

Dynamic Modeling and Backstepping Control of a Wheeled Mobile Robot With Skidding and Slipping effects

J.I. Aguilar-Pérez, M. Velasco-Villa, R. Castro-Linares,
Jaime González-Sierra. **

*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica, Av.
I.P.N. No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco, 07360, México (e-mail:
jignacio.aguilar, velasco, rcastro @cinvestav.mx).*

*** Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus
Hidalgo, Instituto Politécnico Nacional, Carretera Pachuca-Actopan
Kilómetro 1+500 Ciudad del Conocimiento y la Cultura Educación,
42162, Hidalgo, México (e-mail: jamesgsjr@hotmail.com).*

Abstract: The development of a tracking control using a backstepping method for a wheeled mobile robot under the effect of skidding and slipping is presented in this paper. The dynamic model of a differential drive mobile robot with skidding and slipping effects is used to solve the trajectory tracking problem. The proposed control scheme is based on a backstepping strategy and under the assumption of knowledge of the disturbance. Simulations results are shown, to prove the effectiveness of the proposed method together with a comparison with similar strategies already presented in the literature.

Key words: Skidding, slipping, backstepping, dynamic model.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la robótica móvil terrestre es un tema ampliamente estudiado y de gran interés debido a sus múltiples aplicaciones prácticas, de carácter militar o exploración espacial, por mencionar algunas Utkin et al. [2009], Byrnes et al. [1991]. Los robots móviles con ruedas (RMR) se han aplicado cada vez más en operaciones de alta velocidad en entornos no estructurados, por lo tanto, el deslizamiento de las ruedas se convierte en un problema cuando no se cumple la suposición de rodadura ideal la cual asume que las ruedas de un robot móvil ruedan sin deslizarse. Esta restricción de rodadura ideal puede violarse cuando el robot está acelerando, desacelerando o girando a alta velocidad. Si no se considera el deslizamiento y el patinado en las ruedas, es posible que no se complete una tarea diseñada específica y que el sistema estable se vuelva inestable N. Ghobadi, S.F. Dehkordi [2019].

A lo largo de los años, se han desarrollado diversas técnicas de control para el modelo dinámico con el fin de llevar acabo de manera eficiente dichas tareas, tales como control por modos deslizantes, de Manuel Mera, Héctor Ríos, Edgar A. Martínez, [2020], control por backstepping de Jiang, Z.P. y Nijmeijer, H. [1997]

Históricamente, se ha utilizado el modelo cinemático del robot diferencial sin perturbaciones para entender la forma en como el robot puede realizar diferentes tareas por medio de diversas técnicas tales como, métodos de inteligencia artificial de Boukens et al. [2017], control activo de rechazo de perturbaciones Gao [2006] y control por modos deslizantes de Huang et al. [2016], retroalimentación discontinua de O. J. Sordalen, C.

Canudas de Wit [1993] o controladores por linealización entrada-salida D. H. Kim, J. H. Oh [1999].

Sin embargo, la mayoría de los métodos desarrollados en la literatura no consideran la influencia del deslizamiento lateral y patinado en las ruedas, los cuales son fenómenos inherentes a las condiciones de trabajo de gran parte de las aplicaciones prácticas de los RMR.

Un trabajo que trata con las perturbaciones por deslizamiento y patinado es el de Wang y Low [2008], en el que se desarrolla el modelo cinemático de diferentes RMR's bajo la influencia de dichos fenómenos. Con este mismo enfoque se tiene el trabajo de Cui et al. [2014], en donde se obtiene el mismo modelo cinemático del RMR diferencial de una manera alternativa.

Para el seguimiento de trayectoria de robots móviles diferenciales sujetos a las perturbaciones externas descritas, se tienen algunas propuestas, cómo es el caso de un control por backstepping de Wang y Low [2008], en dónde las perturbaciones se consideran conocidas. También, para el mismo propósito, se desarrolló un control adaptable en conjunto con un estimador de perturbaciones basado en un observador por modos deslizantes de Cui et al. [2014] Por otro lado, en Y. Tian, N. Sidek y N. Sarkar [2009] se presenta un primer acercamiento para la compresión del modelo dinámico con perturbaciones por deslizamiento y patinado.

En este trabajo, se presenta una nueva propuesta de control basado en las técnicas de backstepping y modos deslizantes. En particular, la técnica por modos deslizantes se emplea para agregar robustez y, de esta manera, no considerar las perturbaciones de deslizamiento y patinado en la parte dinámica. Aunque en la parte cinemática se asume que se conocen las pertur-

baciones, esto nos acercará a un mejor entendimiento en como desarrollar un esquema que remueva esta restricción.

El presente trabajo se organiza como se describe a continuación. En la Sección 2 se explican brevemente la caracterización matemática de las perturbaciones y el modelo cinemático de un RMR diferencial bajo su efecto. En la Sección 3 se presenta el desarrollo del esquema de control propuesto. Posteriormente, en la Sección 4 se muestran los resultados obtenidos, mediante simulación numérica, de la implementación de la propuesta de control desarrollada. Finalmente, la Sección 5 contiene algunas conclusiones sobre el trabajo.

2. MODELO DINÁMICO

El análisis y desarrollo de esta sección se llevará a cabo obteniendo el modelo dinámico con base en el modelo cinemático sujeto a perturbaciones. En la Figura 1, se muestra el RMR diferencial con x_c y y_c como la posición del robot en el plano, θ es la orientación del robot, φ_d , φ_i son el ángulo de rotación de la rueda derecha e izquierda respectivamente, $2b$ es la distancia del eje de las ruedas, d es la distancia del centro de masas (CM) medida desde el punto medio del eje de las ruedas y r es el radio de las ruedas.

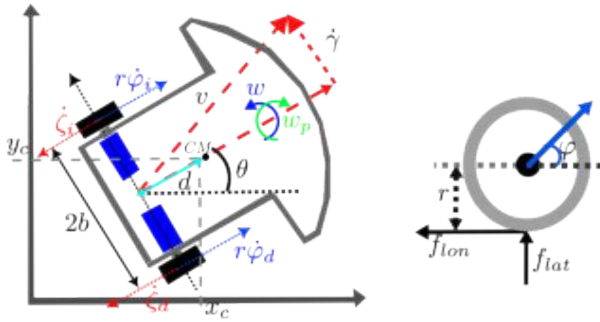


Figura 1. RMR diferencial.

Considerando las coordenadas generalizadas del sistema como $q = [x_c \ y_c \ \theta \ \varphi_d \ \varphi_i]^T$, las ecuaciones dinámicas del RMR se obtienen como en Y. Tian, N. Sidek y N. Sarkar [2009],

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = N\tau(t) - A^T(q)\lambda + F(q, \dot{q}), \quad (1)$$

donde $M(q) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ es la matriz de Coriolis y fuerzas centrífugas, $A(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ es la matriz de restricciones, $\tau \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ es el vector de torques, $N \in \mathbb{R}^{5 \times 2}$ es la matriz de coeficientes de entrada del sistema, $\lambda \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ son los multiplicadores de Lagrange y $F(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$ es el vector de fuerzas de tracción,

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_b + 2m_w & 0 & -m_b d \sin(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & m_b + 2m_w & -m_b d \cos(\theta) & 0 & 0 \\ -m_b d \sin(\theta) & m_b d \cos(\theta) & I_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{yyw} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yyw} \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_b d \dot{\theta}^2 \cos(\theta) \\ -m_b d \dot{\theta}^2 \sin(\theta) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$F = [0 \ 0 \ 0 \ -r f_{lon1} \ -r f_{lon2}]^T,$$

donde $I_g = I_{zzw} + I_b + 2m_w(b^2 + d^2)$, m_b es la masa de la plataforma sin los motores ni las ruedas, m_w es la masa de cada rueda con motor, I_{yyw} es el momento de inercia de cada rueda con motor sobre el eje de la rueda o el eje Z , I_b es el momento de inercia de cada rueda con motor sobre el diámetro de la rueda, I_{zzw} es el momento de inercia de la plataforma del robot sin las ruedas ni los motores sobre el eje Z , f_{lon} es la fuerza de tracción longitudinal de cada rueda motriz y f_{lat} es la fuerza de tracción lateral en cada rueda motriz.

Las restricciones del sistema, considerando el patinado y deslizamiento lateral, vienen dadas por,

$$\begin{aligned} \dot{x}_c \cos(\theta) + \dot{y}_c \sin(\theta) + b\dot{\theta} &= r\dot{\varphi}_d - \dot{\zeta}_d, \\ \dot{x}_c \cos(\theta) + \dot{y}_c \sin(\theta) - b\dot{\theta} &= r\dot{\varphi}_i - \dot{\zeta}_i, \\ -\dot{x}_c \sin(\theta) + \dot{y}_c \cos(\theta) - d\dot{\theta} &= \dot{\gamma}, \end{aligned} \quad (2)$$

donde ζ_d , ζ_i es el patinado en la rueda derecha e izquierda, respectivamente, y γ es el deslizamiento lateral.

Para el sistema sin perturbaciones $\dot{\zeta}_d = \dot{\zeta}_i = \dot{\gamma} = 0$ las ecuaciones (2) son reescritas en forma matricial de tal forma que cumplan $A(q)\dot{q} = 0$ la cual viene dada por,

$$A(q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & b & -r & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & -b & 0 & -r \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & -d & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

A partir de la matriz de restricciones $A(q)$ se puede obtener la matriz $S(q)$ tal que $A(q)S(q) = 0$ dada por,

$$S(q) = \begin{bmatrix} \frac{r(b \cos(\theta) - d \sin(\theta))}{r(d \cos(\theta) + b \sin(\theta))} & \frac{r(b \cos(\theta) + d \sin(\theta))}{r(-d \cos(\theta) + b \sin(\theta))} \\ \frac{2b}{2b} & \frac{2b}{-2b} \\ \frac{1}{0} & \frac{0}{1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

la cual permite, que al multiplicar se elimine el término $A(q)^T \lambda$, donde están incluidos los multiplicadores de Lagrange. La cinemática del RMR bajo patinado y deslizamiento lateral viene dado como en N. Ghobadi, S.F. Dehkordi [2019],

$$\dot{x}_c = \Omega \cos(\theta) - \Lambda \sin(\theta), \quad (5a)$$

$$\dot{y}_c = \Omega \sin(\theta) + \Lambda \cos(\theta), \quad (5b)$$

$$\dot{\theta} = w_1, \quad (5c)$$

donde

$$w_1 = w - w_p, \quad (6a)$$

$$\Omega = v - v_p, \quad (6b)$$

$$\Lambda = d(w - w_p) + \dot{\gamma}, \quad (6c)$$

siendo

$$v = \frac{r}{2}(\dot{\varphi}_d + \dot{\varphi}_i), \quad (7a)$$

$$w = \frac{r}{2b}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_i), \quad (7b)$$

$$v_p = \frac{r}{2}(\dot{\zeta}_d + \dot{\zeta}_i), \quad (7c)$$

$$w_p = \frac{r}{2b}(\dot{\zeta}_d - \dot{\zeta}_i), \quad (7d)$$

donde v y w son la velocidad lineal y angular, respectivamente, v_p y w_p son la velocidad lineal y angular debida a las perturbaciones, respectivamente.

El modelo cinemático (5) puede ser reescrito en forma matricial como,

$$\dot{q}_r = H_1(q)(u - \dot{\zeta}) + \psi_1, \quad (8)$$

siendo

$$q_r = [x_c \ y_c]^T, \quad (9a)$$

$$u = [v \ w]^T, \quad (9b)$$

$$\psi_1 = [-\dot{\gamma} \sin(\theta) \ \dot{\gamma} \cos(\theta)]^T, \quad (9c)$$

$$\dot{\zeta} = [v_p \ w_p]^T, \quad (9d)$$

$$H_1(q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -d \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & d \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (9e)$$

Tomando la derivada temporal de la ecuación (8) y sustituyendo en la ecuación (1) se obtiene,

$$S^T(q)M(q)[\dot{H}(q)(u - \dot{\zeta}) + S^T(q)H(q)(\dot{u} - \ddot{\zeta} + \dot{\psi}) + S^T(q)C(q, \dot{q})] = S^T(q)N\tau + S^T(q)F(q, \dot{q}). \quad (10)$$

Al despejar las señales de control \dot{u} se tiene,

$$\dot{u} = (S^T(q)M(q)H(q))^{-1}[S^T(q)M(q)\dot{H}(q)(u - \dot{\zeta}) + S^T(q)N\tau + S^T(q)F(q, \dot{q}) - S^T(q)M(q)\dot{\psi} - S^T(q)C(q, \dot{q})] + \ddot{\zeta}. \quad (11)$$

Considerando que $\tau = r\varphi$, existe un mapeo entre las rotaciones de las ruedas con el torque en cada rueda y la velocidad lineal y angular del vector u dada por,

$$u = \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_i \end{bmatrix}, \quad P = \frac{r}{2b} \begin{bmatrix} b & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Por lo tanto,

$$\dot{u} = (S^T(q)M(q)H(q)P)^{-1}[S^T(q)M(q)\dot{H}(q)(u - \dot{\zeta}) + S^T(q)N\tau + S^T(q)F(q, \dot{q}) - S^T(q)M(q)\dot{\psi} - S^T(q)C(q, \dot{q})] + P^{-1}\ddot{\zeta}. \quad (13)$$

2.1 Modelo de fuerza de tracción.

La fuerza de tracción se considera una función del radio de deslizamiento (r_d) y del ángulo de deslizamiento (a_d) los cuales son definidos en la forma,

$$r_d = \frac{\dot{\zeta}}{\max(|r\dot{\varphi}|, |r\dot{\varphi} - \dot{\zeta}|)}, \quad a_d = \arctan\left(\frac{\dot{\gamma}}{|r\dot{\varphi} - \dot{\zeta}|}\right). \quad (14)$$

Considerando r_d y a_d suficientemente pequeños, las fuerzas de tracción longitudinal y lateral son estimadas linealmente de la siguiente forma, Y. Tian, N. Sidek y N. Sarkar [2009],

$$f_{lon} = \delta \frac{\dot{\zeta}}{|r\dot{\varphi} - \dot{\zeta}|}, \quad f_{lat} = \varrho \frac{\dot{\gamma}}{|r\dot{\varphi} - \dot{\zeta}|}, \quad (15)$$

donde $\delta > 0$ y $\varrho < 0$ son constantes.

3. PROBLEMA DE SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS

Para estabilizar (8) se escoge $\phi = u$ como una entrada de control virtual, asignando,

$$\phi = \dot{\zeta} - H_1^{-1}(\psi_1 - \phi_1), \quad (16)$$

la ecuación (8) se puede reescribir como,

$$\dot{q}_r = \phi_1. \quad (17)$$

Definiendo el error de posición como $e = q_r - q_d$ con q_d la posición deseada y considerando la función candidata de Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2}(e^T e), \quad (18)$$

se tiene que la derivada de (18), está dada por,

$$\dot{V} = \frac{1}{2}(\dot{e}^T e + e^T \dot{e}) = \frac{1}{2}[(\phi_1 - \dot{q}_d)^T e + e^T (\phi_1 - \dot{q}_d)]. \quad (19)$$

Al diseñar $\phi_1 = \dot{q}_d - e$ se tiene que,

$$\dot{V} = -e^T e \leq 0, \quad (20)$$

asegurando así la convergencia del error a cero. Si se hace el cambio de variable $H_1^{-1}z = u - \phi$, o en forma equivalente, $z = H_1(u - \phi)$ se tiene que,

$$\dot{q}_r = z - e + \dot{q}_d, \quad (21a)$$

$$\dot{z} = \dot{H}_1(u - \phi) + H_1(\dot{u} - \dot{\phi}). \quad (21b)$$

Observando la ecuación (13) se escoge $\tau = \tau_1 + \tau_2$, se obtiene,

$$\tau_1 = (S^T N)^{-1}[S^T M \dot{H}(u - \dot{\zeta}) + S^T M \dot{\psi} + S^T c(q, \dot{q}) - (S^T M H P)^{-1}(S^T N)^{-1} \ddot{\zeta}], \quad (22a)$$

$$\tau_2 = (S^T M H P)^{-1}(S^T N)^{-1} \tau_3. \quad (22b)$$

De tal forma que,

$$\dot{u} = \tau_3 + S^T F(q, \dot{q}). \quad (23)$$

Para dar robustez al sistema (23) cuando se presentan las perturbaciones se considera $S^T F(q, \dot{q}) = 0$,

$$\dot{u} = \tau_3, \quad (24)$$

y se propone la función de conmutación,

$$s = u - \int_0^t \tau_3 dt, \quad (25)$$

de tal modo que, en la superficie de conmutación definida por $s = 0$, se tiene que,

$$\dot{s} = \dot{u} - \tau_3 = 0. \quad (26)$$

Realizando la asignación

$$\dot{s} = -k \text{sign}(s), \quad (27)$$

se tiene que (24) resulta en,

$$\dot{u} = \tau_3 - k \text{sign}(s). \quad (28)$$

Al incorporar la señal $-k \text{sign}(s)$ dentro del control τ_3 y eligiendo ahora,

$$\tau_3 = \dot{\phi} - H_1^{-1} \dot{H}_1(u - \phi) + H_1^{-1} \tau_4 - k \text{sign}(s), \quad (29)$$

se tiene que (21) se transforma en,

$$\dot{q}_r = z - e + \dot{q}_d, \quad (30a)$$

$$\dot{z} = \tau_4. \quad (30b)$$

Al elegir la función candidata de Lyapunov $V_2 = \frac{1}{2}(e^T e + z^T z)$ y al derivarla con respecto al tiempo se tiene que,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{2}(\dot{e}^T e + e^T \dot{e} + \dot{z}^T z + z^T \dot{z}) \\ &= \frac{1}{2}[(e - z)^T e + e(e - z)^T + \tau_4^T z + z^T \tau_4]. \end{aligned} \quad (31)$$

Eligiendo ahora,

$$\tau_4 = -e - z, \quad (32)$$

la ecuación (31) resulta en,

$$\dot{V}_2 = -e^T e - z^T z < 0, \quad (33)$$

lo que garantiza la convergencia del error e y z a cero asintóticamente.

4. RESULTADOS EN SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para realizar la evaluación del desempeño del controlador desarrollado se utilizó una trayectoria descrita a partir de,

$$x_d = 0.06 \left(20 + \cos\left(\frac{36t}{35}\right) \right) \cos\left(\frac{6t}{35}\right),$$

$$y_d = 0.06 \left(20 + \cos\left(\frac{36t}{35}\right) \right) \sin\left(\frac{6t}{35}\right).$$

Se considera la parte cinemática del modelo descrito en la ecuación (5) y la parte dinámica descrita en la ecuación (1). Para el control se consideran $k = I_2$ donde I_2 es una matriz identidad de 2×2 para el esquema por modos deslizantes y los parámetros del robot se consideran, $r = 0.08$ [m], $b = 0.145$ [m], $m_b = 5$ [Kg], $m_w = 0.32$ [Kg], $I_b = 0.23$ [N·m], $I_{zzw} = 0.00137$ [N·m] y $I_{yyw} = 0.0011$ [N·m].

Las perturbaciones se consideraron como funciones en el tiempo de la forma $\dot{\zeta}_d = \dot{\zeta}_i = 2e^{-1.2t} \cos(2t)$ y $\dot{\gamma} = e^{-1.2t} \sin(2t)$. Las cuales se introducen en la simulación en $t_0 = 0$ [s] y $t_1 = 25$ [s], las cuales muestran perturbaciones al inicio del trayecto donde el RMR parte del reposo y es más probable que aparezcan sus efectos y otra a mitad de camino. Estas se muestran en las Figuras 2 y 3.

Como parte de la evaluación numérica, el presente trabajo, identificado con etiqueta (*back*), se comparó con el esquema de control propuesto por N. Ghobadi, S.F. Dehkordi [2019] identificado con etiqueta (*md*).

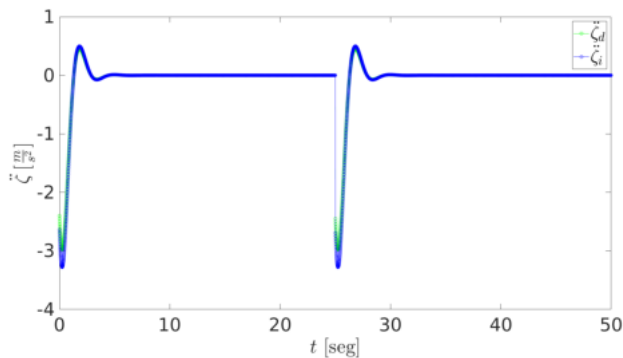


Figura 2. Perturbaciones debidas al patinado con respecto al tiempo.

En las Figuras 4 y 5 se muestra la evolución e_x y e_y con respecto al tiempo, observándose la convergencia al origen cuando las perturbaciones están presentes en el sistema y un mejor desempeño respecto al modo deslizante. En la Figura 6 se muestra la orientación del ángulo del RMR observando una orientación más suave respecto al modo deslizante, se puede lograr un resultado aceptable como se muestra en la Figura 7 donde se puede observar el movimiento del RMR

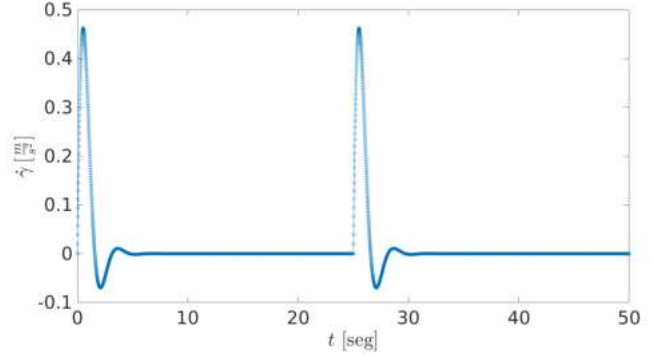


Figura 3. Perturbaciones debidas al deslizamiento con respecto al tiempo.

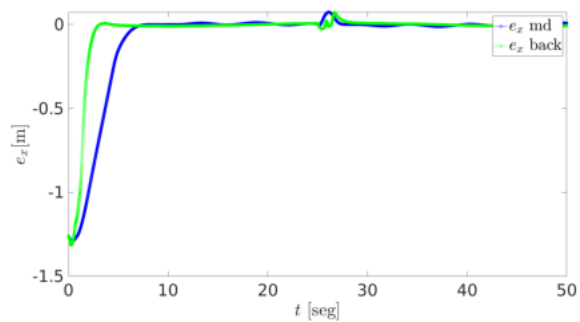


Figura 4. Errores de seguimiento en el eje x con respecto al tiempo.

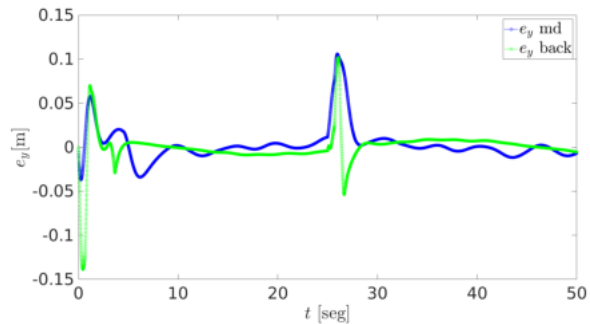


Figura 5. Errores de seguimiento en el eje y con respecto al tiempo.

y puede apreciarse la convergencia a la trayectoria deseada.

En las Figuras 8 y 9 se muestran las señales de control τ_1 y τ_2 para cada rueda. Se puede apreciar un pequeño incremento inicial debido a la ubicación alejada del RMR respecto a la trayectoria a seguir, además se aprecia un aspecto más suave respecto al modo deslizante.

En las Figuras 10 y 11 se muestran las velocidades lineales y angulares del RMR. Se puede apreciar que son funciones suaves en el tiempo respecto al modo deslizante que presenta conmutaciones.

En la Figura 12 se muestran las fuerzas de tracción longitudinales para cada rueda. Se puede apreciar que son impulsos en el tiempo.

En las Figuras 13 y 14 se muestra la evolución de los errores RMS e_x y e_y con respecto al tiempo. Se puede

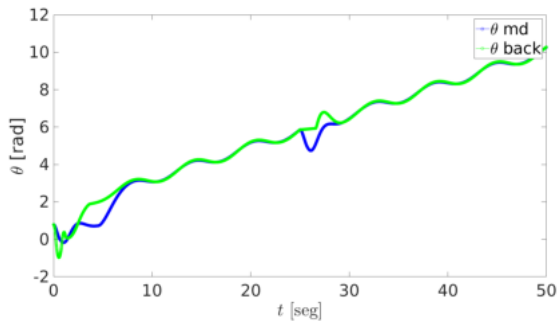


Figura 6. Ángulo de orientación con respecto al tiempo.

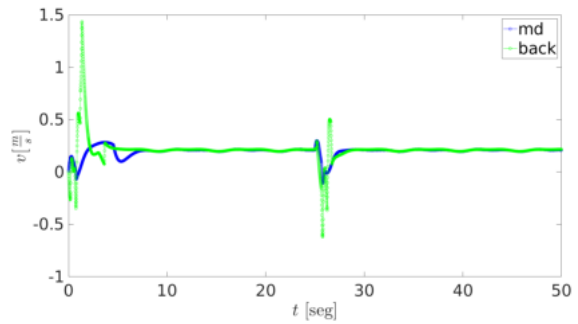


Figura 10. Velocidad lineal con respecto al tiempo.

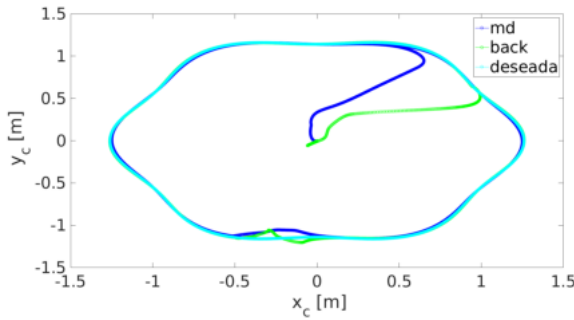


Figura 7. Posición en el plano $X - Y$ del RMR.

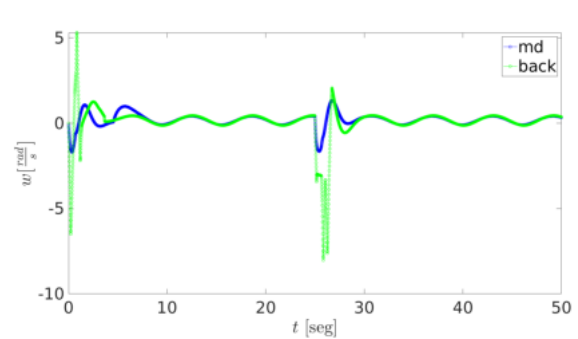


Figura 11. Velocidad angular con respecto al tiempo.

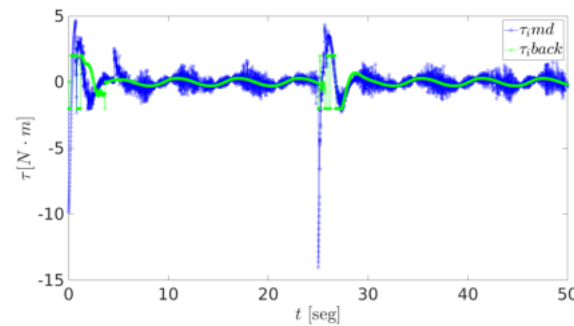


Figura 8. Señales de control τ_i con respecto al tiempo.

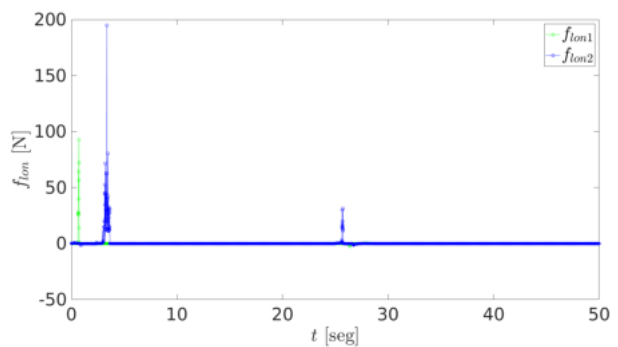


Figura 12. Fuerzas longitudinales respecto al tiempo.

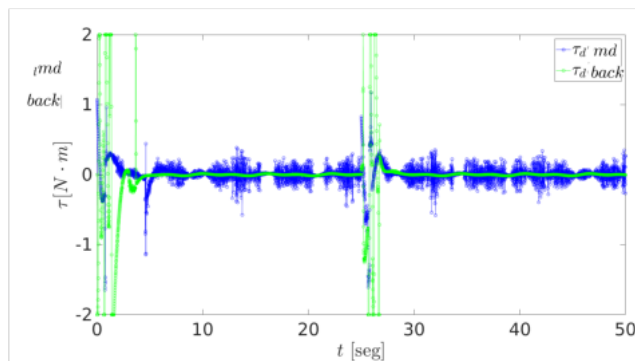


Figura 9. Señales de control τ_d con respecto al tiempo.

apreciar un mejor desempeño en el error de posición en el eje x en el esquema backstepping respecto al modo deslizante y uno mejor en el error de posición en el eje y en el esquema modo deslizante respecto al backstepping

En las Figuras 15 y 16 se muestran las señales de control RMS para τ_{iRMS} y τ_{dRMS} respectivamente. Se

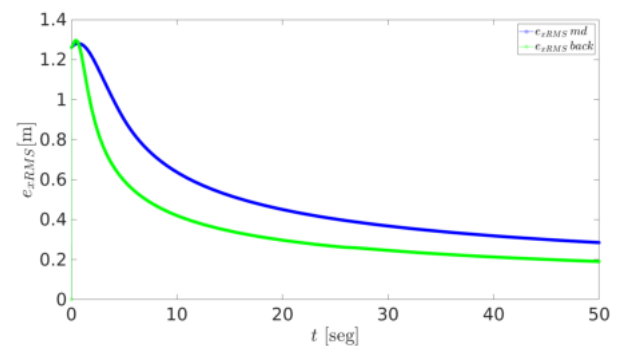


Figura 13. Errores de seguimiento RMS en el eje x con respecto al tiempo.

puede apreciar una mejora con el esquema backstepping respecto al modo deslizante

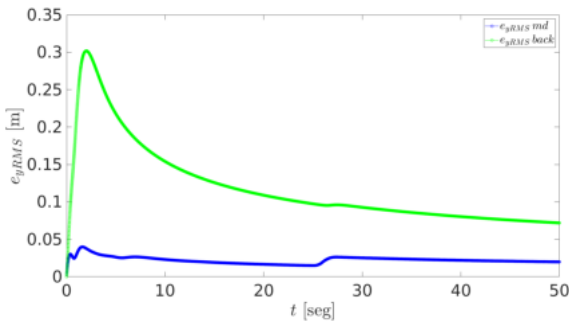


Figura 14. Errores de seguimiento RMS en el eje y con respecto al tiempo.

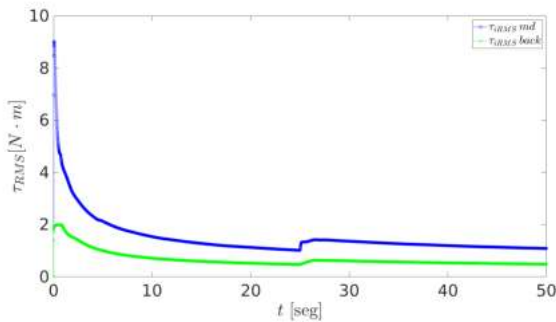


Figura 15. Señales de control RMS de τ_i con respecto al tiempo.

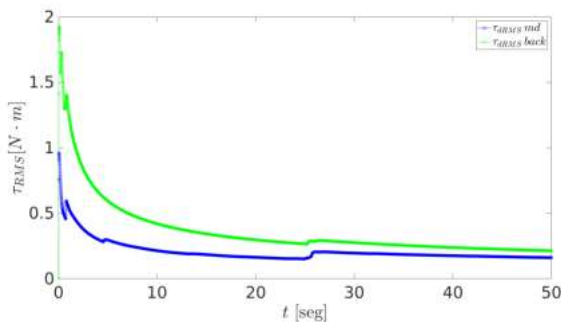


Figura 16. Señales de control RMS de τ_d con respecto al tiempo.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta el desarrollo de un esquema de control basado en técnicas de backstepping y modos deslizantes, para el seguimiento de trayectorias de un robot diferencial bajo perturbaciones ocasionadas por deslizamiento lateral y patinado en las ruedas. Mediante los resultados obtenidos por simulación numérica, se muestra un correcto desempeño de la retroalimentación propuesta y una comparación con el esquema propuesto por modos deslizantes en N. Ghobadi, S.F. Dehkordi [2019]. Por medio de la técnica de modos deslizantes se obtiene robustez descartando la necesidad de conocer de manera exacta el valor de las perturbaciones dinámicas que afectan al sistema.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACyT - México y al Centro de

Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, CINVESTAV, por su apoyo a través del proyecto A1-S-31628.

REFERENCES

- Jiang, Z.P. y Nijmeijer, H. (1997). Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping *In: Automatica*, 1997 ; Vol. 33, No. 7. pp. 1393-1399.
- Y. Tian, N. Sidek y N. Sarkar (2009). Modeling and Control of a Nonholonomic Wheeled Mobile Robot with Wheel Slip Dynamics *IEEE Symposium on Computational Intelligence in Control and Automation*, 2009, pp. 7-14, doi: 10.1109/CICA.2009.4982776.
- O. J. Sordalen y C. Canudas de Wit (1993). Exponential control law for a mobile robot: Extension to Path Following *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 6, pp. 837-842, Dec. 1993, doi: 10.1109/70.265927.
- D. H. Kim, J. H. Oh (1999) Tracking control of a two-wheeled mobile robot using input-output linearization *Control Engineering Practice*, vol. 7, pp. 369-373, [https://doi.org/10.1016/S0967-0661\(98\)00184-1](https://doi.org/10.1016/S0967-0661(98)00184-1).
- Manuel Mera a, Héctor Ríos b,c, Edgar A. Martínez (2020) A sliding-mode based controller for trajectory tracking of perturbed Unicycle Mobile Robots *Elsevier Control Engineering Practice*, vol 102, <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2020.104548>
- Boukens, M., Boukabou, A., y Chadli, M. (2017). Robust adaptive neural network-based trajectory tracking control approach for nonholonomic electrically driven mobile robots. *Robotics & Autonomous Systems*, vol 92, pp. 30-40, <https://doi.org/10.1016/j.robot.2017.03.001>.
- Huang, D., Zhai, J., Ai, W., y Fei, S. (2016). Disturbance observer-based robust control for trajectory tracking of wheeled mobile robots. *Neurocomputing*, vol 198, pp. 74-79, <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.11.099>,
- Wang, D., y Low, C. (2008). Modeling and analysis of skidding and slipping in wheeled mobile robots: control design perspective. *IEEE Transactions on Robotics*, vol 24, pp. 676-697, June 2008, doi: 10.1109/TRO.2008.921563.
- Cui, M., Huang, R., Liu, H., Liu, X., y Sun, D. (2014). Adaptive tracking control of wheeled mobile robots with unknown longitudinal and lateral slipping parameters. *Nonlinear Dynamics*, vol 78, pp. 1811-1826, <https://doi.org/10.1007/s11071-014-1549-0>
- Utkin, V., Guldner, J., y Shi, J. (2009) Sliding mode control in electromechanical systems *CRC Press*. <https://doi.org/10.1201/9781420065619>
- Byrnes, C.I., Isidori, A., Willems, J.C. (1991) Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 11, pp. 1228-1240, Nov. 1991, doi: 10.1109/9.100932.
- Gao, Z. (2006) Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. En *American Control Conference*, 2006, pp. 7 pp.-, doi: 10.1109/ACC.2006.1656579.
- N. Ghobadi, S.F. Dehkordi (2019). Dynamic modeling and sliding mode control of a wheeled mobile robot assuming lateral and longitudinal slip of wheels. *2019 7th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 150-155, doi: 10.1109/ICRoM48714.2019.9071913.