarantee the existence of the predictor device, regardless of the size of the delay. To solve the stabilization problem, the necessary and sufficient conditions are obtained for a Proportional-Integral (PI) controller that can guarantee the stability of the system using the designed predictor. The performance of this control strategy is evaluated by means of a numerical simulation.

Keywords: Delay, unstable systems, hybrid predictor, observer

1. INTRODUCCIÓN

Los retardos son muy comunes en los sistemas dinámicos y aparecen frecuentemente en aplicaciones prácticas de ingeniería de control y estos pueden originarse por fenómenos como el transporte de material o información (Lai and Hsu (2010)). Cuando el retardo es relativamente pequeño en comparación con la constante de tiempo dominante del sistema, puede despreciarse para diseñar controladores tradicionales, sin embargo, cuando la magnitud del retardo es mayor o igual a la constante de tiempo dominante del sistema, ignorar el término de retardo en el diseño del controlador, podría degradar el comportamiento de la señal controlada e incluso presentar inestabilidad. Por ende, un gran número de trabajos publicados han presentado varias soluciones para compensar los efectos del término de retardo sobre la estabilidad del sistema, por ejemplo, se han reportado trabajos que abordan procesos inestables con retardo de tiempo estabilizados por controladores clásicos (Hernández-Pérez et al. (2015) y Lee et al. (2010)).

Así mismo, en la literatura existen diferentes estrategias para dar solución a los problemas que implica el término del retardo, una de ellas es el criterio de estabilidad de Nyquist (Lee et al. (2010)), el cual permite analizar la estabilidad de un sistema en lazo cerrado a partir de realizar un análisis frecuencial a un sistema en lazo abierto asociado.

Por otro lado, una de las estrategias más utilizadas para el control de plantas con retardo de tiempo, es el Predictor de Smith (PS) (Smith (1957)), el cual constituye el compensador más utilizado debido a su elevada efectividad y su simple implementación. Este esquema propone una estimación del valor futuro de la señal interna antes de que se vea afectada por el retardo, desafortunadamente esta estrategia está restringida para el caso de sistemas estables. Para solucionar esta problemática, algunos autores han desarrollado diferentes estrategias para tratar con sistemas inestables retardados, basadas en modificaciones al PS (W. Michiels (2001), Márquez-Rubio et al. (2010), Del-Muro-Cuéllar et al. (2012) y Hernández-Pérez et al. (2020).)

Otra estrategia para controlar sistemas con retardo es obtener una representación discreta del sistema continuo utilizando un Retenedor de Orden Cero (ROC) y un tiempo de muestreo T , tal que cumpla con $T = \tau/n$ donde τ es tamaño del retardo y n es un número entero cualquiera. Al obtener el modelo del sistema en tiempo discreto, el retardo aparece en el denominador de la función de transferencia como n polos en el origen, lo que permite por ejemplo trazar un lugar geométrico de las raíces en el caso discreto. Cabe resaltar que mientras mayor sea el entero n , el sistema discreto aumentará su orden. Un trabajo que hace uso de esta estrategia es publicado por Vázquez Rosas C. D. (2012), el cual propone un método de control por retroalimentación de

las variables de estado usando un observador digital; la estabilidad del sistema se logra mediante la reubicación de los polos dentro del círculo unitario.

En este trabajo se presenta una metodología que hace uso del modelo discreto de la planta para el diseño de un esquema predictor híbrido, que posteriormente es usado para diseñar un controlador que estabiliza sistemas lineales con retardo. El trabajo está inspirado en el enfoque usado en dos trabajos previamente publicados (Buenfil (2013) y Mendoza et al. (2021)) los cuales consideran el diseño de un predictor híbrido para obtener una predicción analógica de las señales internas de la planta.

El presente trabajo es una extensión del trabajo de Mendoza et al. (2021), en donde se considera la estabilización de sistemas inestables lineales retardados con polos reales; el presente trabajo está dedicado al control de sistemas inestables lineales con un par de polos complejos conjugados estables. Adicionalmente, se obtiene la condición necesaria y suficiente para diseñar un controlador PI.

El trabajo está organizado de la siguiente manera, en la Sección 2, se describe el planteamiento del problema y algunos resultados preliminares, en la Sección 3 se desarrollan los resultados principales. En la Sección 4 se muestra el desempeño de la estrategia de control mediante la aplicación de la propuesta a un ejemplo. Finalmente, en la sección 5 se presentan algunas observaciones finales.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RESULTADOS PRELIMINARES

Considere la clase de sistemas lineales invariantes en el tiempo de una sola entrada y salida (SISO) con retardo de tiempo,

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)e^{-\tau s}. \quad (1)$$

donde $U(s)$ y $Y(s)$ son las señales de entrada y salida respectivamente, $\tau > 0$ es el retardo y $G(s)$ es la función de transferencia del sistema dada en la forma,

$$G(s) = \frac{b}{(s-a)(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}. \quad (2)$$

Donde el sistema (2) tiene un polo inestable, esto es $a > 0$, y un par de polos complejos conjugados estables. Donde ζ es la relación de amortiguamiento y ω_n la frecuencia natural no amortiguada. Cuando $0 < \zeta < 1$, se produce un par de polos complejos conjugados estables.

Observe que si se aplica una estrategia de control basada en una retroalimentación de salida como lo muestra la siguiente ecuación,

$$U(s) = [R(s) - Y(s)]C(s), \quad (3)$$

produce un sistema de lazo cerrado dado por,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)e^{-\tau s}}{1 + C(s)G(s)e^{-\tau s}}. \quad (4)$$

Es claro observar que el término del retardo $e^{-\tau s}$ ubicado en el denominador de la función de transferencia (4) dificulta un análisis de estabilidad, ya que tendremos una ecuación característica de lazo cerrado con un número infinito de polos.

A continuación, haremos énfasis en algunos hechos que son importantes considerar para entender la estrategia propuesta en este trabajo. Considere la función de transferencia (1) con $\tau = 0$, es decir, el sistema (1) sin retardo, y su representación en variables de estado dada por,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t), \\ y(t) &= C_c x(t). \end{aligned} \quad (5)$$

donde $x(t)$ es el vector de estado, $u(t)$ es la entrada, $y(t)$ es la salida. A_c , B_c y C_c son las matrices de los parámetros asociados del sistema los cuales se consideran como conocidos. Por otro lado, una representación discreta de la función de transferencia (2) usando un retenedor de orden cero y un periodo de muestreo T , está dada por,

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k), \\ y(k) &= C_d x(k). \end{aligned} \quad (6)$$

Sabemos que existe más de una representación en variables de estado discreta (6) para el sistema continuo (5). Sin embargo, cuando se desea realizar un control digital por retroalimentación de estados, es muy importante usar una representación adecuada que permita mantener la relación que hay entre la entrada y los estados del sistema continuo, para lograr esto se requiere usar las fórmulas,

$$\begin{aligned} A_d &= e^{A(T)} = \mathcal{L}^{-1}(sI - A_c)^{-1}|_{t=T}, \\ B_d &= \int_0^T e^{A_c(T-\phi)} B_c d\phi, \\ C_d &= C_c, \\ D_d &= D_c. \end{aligned} \quad (7)$$

Los representación discreta en variables de estado (6), obtenida usando (7), es la representación que respeta el mapeo de la entrada hacia los estados del sistema continuo.

2.1 Inyección discreta de la salida

Considere ahora el sistema (1) con $\tau = 0$, y la representación en variables de estado junto con la inyección de la salida discreta mostrada en la Figura 1. Observe que para este caso, se requiere encontrar una representación digital en variables de estado (6), de tal manera que en el esquema de inyección no se pierda la relación estado-salida. Es decir, se requiere obtener una realización en espacio de estado que respete el mapeo de las variables de estado hacia la salida. Esto se puede obtener dualizando las expresiones (7), como se propone en Buenfil (2013),

$$\begin{aligned}\bar{A}_d &= e^{A_c(T)} = \mathcal{L}^{-1}(sI - A'_c)^{-1}|_{t=T}, \\ \bar{B}_d &= B_c, \\ \bar{C}_d &= \int_0^T e^{A'_c(T-\phi)} C'_c d\phi, \\ \bar{D}_d &= D_c.\end{aligned}\quad (8)$$

Este procedimiento también se puede calcular utilizando los comandos del programa MATLAB; primero se declara el sistema continuo con el comando *system - continuo* = *ss(A'_c, C'_c, B'_c, D_c)*, luego para obtener la versión discreta del sistema se utiliza el comando *system - discreto* = *c2d(system - continuo, T)*. Así, *system - discreto* contiene las matrices \bar{A}_d , \bar{B}_d , \bar{C}_d y \bar{D}_d . Estas matrices son utilizadas para la representación deseada en variables de estado, respetando el mapeo estado-salida asociadas a la inyección discreta de la salida.

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \bar{A}_{dd}x(k) + \bar{B}_{dd}u(k), \\ y(k) &= \bar{C}_{dd}x(k).\end{aligned}\quad (9)$$

donde $\bar{A}_{dd} = \bar{A}'_d$, $\bar{B}_{dd} = \bar{C}'_d$ y $\bar{C}_{dd} = \bar{B}'_d$. Finalmente, estas matrices son utilizadas para el cálculo de las ganancias del vector $G = [g_1 \ g_2 \ g_3]'$ asociadas a la inyección discreta, donde g_1 , g_2 y g_3 son parámetros libres de diseño. Con ayuda de MATLAB, se pueden calcular las ganancias del vector G usando el comando $G = \text{place}(\bar{A}'_{dd}, \bar{C}'_{dd}, [\beta_1, \beta_2, \beta_3])$, donde β_1 , β_2 y β_3 son las ubicaciones deseadas (dentro del círculo unitario) de los polos en lazo cerrado mostrado en la Figura 1.

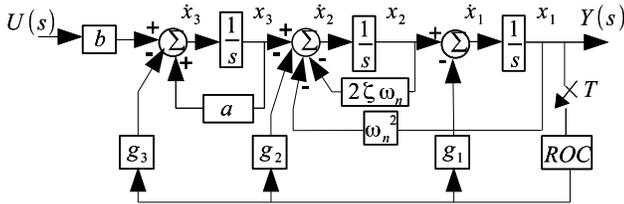


Fig. 1. Inyección de la salida.

2.2 Controlador Proporcional-Integral (PI)

En este apartado se muestra el análisis de estabilidad de la clase de sistemas con retardo de tiempo (1) en lazo cerrado con la siguiente acción de control,

$$C_{PI}(s) = k_p(1 + \frac{k_i}{s}). \quad (10)$$

Para el análisis se utilizará un resultado preliminar publicado en Hernández-Pérez et al. (2015), que se usará más adelante en la propuesta presentada en este trabajo, el cual establece que existe un controlador PI con una retroalimentación unitaria de la salida, tal que el sistema en lazo cerrado asociado es estable si y solo si el retardo cumple con la condición $\tau < \frac{1}{a} - 2\frac{\zeta}{\omega_n}$.

Para obtener los parámetros estabilizantes del controlador $C_{PI}(s)$ se inicia eligiendo un valor de ganancia k_i lo

suficientemente pequeña, tal que $\angle Q_{pi}(j\omega) = -\pi$ tenga dos soluciones positivas. Donde $\angle Q_{pi}(j\omega)$ es la fase del sistema en lazo abierto (1) en cascada con el controlador dado en (10). Posteriormente el intervalo de valores k_p que estabilizan al sistema (1) en lazo cerrado con un controlador PI esta dado por,

$$k_p(\omega_{c_1}) < k_p < k_p(\omega_{c_2}), \quad (11)$$

donde,

$$k_p(\omega_{c_i}) = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{(\omega_{c_i}^2 + a^2)(\omega_{c_i}^4 + 2\omega_n^2\omega_{c_i}^2(2\zeta^2 - 1) + \omega_n^4)}{1 + (\frac{k_i}{\omega_{c_i}})^2}}. \quad (12)$$

con $i = 1, 2$; ω_{c_1} y ω_{c_2} son las dos primeras frecuencias positivas de cruce, donde la fase $\angle Q_{pi}(j\omega)$ cruza por $-\pi$.

3. RESULTADOS PRINCIPALES

En esta sección se presenta una estrategia de control que consiste en diseñar un predictor híbrido, con la finalidad de estimar las variables de estado antes del retardo. La estimación de dichas variables se realiza mediante un esquema de predicción. Considere el siguiente sistema con retardo,

$$G(s) = \frac{1}{(s-a)} G_{est}(s) e^{-\tau s}. \quad (13)$$

donde $G_{est}(s) = \frac{b}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$. Para el diseño del predictor híbrido, se considera una división en el retardo τ en la función de transferencia (13) definida como,

$$G(s) = e^{-\Delta s} \frac{1}{(s-a)} G_{est}(s) e^{-\theta s}. \quad (14)$$

donde $\tau = \Delta + \theta$. Considere una realización en espacio de estados para (14) libre del retardo Δ , es decir $\Delta = 0$, dada por,

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t - \theta).\end{aligned}\quad (15)$$

donde,

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 1 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0].\end{aligned}\quad (16)$$

Considere la discretización del sistema (15) sin retardo, es decir, $\theta = 0$, y usando las ecuaciones (8), se obtienen las matrices \bar{A}_d , \bar{B}_d y \bar{C}_d utilizando un periodo de muestreo $T = \frac{\theta}{n}$. Por otro lado, la discretización del retardo θ da como resultado n polos en el origen, es decir z^{-n} y de esta manera las matrices asociadas a una representación en variables de estado discreta del sistema (14) pueden escribirse como,

$$\begin{aligned}x(k+1) &= \bar{A}_{dc}x(k) + \bar{B}_{dc}u(k - \Delta), \\ y(k) &= \bar{C}_{dc}x(k).\end{aligned}\quad (17)$$

donde,

$$\bar{A}_{d_c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \bar{C}_{dd} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \bar{A}_{dd} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\bar{B}_{d_c} = [0 \cdots 0 \ 0 \ 1]'$$

$$\bar{C}_{d_c} = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0].$$

Cabe resaltar que el tamaño de las matrices obtenidas \bar{A}_{d_c} , \bar{B}_{d_c} y \bar{C}_{d_c} aumenta en relación con el número de particiones del retardo n que se decida utilizar. A partir de la representación en variables de estado discreta (17) y de la inyección discreta la salida (enunciado en la Sección 2.1) es posible diseñar una estrategia de estimación (predictor híbrido) para el sistema dado por (14). A continuación, se presenta un resultado relacionado con la adecuada estimación de las variables en el esquema de predicción mostrado en la Figura 2.

Teorema 1. Considere el sistema (14), y el predictor híbrido propuesto mostrado en la Figura 2. Entonces, existe un vector de ganancias $G = [g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_{n+3}]$, tal que el esquema predictor híbrido proporciona una señal de estimación adecuada $\hat{\omega}(t)$ para la señal $\omega(t)$, es decir, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\omega(t) - \hat{\omega}(t)) = 0$ en el esquema de la Figura 2.

Demostración. La prueba consiste en considerar la representación discreta en variables de estado para el sistema (14), dada por (17) y una versión discreta del predictor híbrido mostrado en la Figura 2 representada como, $\hat{x}(k+1) = \bar{A}_{d_c} \hat{x}(k) + \bar{B}_{d_c} u(k-\Delta) - G\bar{C}_{d_c} \hat{x}(k) + G\bar{C}_{d_c} x(k)$. Posteriormente se definen los errores de estimación como $e_{x_i}(k) = x_i(k) - \hat{x}_i(k)$, donde $i = 1, 2, \dots, n+3$. Al calcular los errores dinámicos $e_{x_i}(k+1)$ se puede verificar que los errores $e_{x_i}(k)$ tienden a cero a medida que k tiende a infinito (o bien que $\lim_{k \rightarrow \infty} (\omega(k) - \hat{\omega}(k)) = 0$) si y solo si $\det(zI - A_d + GC_d) = 0$ tiene sus raíces dentro del círculo unitario bajo la suposición de que la representación en espacio de estados discreta \bar{A}_{d_c} , \bar{B}_{d_c} y \bar{C}_{d_c} es observable. Cabe mencionar que la señal estimada $\hat{\omega}(k)$ es igual al estado $\hat{x}_{n+1}(k)$.

Una vez asegurada la adecuada estimación de las variables, es posible diseñar la etapa de control. A continuación se presenta el siguiente resultado.

Lemma 1. Considere el sistema (14), libre de retardo θ , es decir $\theta = 0$ y la estrategia de control (10) basada en el predictor híbrido mostrado en la Figura 2. Entonces existe ganancias k_p y k_i , tal que el esquema en lazo cerrado mostrado en la Figura 2 es estable si y solo si $\Delta < \frac{1}{a} - 2\frac{\zeta}{\omega_n}$.

Demostración. Usando la señal estimada $\hat{\omega}(t)$ es posible diseñar la etapa de control, en este caso, se ocupará un control PI para estabilizar al sistema $G_u(s) = \frac{b}{(s-a)(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)} e^{-\Delta s}$. Observe que el diseño del con-

trolador PI se hace para el sistema libre del retardo θ , ya que, debido a la partición propuesta, es posible dejar fuera del lazo de control la partición del retardo θ , y usando el resultado presentado en Hernández-Pérez et al. (2015) (enunciado en la Sección 2.2), se sabe que existen ganancias estabilizantes k_p y k_i (proporcional e integral), tal que el sistema en lazo cerrado asociado es estable si y solo si,

$$\Delta < \frac{1}{a} - 2\frac{\zeta}{\omega_n}. \quad (19)$$

Nótese que la propuesta de dividir el retardo en la planta como se muestra en (14) radica en la necesidad de eliminar la restricción $T = \frac{\tau}{n}$ cuando se realiza el diseño del predictor, ya que en ocasiones el periodo de muestreo T podría no ser manejable para el diseño, por ejemplo si el tiempo de muestreo (T), resulta ser un número racional que puede escribirse como un número decimal finito.

La propuesta de la metodología es mantener el retardo Δ lo más pequeño posible con la intención de obtener intervalos grandes en los parámetros estabilizantes k_p y k_i . Es importante recalcar que, aún con la restricción (19) impuesta sobre la partición del retardo Δ , el tamaño del retardo total τ puede ser de cualquier tamaño debido a que no hay ninguna restricción sobre la otra partición del retardo θ .

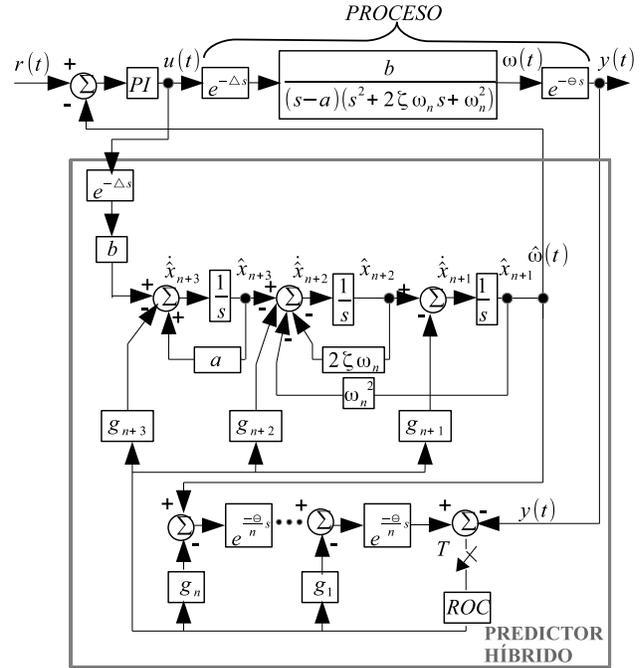


Fig. 2. Estrategia de control propuesta basada en un predictor híbrido

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

Ejemplo 1. Considere el siguiente sistema con retardo dado por,

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s^2+2s+5)} e^{-2.4s}. \quad (20)$$

Ahora considere la partición del retardo τ propuesta en (14) con $\Delta = 0.4$ y $\theta = 2$, para el sistema (20), de esta manera la representación en espacio de estados del sistema (20) libre del retardo Δ está dada por,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -5 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad (21)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0] x(t - \theta).$$

Para discretizar el proceso, se debe seleccionar un valor de n tal que se pueda evitar el caso de tener un número decimal periódico exacto o un número decimal mixto con más de una cifra significativa como tiempo de muestreo, en este ejemplo se selecciona un valor de $n = 5$ por lo que el periodo de muestreo esta dado por,

$$T = \frac{\theta}{n} \implies \frac{2}{5} = 0.4. \quad (22)$$

Para el diseño del predictor se considera el cálculo de una representación en espacio de estados discreta de la representación en variables de estado (21), con el periodo de muestreo (22), para esto se usan las fórmulas dadas por (8), obteniendo así,

$$\bar{A}_{dc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3575 & 0.0585 & 0.0095 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7074 & 0.2404 & 0.0680 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2021 & 0.2266 & 0.3084 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.4918 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\bar{B}_{dc} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]',$$

$$\bar{C}_{dc} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Una vez obtenidos estas matrices, se procede a calcular los valores del vector G de tal manera que $\det(zI - \bar{A}_{dc} + G\bar{C}_{dc})$ sea estable, para esto se propone que los polos de dicha ecuación característica se reubiquen en $\{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7\}$, el valor del vector G que cumple con las características antes mencionadas está dado por,

$$G = [-0.374 \ 0.469 \ 0.539 \ 0.868 \ 1.296 \ 3.919 \ 3.836 \ 31.030]' \quad (24)$$

Observe que el vector G obtenido en (24) permite asegurar la convergencia entre la señal estimada $\hat{\omega}(t)$ y la señal original $\omega(t)$ en el esquema de la Figura (2) (Teorema 1). Para el diseño del controlador se procede a obtener el valor de la ganancia k_p y k_i que estabiliza a la planta donde los parámetros del sistema (20) son: $b = 1$, $a = 1$, $\Delta = 0.4$, $\zeta = 0.4472$ y $\omega_n = 2.2361$; en este caso, cuando se considera un controlador PI , se sabe que la ganancia k_i debe ser lo suficientemente pequeña para asegurar la condición $\angle Q_{pi}(j\omega) = -\pi$. Para este ejemplo se elige un

$k_i = 0.01$, el cual produce las frecuencias positivas de cruce $\omega_{c1} = 0.252$ y $\omega_{c2} = 0.75$.

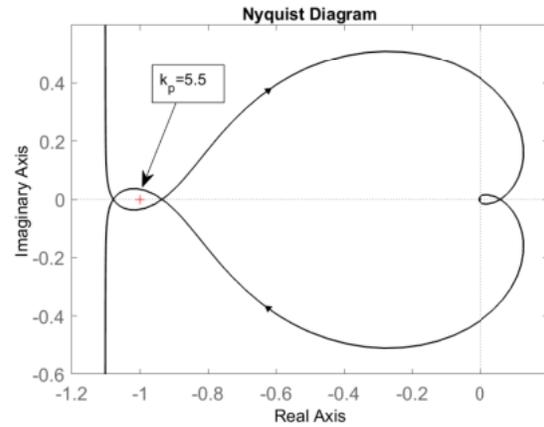


Fig. 3. Diagrama de Nyquist utilizando un controlador PI. Ejemplo 1.

Bajo estas condiciones, utilizando la ecuación (12) produce el rango $5.1134 < k_p < 5.8548$ estabilizador, para estabilizar al sistema $G_u(s) = \frac{1}{(s-1)(s^2+2s+5)} e^{-0.4s}$ con el controlador PI se usa las ganancias $k_p = 5.5$ y $k_i = 0.01$. En la Figura 3 se presenta el diagrama de Nyquist correspondiente, donde es posible observar que se cumple el criterio de Nyquist el cual establece que para el sistema en lazo cerrado asociado sea estable, se requiere que la gráfica de Nyquist de $G_u(s)$ en cascada con el controlador PI tenga un rodeo antihorario al punto -1 .

La Figura 4 ilustra la respuesta de salida del sistema $y(t)$, ante condiciones iniciales de magnitud 0.01 en los estados del sistema.

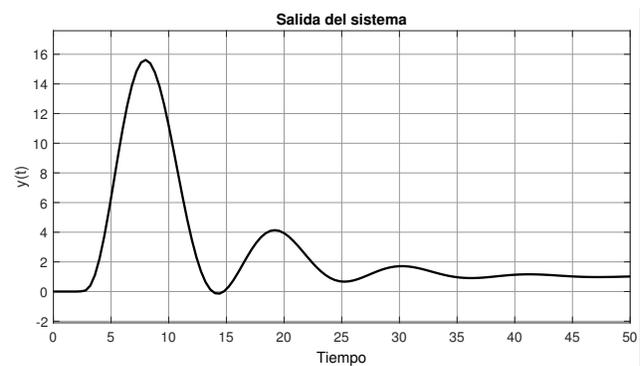


Fig. 4. Respuesta de salida del sistema en lazo cerrado con el predictor híbrido. Ejemplo 1.

Se puede observar que el sistema se estabilizará después de un cierto tiempo. En la Figura 5 se muestra la señal de error de estimación $e_w(t)$, donde se puede apreciar que la señal en un cierto tiempo tiende a cero en estado estacionario, lo que permite concluir que la estrategia propuesta obtiene una adecuada estimación.

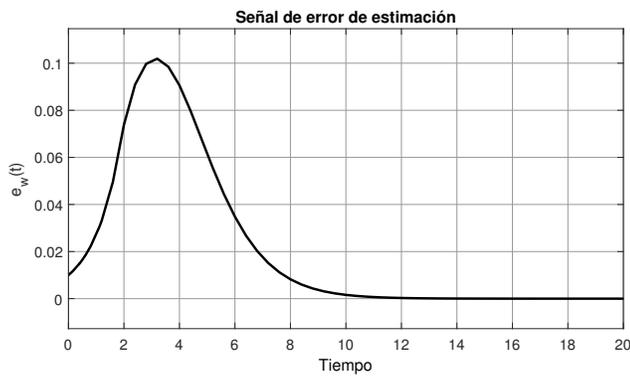


Fig. 5. Señal del error de estimación. Ejemplo 1.

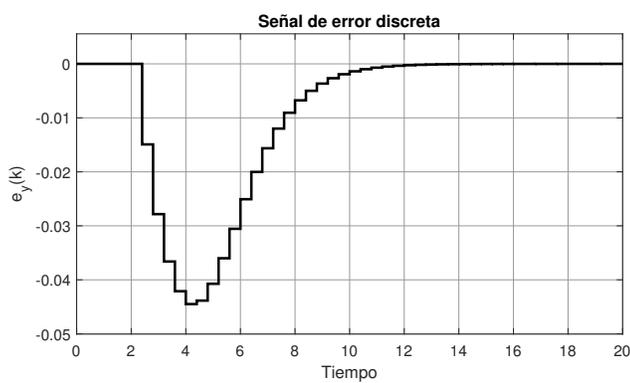


Fig. 6. Señal de error discreta. Ejemplo 1.

Y por último en la Figura 6 se muestra la señal de error discreta $e_y(k)$, observe que esta señal es la única señal discreta en todo el esquema de control propuesto.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se abordó el problema de estabilización y control de sistemas lineales inestables con retardo, específicamente sistemas con un polo inestable y un par de polos complejos conjugados estables. Para dar solución a dicho problema, se propone utilizar la metodología presentada en Buenfil (2013) y Mendoza et al. (2021) para el diseño de un predictor híbrido. Dicha estrategia está basada en el uso de un predictor analógico que utiliza la inyección de la señal de error en forma discreta. De esta forma se obtiene una predicción analógica de las señales internas de la planta. Para la etapa de control, se toma como resultado previamente reportado por Hernández-Pérez et al. (2015), donde presenta condiciones necesarias y suficientes para la estabilización de dichos sistemas lineales con retardo, para este trabajo solo se ocupó un controlador PI. La principal ventaja de utilizar este tipo de esquema es poder compensar retrasos de tiempo largos, es decir, que no hay restricciones con respecto a la magnitud de retardo que pueda tener el sistema. La estrategia propuesta se ilustró mediante un ejemplo, logrando un buen desempeño al utilizar este tipo de metodología.

REFERENCES

- Buenfil, R., D.M.B. (2013). Predictor híbrido para sistemas lineales con retardo de tiempo. *AMCA*, 111–116.
- Del-Muro-Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J.F., Velasco-Villa, M., and de Jesús Álvarez-Ramírez, J. (2012). On the Control of Unstable First Order Linear Systems with Large Time Lag: Observer Based Approach. *European Journal of Control*, 18(5), 439–451. doi: 10.3166/ejc.18.439-451.
- Hernández-Pérez, M.A., del Muro-Cuéllar, B., and Velasco-Villa, M. (2015). PID for the stabilization of high-order unstable delayed systems with possible complex conjugate poles. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 10(5), 687–699. doi:10.1002/apj.1904.
- Hernández-Pérez, M., Fragoso-Rubio, V., Velasco-Villa, M., del Muro-Cuéllar, B., Márquez-Rubio, J., and Puebla, H. (2020). Prediction-based control for a class of unstable time-delayed processes by using a modified sequential predictor. *Journal of Process Control*, 92, 98–107. doi:10.1016/j.jprocont.2020.05.014.
- Lai, C.L. and Hsu, P.L. (2010). Design the Remote Control System With the Time-Delay Estimator and the Adaptive Smith Predictor. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 6(1), 73–80. doi: 10.1109/tii.2009.2037917.
- Lee, S.C., Wang, Q.G., and Xiang, C. (2010). Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers. *Journal of Process Control*, 20(2), 235–239. doi:10.1016/j.jprocont.2009.05.005.
- Mendoza, A., Del Muro, B., Vazquez, R., and Márquez, J. (2021). Control basado en un predictor híbrido para sistemas lineales inestables retardados. *AMCA*.
- Márquez-Rubio, J., del Muro-Cuéllar, B., Velasco-Villa, M., and Álvarez Ramírez, J. (2010). Control basado en un esquema observador para sistemas de primer orden con retardo. *Revista mexicana de ingeniería química*, 9(1), 43–52.
- Smith, O.J.M. (1957). Closer control of loops with deadtime. *Chem. Eng.*
- Vázquez Rosas C. D., R.H.J. (2012). Control por computadora para sistemas inestables con grandes retardos empleando un esquema observador. *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático*. doi: 10.1002/asjc.415.
- W. Michiels, D.R. (2001). Time-delay compensation in unstable plants using delayed state feedback, in: Decision and Control. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on*.