Memorias del 2022 Congreso Nacional de Control Automático
12-14 de Octubre, 2022. Tuxtla Gutiérrez, México.

$\mathcal{H}_\infty$ adaptive observer for nonlinear systems with disturbed output

P.-E. Alvarado-Méndez * **C.-M. Astorga-Zaragoza** *
O. Hernández-González ** **G.-L. Osorio-Gordillo** *
F. Ramírez-Rasgado *

* *Tecnológico Nacional de México: Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Mor., México.*
** *CONACYT: Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico de Hermosillo, Hermosillo, Son., México.*

Abstract: This paper presents the design of an adaptive robust observer for a class of nonlinear system considering that the output is affected by a perturbation. The observer is able to estimate the state vector and the value of an unknown parameter present in a system. This allows to reduce the effect of the perturbation in the system output. A Lyapunov-like analysis was performed to guarantee the stability of the observer. The gains are computed by means of LMI and satisfying the performance of the $\mathcal{H}_\infty$ criterion. The proposed observer is evaluated by estimating the state vector and an unknown parameter of an academic example, reducing considerably the presence of disturbances at the output.

Keywords: Nonlinear systems, $\mathcal{H}_\infty$, Nonlinear adaptive observer.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales problemas a los que se presenta el diseño de algoritmos de observación es la estimación de las variables de estado no medibles de un sistema partiendo solamente de las mediciones disponibles de salida y de entrada. Muchos enfoques en el diseño de controladores y observadores son basados en modelos, para los cuales se debe de tener el conocimiento certero de los parámetros físicos. Sin embargo, en la práctica esto muchas veces no es posible de lograr, ya que los parámetros pueden cambiar con el paso del tiempo, el uso del sistema, el desgaste, entre otros factores. En teoría de control existen diversos métodos para poder estimar estos parámetros con la finalidad de poder caracterizar mejor los sistemas y poder estimar adecuadamente las variables de proceso. Entre estos métodos se encuentran los observadores adaptables, los cuales tienen la particularidad de poder estimar simultáneamente el vector de estados y uno o varios parámetros del sistema. Algunos ejemplos de observadores adaptables se muestran en Besançon (2000); Ekramian et al. (2011); Zhang et al. (2014). En Besançon (2000) el autor diseña un observador adaptable donde se estima el vector de parámetros desconocidos, separando los estados medibles de los no medibles. Una desventaja de este observador es que el parámetro desconocido debe estar involucrado en la ecuación de los estados medibles para lograr estimarlo. En Zhang et al. (2014) los autores diseñan un observador adaptable descriptivo, utilizando el enfoque $\mathcal{H}_\infty$ y un análisis de estabilidad de Lyapunov para estimar las fallas de sistemas no lineales inciertos y utilizan como ejemplo el diagnóstico de fallas aplicado en un brazo robótico. En esta aplicación, los sistemas se ven afectados simultáneamente con fallas en actuadores, sensores e incertidumbres no paramétricas. Una desventaja es que para lograr la estimación y el valor del parámetro desconocido del sistema es necesario conocer todas las salidas del mismo. En Franco et al. (2021) los autores diseñan un observador adaptable aplicado para pacientes con diabetes, donde se toman en cuenta las incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas, logrando estimar los estados y el parámetro desconocido, solucionándolo por medios de desigualdades matriciales. En Wang et al. (2022) los autores diseñan un observador $\mathcal{H}_\infty$ aplicado a un sistema de dirección de un vehículo donde consideran la problemática de la reconfiguración y diagnóstico de fallas en el actuador considerando perturbaciones externas, afectando el rendimiento del vehículo. Este diseño logra mejorar la estabilidad del vehículo aun en la presencia de fallas en el actuador. Una desventaja es que a pesar de diagnosticar las fallas, logrando mejorar la estabilidad no es posible conocer qué componente asociado al parámetro está fallando.

Dentro de los retos latentes en el diseño de observadores adaptables es el considerar las situaciones o fenómenos que se presentan al momento de implementarlos físicamente, como lo son las perturbaciones que afectan la salida del sistema debido a problemas en los sensores. Alguno trabajos que abordan esta problemática se presentan en Li et al. (2020); Yan et al. (2021); Bzioui and Channa (2021); Bonargent et al. (2021); Zheng et al. (2022); Li et al. (2020). En Li et al. (2020) los autores diseñan un observador adaptable y un controlador de retroalimentación de salida, considerando incertidumbres en los sensores, con el fin de ajustar sus ganancias para dominar la sensibilidad desconocida del sensor, estimando el vector de estados y parámetro desconocido. En Yan et al. (2021) los autores proponen un esquema adaptable considerando fallas en los sensores aplicado a suspensiones activas de un vehículo, donde el desplazamiento del chasis es la única señal de salida medible dañado. Diseñan un observador adaptable con ganancias variables con el fin de estimar los estados del sistema, por medio de un controlador de retroalimentación de salida para atenuar el desplazamiento del chasis y la desviación de los sensores, considerando la información de las mediciones, conociendo así los estados y los parámetros desconocidos. En Bonargent et al. (2021) los autores diseñan un observador adaptable para sistemas no lineales Lipschitz MIMO con incertidumbres paramétricas, donde su estabilidad la determinan por medio de un análisis de Lyapunov.

Este artículo se enfoca principalmente en el diseño de un observador adaptable utilizando el enfoque H_∞ para sistemas no lineales Lipschitz, que estén afectados por perturbaciones en las salidas. El modelo y el diseño del observador se presenta en la sección 2. La principal aportación de este trabajo se presenta en la Sección 2, donde se demuestra que el observador logra la convergencia a una región cercana al origen, que puede ser ajustada utilizando el enfoque H_∞. De igual forma, se presenta un ejemplo académico para ilustrar la metodología propuesta. En la sección 3 se presenta un ejemplo numérico donde se aplica el observador adaptable. Posteriormente, en la sección 4 se muestra el desempeño del observador propuesto considerando un ejemplo numérico, donde se logra la estimación del vector de estado y del valor del parámetro desconocido incluso en presencia de incertidumbre. Las conclusiones de este trabajo se presentan en la Sección 5.

2. OBSERVADOR ADAPTABLE CON H_∞

El problema es diseñar un observador adaptable $\mathcal{H}_\infty$ para un sistema no lineal, donde se presentan fallas en los sensores, donde el observador debe ser capaz de estimar el parámetro desconocido del sistema no lineal con el fin de detectar anomalías en el sistema a través de la supervisión del comportamientos de las variables de estado. El sistema no lineal que se considera es:

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} = Ax + \Psi(y,u) + \Phi_1(x,u) + B\Phi_2(x,u)\theta \\ y = Cx + G\eta \end{cases} \tag{1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados y $\theta \in \mathbb{R}^q$ es el vector de parámetros. Los vectores $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^p$ representan los vectores de entrada y salida respectivamente y $\eta \in \mathbb{R}^r$ representa una perturbación acotada. $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times l}$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$ y $G \in \mathbb{R}^{n\times r}$ son matrices de dimensiones apropiadas.

Las funciones no lineales $\Phi_1(x,u)$ y $\Phi_2(x,u)$ son Lipschitz con respecto a las variables de estado. En consecuencia para un valor acotado de θ, la función no lineal $\Phi(x,\theta,u) = \Phi_1(x,u) + B\Phi_2(x,u)\theta$ satisface la condición de Lipschitz:

$$\|\Phi(x,\theta,u) - \Phi(\hat{x},\theta,u)\| \leq \alpha \|(x-\hat{x})\| \tag{2}$$

siendo α la constante Lipschitz.

El observador adaptable para el sistema anterior tiene la siguiente forma:

$$\Sigma_O \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Psi(y,u) + \Phi_1(\hat{x},u) + B\Phi_2(x,u)\hat{\theta} \\ \qquad -L(y - C\hat{x}) \\ \dot{\hat{\theta}} = \Gamma\Phi_2^T H(y - C\hat{x}), \text{ donde } \Gamma > 0, \end{cases} \tag{3}$$

siendo $\hat{x}$ y $\hat{\theta}$ las estimaciones del vector de estados y del vector de parámetros. Las matrices L y H son las ganancias necesarias del observador adaptable $\mathcal{H}_\infty$ y deben escogerse con el fin de garantizar la convergencia de los estados y parámetros estimados. El observador dado por la Ec. (3), se emplea para estimar simultáneamente las variables de estado x y los parámetros desconocidos θ, siempre y cuando la función $\Phi(x,\theta,u)$ cumpla con la condición Lipschitz.

Por lo tanto podemos enunciar el siguiente teorema:

Teorema 1. Considere el sistema no lineal (1), donde la función no lineal $\Phi(x,\theta,u)$ satisface la condición Lipschitz y la función desconocida η es acotada. Por lo tanto, si existe una matriz $P = P^T > 0$, una matriz R y una matriz $Q > 0$, tal que satisfagan la siguiente LMI (Linear Matrix Inequalities):

$$\begin{bmatrix} PA - QC + A^TP - C^TQ^T + R & -QC & C^T \\ -G^TQ^T & -\bar{\beta}I & G^T \\ C & G & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{4}$$

entonces, el estado del observador adaptable $\mathcal{H}_\infty$ dado por la Ec. (3) convergerá exponencialmente a una región sujeta a la condición $\mathcal{H}_\infty$ asegurando su estabilidad. Donde la ganancia del observador se obtiene por:

$$L = P^{-1}Q. \tag{5}$$

Demostración del Teorema 1

Los errores de observación se definen como:

$$e_x = x - \hat{x}, \; e_\theta = \theta - \hat{\theta} \tag{6}$$

$$r = Ce_x + G\eta \tag{7}$$

Las dinámicas de e_x y e_θ son:

$$\dot{e}_x = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \tag{8}$$

$$\dot{e}_\theta = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} \tag{9}$$

Sustituyendo a las Ecs. (1) y (3) en la Ec. (8), se obtiene:

$$
\begin{aligned}
\dot{e}_x &= Ax + \Psi(y,u) + \Phi_1(x,u) + B\Phi_2\theta \\
&\quad - [A\hat{x} + \Psi(y,u) + \Phi_1(\hat{x},u) + B\Phi_2\hat{\theta} \\
&\quad\; + LC(x-\hat{x}) + LG\eta] \\
&= Ax + B\Phi_2\theta(t) + (\Phi_1(x,u) - \Phi_1(\hat{x},u)) \\
&\quad - A\hat{x} - B\Phi_2\hat{\theta}(t) - LC(x-\hat{x}) - LG\eta \\
&= (A-LC)e_x + (\Phi_1(x,u) - \Phi_1(\hat{x},u)) + B\Phi_2 e_\theta - LG\eta
\end{aligned} \tag{10}
$$

Se considera que θ se mantiene constante en θ_0, se tiene que $\dot{\theta} = 0$, por lo tanto

$$
\begin{aligned}
\dot{e}_\theta(t) &= \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} = -\Gamma\Phi_2^T H[(Cx - C\hat{x}] \\
\dot{e}_\theta(t) &= -\Gamma\Phi_2^T HCe_x
\end{aligned} \tag{11}
$$

Aplicando el criterio $\mathcal{H}_\infty$, donde β es el factor de atenuación y r se muestra en la Ec. (7):

$$
J_r = \dot{V} + r^T r \leq \beta^2\eta^T\eta \tag{12}
$$

Se propone la siguiente función cuadrática de Lyapunov:

$$
V = e_x^T Pe_x + e_\theta^T\Gamma^{-1}e_\theta, \;\; P > 0,\; \Gamma^{-1} > 0 \tag{13}
$$

La derivada de la función de Lyapunov es:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= e_x^T P\dot{e}_x + \dot{e}_x^T Pe_x + e_\theta^T\Gamma^{-1}\dot{e}_\theta + \dot{e}_\theta^T\Gamma^{-1}e_\theta \\
&\leq e_x^T P(A-LC)e_x + e_x^T Pe_{\Phi_1} - e_x^T PLG\eta \\
&\quad + e_x^T PB\Phi_2 e_\theta(t) + e_x^T(A-LC)^T Pe_x \\
&\quad + e_{\Phi_1}^T Pe_x - \eta^T(LG)^T Pe_x + e_\theta^T\Phi_2^T B^T Pe_x \\
&\quad - e_\theta^T(t)\Phi_2^T HCe_x - e_x^T C^T H^T\Phi_2 e_\theta
\end{aligned} \tag{14}
$$

Observe que si se satisface la igualdad $B^T PC^\perp = 0$, donde $C^\perp$ es una matriz ortogonal, esto implica que existe una matriz H, tal que $B^T P = HC$ Ekramian et al. (2013). Con esta consideración, la desigualdad anterior se simplifica quedando de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &\leq e_x^T P(A-LC)e_x + e_x^T Pe_{\Phi_1} - e_x^T P(LG)\eta \\
&\quad + e_x^T(A-LC)^T Pe_x + e_{\Phi_1}^T Pe_x - \eta^T(LG)^T Pe_x
\end{aligned} \tag{15}
$$

Se considera que $r = Ce_x + G\eta$, y reemplazando $\dot{V}(t)$ en la Ec. (12), esta queda:

$$
\begin{aligned}
J_r = &e_x^T P(A-LC)e_x + e_x^T Pe_{\Phi_1} - e_x^T P(LG)\eta \\
&+ e_x^T(A-LC)^T Pe_x + e_{\Phi_1}^T Pe_x - \eta^T(LG)^T Pe_x \\
&+ e_x^T C^T Ce_x + e_x^T C^T G\eta + \eta^T G^T Ce_x \\
&+ \eta^T G^T G\eta - \beta^2\eta^T\eta \leq 0
\end{aligned} \tag{16}
$$

Basándose en la condición de Lipschitz generalizada: $e_{\Phi_1}^T Qe_{\Phi_1} \leq e_x^T Re_x$, propuesto en Ekramian et al. (2011), donde Q y R son matrices simétricas positivas definidas, se obtiene:

$$
\begin{aligned}
&e_x^T[P(A-LC) + (A-LC)^T P + C^T C]e_x - e_x^T P(LG)\eta \\
&\eta^T[G^T G - \beta^2]\eta - \eta^T(LG)^T Pe_x + e_{\Phi_1}^T Pe_x + e_x^T Pe_{\Phi_1} \\
&e_x^T C^T G\eta + \eta^T G^T Ce_x \leq 0
\end{aligned} \tag{17}
$$

Se simplifica con el fin de lograr elementos iguales para obtener la desigualdad matricial (Ekramian et al., 2013):

$$
\begin{aligned}
e_{\Phi_1}^T Pe_x + e_x^T Pe_{\Phi_1} &= 2e_x^T Pe_{\Phi_1} \\
&= e_x^T PQ^{-1}Pe_x + e_{\Phi_1}^T Qe_{\Phi_1}
\end{aligned} \tag{18}
$$

Se obtiene:

$$
\begin{aligned}
&e_x^T[P(A-LC) + (A-LC)^T P + C^T C + PQ^{-1}P + R]e_x \\
&+ \eta^T[G^T G - \beta^2]\eta - e_x^T P(LG)\eta \\
&- \eta^T(LG)^T Pe_x + e_x^T C^T G\eta + \eta^T G^T Ce_x \leq 0
\end{aligned} \tag{19}
$$

La desigualdad anterior se ordena de forma matricial y se obtiene:

$$
\begin{bmatrix} e_x \\ \eta \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} e_x \\ \eta \end{bmatrix} \leq 0 \tag{20}
$$

donde:

$$
\Omega = \begin{bmatrix} \xi & P(-LG) + C^T G \\ -(LG)^T P + G^T C & G^T G - \beta^2 I \end{bmatrix}
$$

$$
\xi = P(A-LC) + (A-LC)^T P + C^T C + PQ^{-1}P + R
$$

Finalmente se obtiene la LMI resultante, simplificando el siguiente término $Q = PL$, logrando:

$$
\begin{bmatrix} PA - QC + A^T P - C^T Q^T + C^T C + R & -QG + C^T G \\ -G^T Q^T + G^T C & G^T G - \beta^2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{21}
$$

Ahora, aplicando el complemento de Schur, obtenemos:

$$
\begin{bmatrix} PA - QC + A^T P - C^T Q^T + R & -QG & C^T \\ -G^T Q^T & -\beta^2 I & G^T \\ C & G & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{22}
$$

Al existir un elemento al cuadrado, se simplifica $\beta^2 = \bar{\beta}$, para que sea una LMI, obteniendo:

$$
\begin{bmatrix} PA - QC + A^T P - C^T Q^T + R & -QG & C^T \\ -G^T Q^T & -\bar{\beta} I & G^T \\ C & G & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{23}
$$

Se considera el criterio de $\mathcal{H}_\infty$, minimiza el efecto del ruido y la perturbación en las variables estimadas. Resolviendo la LMI se obtiene la ganancia del observador $L = P^{-1}Q$. ■

3. EJEMPLO

Se considera el siguiente sistema no lineal:

$$
\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -0.1041 & 0 \\ 0 & -0.1187 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 31.0314u \\ 40.1375u \end{bmatrix}}_{\Psi(y(t),u)} \\
&+ \underbrace{\begin{bmatrix} 1.35x_2 \\ 0.52u \end{bmatrix}}_{\Phi_1(x,u)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1096 \\ -0.2488 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{[567.04x_1]}_{\Phi_2(x,u)} \underbrace{\theta}_{\theta}
\end{aligned} \tag{24}
$$

La salida del sistema es:

$$y = \underbrace{[1 \;\; 0]}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{G} \underbrace{10sen}_{\eta} \tag{25}$$

El parámetro a estimar es θ, entonces el observador adaptable para el sistema (24) es:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{\hat{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.1041 & 0 \\ 0 & -0.1187 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}}_{\hat{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 31.0314u \\ 40.1375u \end{bmatrix}}_{\Psi(y,u)}$$
$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 1.35x_2 \\ 0.52u \end{bmatrix}}_{\Phi_1(\hat{x},u)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0.1096 \\ -0.2488 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{[567.04x_1]}_{\Phi_2(\hat{x},\theta,u)} \hat{\theta}$$
$$-L(y - C\hat{x}) \tag{26}$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \, [47.37284]^T \, H(y - C\hat{x}) \tag{27}$$

Las matrices L y H son las ganancias del observador y deben seleccionarse con el fin de garantizar la convergencia de los estados y parámetros estimados a los reales.

El único requisito para elegir la ganancia $\Gamma > 0$ es que debe ser un escalar positivo. Para este escenario se considera una $\Gamma = 10$, ya que dicho valor permite un tiempo de convergencia adecuado del observador. Mientras mayor sea el valor de Γ, menor es el tiempo de convergencia, pero a la vez se incrementa la sensibilidad del observador al ruido de medición.

Las ganancias del observador se obtienen resolviendo la LMI dada en la Ec. (23) con el Toolbox YALMIP para MATLAB, con la cual se obtienen las siguientes matrices:

$$L = \begin{bmatrix} 0.3952 & -0.3951 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{28}$$
$$H = [\, 0.0375 \;\; 0 \,] \tag{29}$$

4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

La simulación se implementó en el programa MATLAB 2019a, con un tiempo de simulación de 300 segundos. El método de integración de las ecuaciones diferenciales fue el de Euler con un paso de integración de 1.5ms. Las condiciones iniciales del sistema y del observador fueron: $x(0) = [150 \quad 500]^T$ y $\hat{x}(0) = [56 \quad 650]^T$. La señal de entrada del sistema es $u = 168$. La salida del sistema presenta una perturbación dada $\eta = 10\sin(t)$. En la Fig. 1 se muestra una comparativa entre la señal ideal del sistema $\bar{y}$, la cual no presenta perturbaciones y la salida real del sistema y que presenta perturbaciones. Es importante resaltar que esta última será con la que se alimente al observador y este deberá de ser capaz de estimar los estados atenuando el efecto de la perturbación.

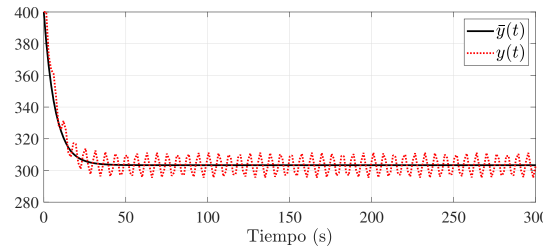

Fig. 1. Comparación entre la salida disponible ($y(t)$) y la no disponible $\bar{y}(t)$ del sistema.

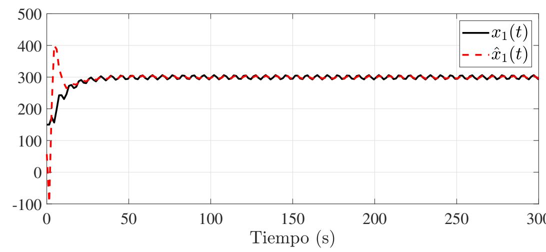

Fig. 2. Estimación del estado x_1 por medio del observador adaptable.

En las Figs. (2)-(4) se muestran los resultados obtenidos. En la Fig. 2 se compara el estado real del sistema x_1 con la señal estimada $\hat{x}_1$, obteniendo una convergencia adecuada siguiendo su trayectoria a través del tiempo. De igual manera en la Fig. 3 a pesar de no conocer dicha salida, el observador logra estimar el comportamiento real del sistema x_2. En la Fig. 4 se observa la estimación del parámetro desconocido, logrando converger a una señal acotada de la perturbación η. Una vez obtenido dicho parámetro, el observador estima los estados del sistema correctamente.

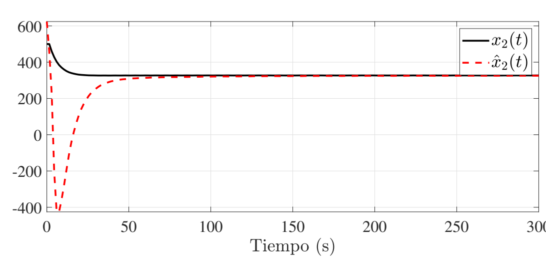

Fig. 3. Estimación del estado x_2 por medio del observador adaptable.

Finalmente en la Fig. 5 se presenta la norma del error de observación, la cual queda acotada en una región aproximada del origen, cumpliendo la condición $\mathcal{H}_\infty$ con lo que se verifica lo establecido en el Teorema 1.

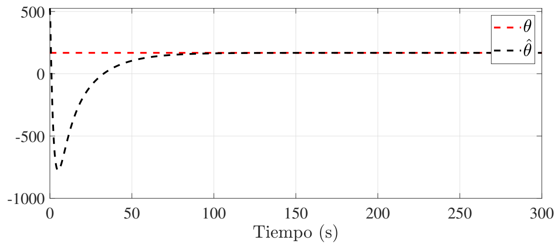

Fig. 4. Estimación del parámetro desconocido.

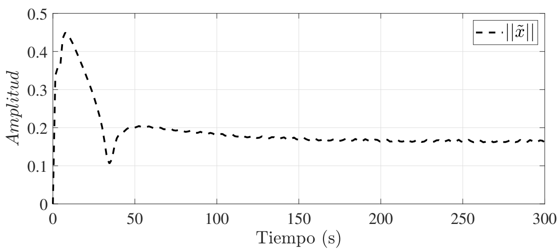

Fig. 5. Norma del error de observación $||\tilde{x}||$

5. CONCLUSIÓN

Se logró el diseño de un observador adaptable con enfoque $\mathcal{H}_\infty$ para sistemas no lineales con incertidumbres, donde se logra la estimación de un parámetro desconocido y el estado del sistema a pesar de las perturbaciones presentes en los sensores. Dicho diseño logra estimar completamente el vector de estado sin necesidad a partir de solo la salida disponible del sistema. Este observador se aplicó de manera general donde se puede aplicar a cualquier sistema no lineal Lipschitz, con el fin de supervisar el funcionamiento de dichos sistemas, atenuando las perturbaciones o ruidos presentes en él.

REFERENCES

Besançon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems & Control Letters*, 41(4), 271–280.

Bonargent, T., Menard, T., Gehan, O., and Pigeon, E. (2021). Adaptive observer design for a class of Lipschitz nonlinear systems with multirate outputs and uncertainties: Application to attitude estimation with gyro bias. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 31(8), 3137–3162.

Bzioui, S. and Channa, R. (2021). An adaptive observer design for nonlinear systems affected by unknown disturbance with simultaneous actuator and sensor faults. application to a CSTR.

Ekramian, M., Hosseinnia, S., and Sheikholeslam, F. (2011). Observer design for non-linear systems based on a generalised Lipschitz condition. *IET Control Theory & Applications*, 5(16), 1813–1818.

Ekramian, M., Sheikholeslam, F., Hosseinnia, S., and Yazdanpanah, M.J. (2013). Adaptive state observer for Lipschitz nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 62(4), 319–323.

Franco, R., Rıos, H., de Loza, A.F., Cassany, L., Gucik-Derigny, D., Cieslak, J., and Henry, D. (2021). Adaptive estimation for an insulin-glucose model.

Li, W., Yao, X., and Krstic, M. (2020). Adaptive-gain observer-based stabilization of stochastic strict-feedback systems with sensor uncertainty. *Automatica*, 120, 109112.

Wang, H., Wang, Q., Zhang, H., and Han, J. (2022). H-infinity observer for vehicle steering system with uncertain parameters and actuator fault. In *Actuators*, volume 11, 43. MDPI.

Yan, S., Sun, W., Yu, X., and Gao, H. (2021). Adaptive sensor fault accommodation for vehicle active suspensions via partial measurement information. *IEEE Transactions on Cybernetics*.

Zhang, J., Swain, A.K., and Nguang, S.K. (2014). Robust $\mathcal{H}_\infty$ adaptive descriptor observer design for fault estimation of uncertain nonlinear systems. *Journal of the Franklin Institute*, 351(11), 5162–5181.

Zheng, Y., Liu, Y., Song, R., Ma, X., and Li, Y. (2022). Adaptive neural control for mobile manipulator systems based on adaptive state observer. *Neurocomputing*.